Il potenziale della Galassia

Vediamo delle rappresentazioni più semplici di quelle proposte da B&T, II ed. Rappresentiamo le 3 componenti principali: il Bulge, il Disco e l'Alone.

Bulge Si può usare un modello di Hernquist

$$\rho_B(r) = \frac{\rho_0}{(r/a_B)(1+\frac{r}{a_B})^3} \qquad M_B = 2\pi \rho_0 a_B^3 \to \rho_0 = \frac{M_B}{2\pi a_B^3}$$

$$\rho_B(r) = \frac{M_B}{2\pi a_B^3 (\frac{r}{a_B})(1+\frac{r}{a_B})^3}$$

$$\phi_B = -\frac{\cancel{4}2\pi G \rho_0 a_B^2}{\cancel{2}1(1+r/a_B)} \to \boxed{\phi_B = -\frac{G M_B}{r+a_B}}$$

$a_B \sim 0.7-0.8$ kpc
$M_B \sim 3.5\times 10^{10} M_\odot$

coord. sferiche $\to$ cilindriche : $\boxed{r \to \sqrt{R^2+z^2}}$

Disco Modello di Miyamoto & Nagai

$$\phi_D(R,z) = -\frac{G\, M_D}{\sqrt{R^2+(a_D+\sqrt{z^2+b_D^2})^2}}$$

$$\rho_D(R,z) = \frac{1}{4\pi}\frac{M_D}{a_D^3}\cdot\left(\frac{b_D}{a_D}\right)^2 \cdot \frac{(\frac{R}{a_D})^2+\left(1+3\sqrt{(\frac{z}{a_D})^2+(\frac{b_D}{a_D})^2}\right)\left(1+\sqrt{(\frac{z}{a_D})^2+(\frac{b_D}{a_D})^2}\right)^2}{\left[(\frac{R}{a_D})^2+\left(1+\sqrt{(\frac{z}{a_D})^2+(\frac{b_D}{a_D})^2}\right)^2\right]^{5/2}\left[(\frac{z}{a_D})^2+(\frac{b_D}{a_D})^2\right]^{3/2}}$$

$a_D \sim 6.5-8.5$ kpc
$b_D \sim 0.26$ kpc
$M_D \sim 1-2\times 10^{11} M_\odot$

$\boxed{\text{Alone}}$ Potenziale logaritmico (per avere un possibile schiacciamento)

$$\boxed{\phi_A \simeq \frac{1}{2} v_0^2 \ln\left(R_c^2 + R^2 + \frac{z^2}{q_\phi^2}\right) + \text{cost.}}$$

$$\rho(R,z) = \frac{1}{4\pi G}\left\{\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(R\frac{\partial \phi_A}{\partial R}\right) + \frac{\partial^2 \phi_A}{\partial z^2}\right\}$$

$$\boxed{\rho(R,z) = \frac{v_0^2}{4\pi G q_\phi^2} \frac{R^2 + R_c^2(2q_\phi^2+1) + z^2(2 - 1/q_\phi^2)}{\left(R_c^2 + R^2 + \frac{z^2}{q_\phi^2}\right)^2}}$$

$v_0 \simeq 170$ km/s	
$R_c \sim 12$ kpc	
$q_\phi > 0.95$	90%
$q_\phi > 0.85$	99%

NB: lo schiacciamento delle curve isopotenziali è $\sim 1/3$ dello schiacciamento delle curve di isodensità

Se $q_\phi < \frac{1}{\sqrt{2}} \sim 0.707$ $\rho(R,z)$ diventa negativa attorno all'asse z!

Modello sferico NFW:

$$\boxed{\phi_A \simeq -4\pi G \rho_{0H} a_H^2 \frac{\ln(1 + r/a_H)}{r/a_H}}$$

$a_H \sim 30$ kpc	
$\rho_{0H} \sim 0.3 \times 10^{-24}$ g/cm^3	

troncato a ~ 350 kpc, dopo di che $\phi \sim 1/r$

$$\boxed{\rho_A(r) \simeq \frac{\rho_{0H}}{(r/a_H)(1 + r/a_H)^2}}$$

Ricordiamo che la massa di NFW diverge!

$$M_{NFW}(r) = 4\pi \rho_{0H} a_H^3 \left[\ln\left(1 + \frac{r}{a_H}\right) - \frac{r/a_H}{1 + r/a_H}\right]$$

$1\ \text{g/cm}^3 \equiv 1.48 \times 10^{31}\ M_\odot/\text{kpc}^3 \rightarrow 0.3 \times 10^{-24}\ \text{g/cm}^3 = 4.4 \times 10^6\ M_\odot/\text{kpc}^3$

NB: Dimensionalmente, ϕ è il quadrato di una velocità (vedi il pot. logaritmico) e si può misurare in (km/s)^2.

Se usiamo le masse in $M_\odot$, le distanze in kpc, allora per avere ϕ in (km/s)^2 si prende $G \cong 4.3 \times 10^{-6}$

$$\frac{6.67 \times 10^{-8}\ \text{cgs} \cdot M_\odot \cdot 1.99 \times 10^{33}\ \text{g}/M_\odot}{R_{kpc} \cdot 3.086 \times 10^{21}\ \text{cm/kpc}} = (\text{cm/s})^2 / \cdot \frac{1}{(10^5)^2} \rightarrow (\text{km/s})^2$$