20 settembre

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

Assioma (Princ. Induzione)

Assioma: Sia $S \subseteq \mathbb{N}$ un sottoinsieme di $\mathbb{N}$ che soddisfa: $\left(\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\} \right)$

1) $1 \in S$

2) $n \in S \Rightarrow n+1 \in S$

Allora $S = \mathbb{N}$.

<u>Teor</u> Supponiamo che ad ogni $n \in \mathbb{N}$ sia associata una proposizione P_n. Supponiamo:

(1') P_1 è vera

(2') P_n è vera $\Longrightarrow$ P_{n+1} è vera

$\boxed{\text{Allora } P_n \text{ è vera } \forall n \in \mathbb{N}.}$

Dim Definiamo

$$S = \{ n \in \mathbb{N} : P_n \text{ è vera} \}$$

Vogliamo dimostrare $S = \mathbb{N} \Longleftrightarrow$ tesi

a) $1 \in S \Longleftrightarrow P_1$ è vera Siccome l'ipotesi (1') dice che P_1 è vera segue $1 \in S$.

b) Dobbiamo verificare che $n \in S \Longrightarrow n+1 \in S$

$$n \in S \iff P_n \text{ è vera}$$

$$P_n \text{ è vera} \xRightarrow{(2')} P_{n+1} \text{ è vera.}$$

$$P_{n+1} \text{ è vera} \iff n+1 \in S$$

Conclusione. Abbiamo dimostrato che

$$n \in S \implies n+1 \in S.$$

$$\boxed{S = \mathbb{N}}$$

<u>Teor</u> (Dis. di Bernoulli) $\forall n \in \mathbb{N}$ e $\forall a \geq -1$ vale

$$(1+a)^n \geq 1 + na \qquad (P_n)$$

<u>Dim</u> (Per induzione)

Verifichiamo se P_1 è vera.

$$(1+a)^1 = 1+a \qquad 1+na\,\big|_{n=1} = 1+a$$