



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI TRIESTE

Università degli Studi di Trieste

Dipartimento di Ingegneria e Architettura

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Industriale

Macchine Elettriche

Anno accademico 2021-2022

A. Tessarolo

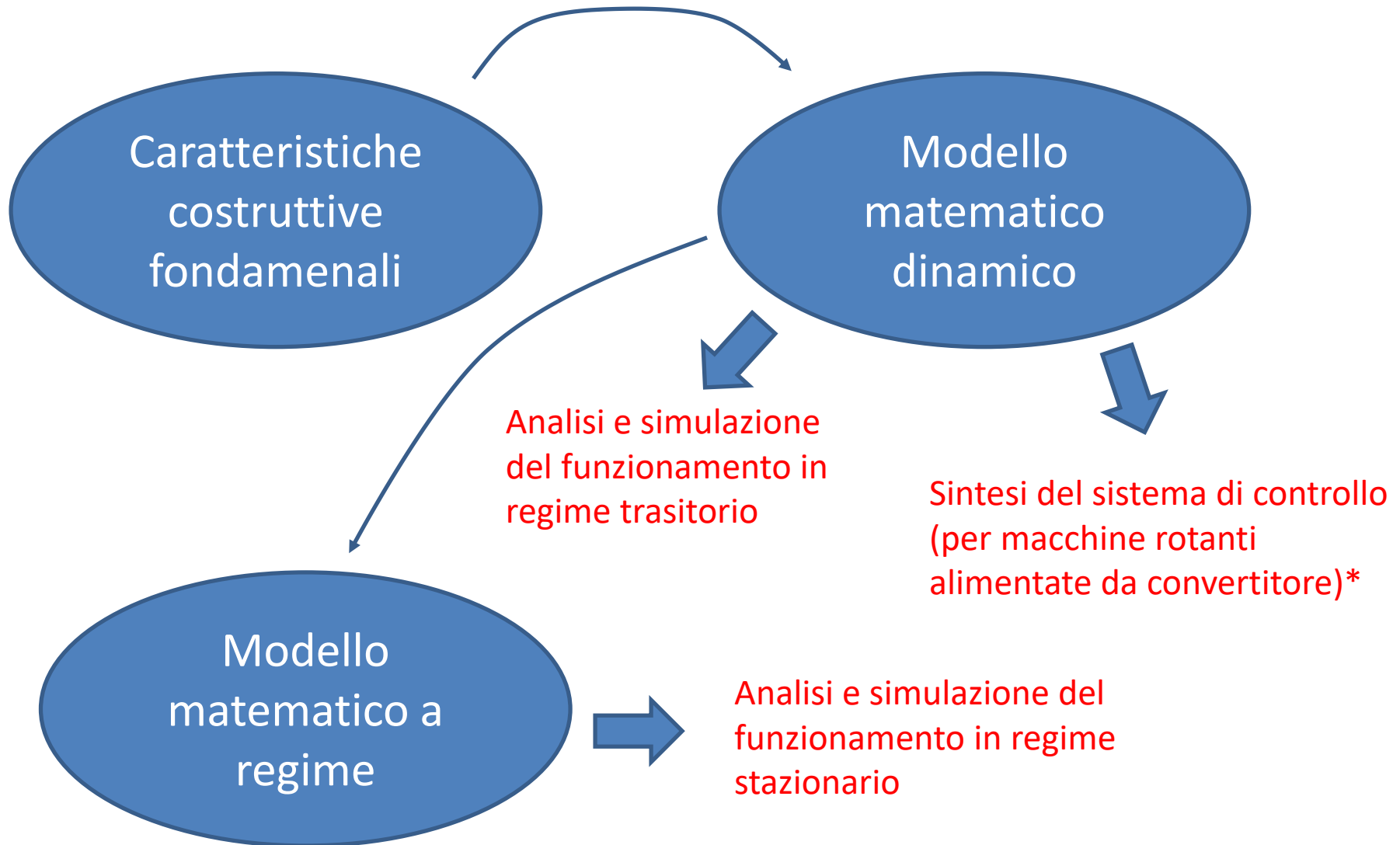
Tipi di macchine trattati nel corso

- Trasformatori
- Macchine a corrente continua
- Macchine asincrone
- Macchine sincrone con rotore avvolto
- Macchine sincrone a magneti permanenti
- Macchine a riluttanza
- Macchine speciali

