

Esercizi di Geometria - Ingegneria Industriale e Navale  
2021/2022 - sesto foglio

October 26, 2021

1. • Sia  $A \in M_{3,4}$  la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & -1 \\ 1 & 4 & 7 & -3 \\ 6 & 2 & 20 & 4 \end{pmatrix}.$$

Usando l'algoritmo di Gauss, si determini il rango di  $A$ .

- Si scriva la trasposta  ${}^tA \in M_{4,3}$  di  $A$  e si calcoli il suo rango, usando l'algoritmo di Gauss.
2. Usando l'algoritmo di Gauss, si determini il rango  $r$  di ciascuna delle seguenti matrici e si individuino in tutti i casi  $r$  vettori colonna linearmente indipendenti:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & 4 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. Si considerino i seguenti vettori di  $\mathbb{R}^3$ :

$$v_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ -2\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

e si consideri il sottospazio  $W = \text{Span}(v_1, v_2, v_3, v_4)$ . Si estraiga una base di  $W$  da  $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  e si determini la dimensione di  $W$ .