

Cognome Nome

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

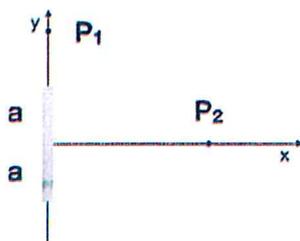


Fig. 1.

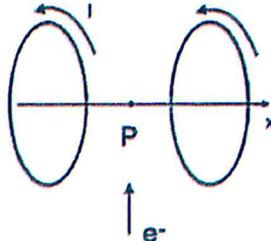


Fig. 2.

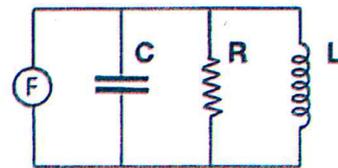


Fig. 3

1. Una sottile sbarra di lunghezza $2a$ (Fig. 1), con $a=10$ cm, e' posta lungo l'asse y , del piano xy , con il centro sull'origine degli assi. La sbarra e' caricata con una densita' di carica $\lambda = 31.6$ nC/m.

a. Calcolare il valore del campo elettrico \vec{E} nel punto P_1 di coordinate $(0,2a)$.

$$\vec{E}_1 = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{2}{3a} \hat{j} = 1890 \frac{V}{m} \hat{j}$$

b. Calcolare il valore del potenziale V in un generico punto P_2 sulle ascisse, di coordinate $(x,0)$.

(Suggerimento: $\int \frac{dt}{\sqrt{t^2+b^2}} = \ln \left| t + \sqrt{t^2+b^2} \right|$). Riportare solo la formula.

$$V_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left| \frac{a + \sqrt{x^2+a^2}}{x} \right| = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left| \frac{a + \sqrt{a^2+x^2}}{-a + \sqrt{a^2+x^2}} \right|$$

c. Per $x=2a$, che lavoro bisogna fare per portare una carica $q=4.22$ μ C dal punto P_1 al punto P_2 ?

$$V_1 = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln(3) = 284 \text{ V}$$

$$V_2(x=2a) = 68.2 \text{ V}$$

$$W = + (V_1 - V_2) q = -0.81 \text{ mJ}$$

2. Un elettrone ($m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg, $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C) viene sparato tra due "bobine di Helmholtz" (Fig. 2), due bobine coassiali di $N=30$ spire l'una, di raggio $R=2.21$ cm, separate da una distanza $2R$ ed attraversate, nello stesso senso come in figura, da una corrente $I=0.34$ A. La velocità dell'elettrone è di 4.12×10^7 m/s.

a. Calcolare il campo magnetico \vec{B} nel punto P a metà tra i centri delle due bobine.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \pi \sqrt{2} \frac{NI}{R} \hat{i} = 2.05 \times 10^{-4} \text{ T } \hat{i}$$

b. Supponendo che il campo magnetico sia uniforme nel cilindro che ha le due bobine come basi, e nullo al di fuori, calcolate la forza \vec{F} esercitata sull'elettrone da \vec{B} , e il tempo δt per il quale dura questa forza (supponendo la traiettoria imperturbata).

$$\vec{F} = qBv \hat{k} = 1.35 \times 10^{-15} \text{ N } \hat{k}$$

$$\delta t = \frac{2R}{v} = 1.07 \times 10^{-8} \text{ s}$$

c. Eguagliando l'impulso $\vec{F} \delta t$ con la variazione di quantità di moto, calcolare l'angolo di deflessione dell'elettrone.

$$\delta p = \frac{2qBR}{m} = 1.58 \times 10^{-6} \text{ m/s}$$

$$\theta \approx \frac{\delta p}{v} = 0.038 \text{ rad} = 2.2^\circ$$

3. Si consideri il circuito RLC in parallelo in corrente alternata disposto come in Fig. 3, con $R = 100.0 \Omega$, $C = 1.00 \mu\text{F}$ e $L = 0.10$ H, alimentato da una tensione $F = F_0 \cos \omega t$.

a. Calcolare l'espressione dell'impedenza equivalente del circuito $Z(\omega)$. Calcolarne il modulo per una frequenza $\nu = 50$ Hz.

$$Z = R \frac{1 + jR(\omega C - \frac{1}{\omega L})}{1 + R^2(\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}, \quad |Z| = 30.3 \Omega$$

b. Calcolare l'espressione complessa della corrente $I_L(\omega)$ che percorre l'induttanza.

$$I_L = \frac{1}{2} \frac{F_0 (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t})}{j\omega L}$$

c. Determinare la frequenza ν_1 per cui il fattore di potenza è massimo.

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}} = 503 \text{ Hz}$$