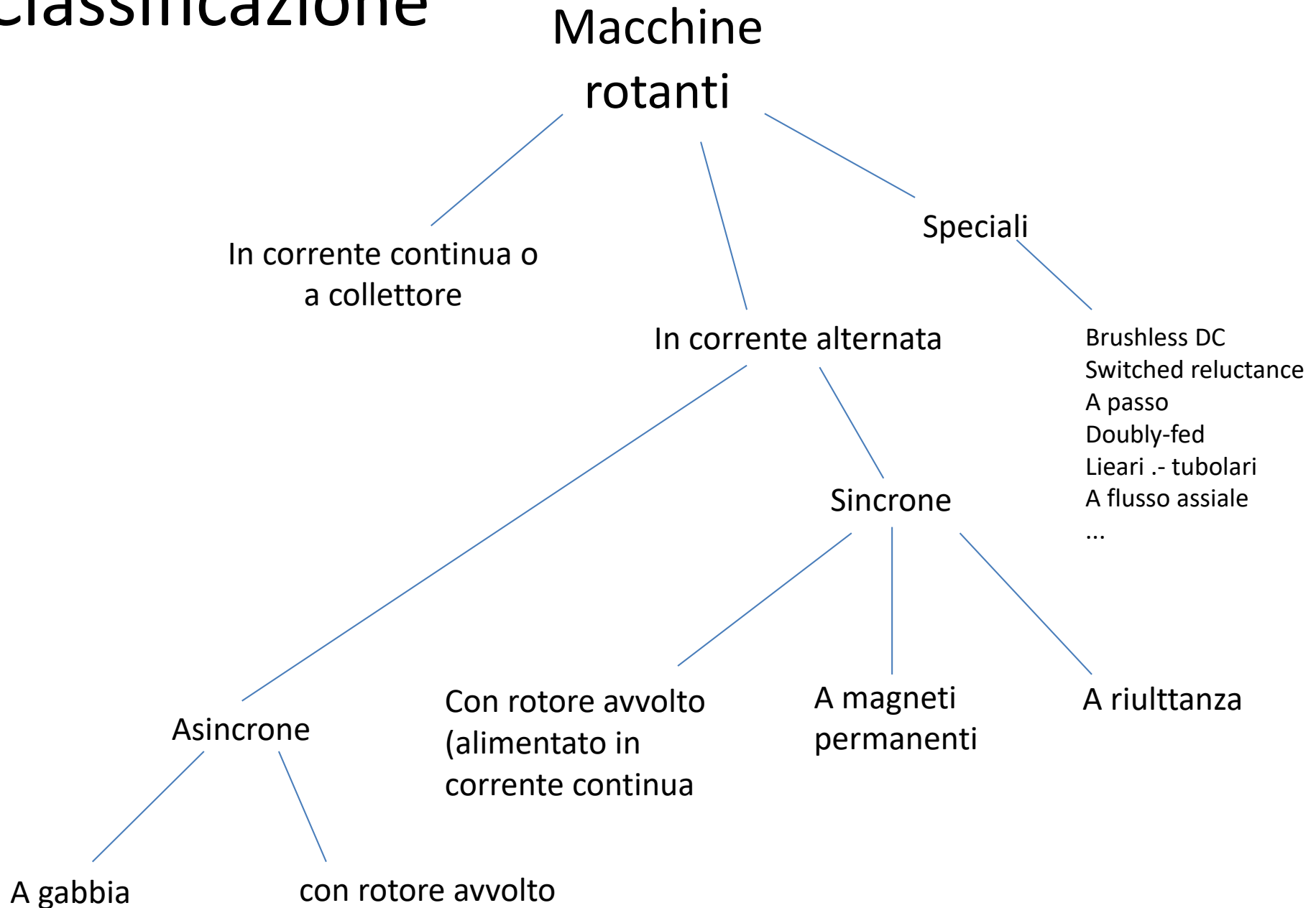
Macchine
elettriche
rotanti

Motori brushless-DC, motori e generatori switched reluctance, motori a passo, motori e generatori asincroni «doubly-fed», motori e generatori lineari e tubolari, a flusso assiale, ecc.

Per ogni tipologia di macchine elettriche



Classificazione



Macchina rotante

«Carcassa» o «cassa» o involucro con **sistema di raffreddamento** (es. alette, scambiatore di calore), **morsettiera, basamento, scudo con cuscinetti**

«parti attive»

Statore

Nucleo magnetico

Avvolgimenti elettrici

Rotore

Nucleo magnetico

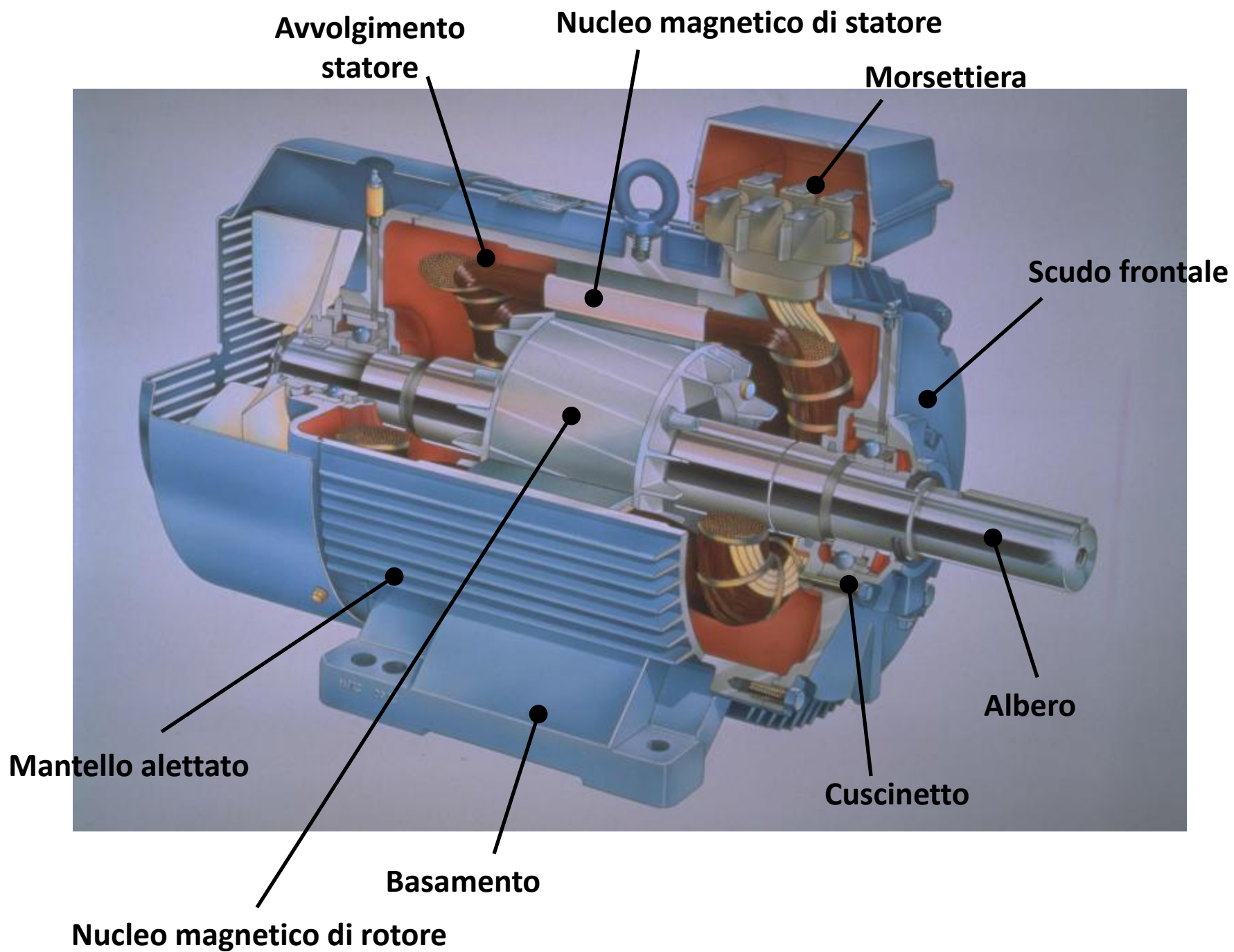
Altro a seconda del tipo di macchina

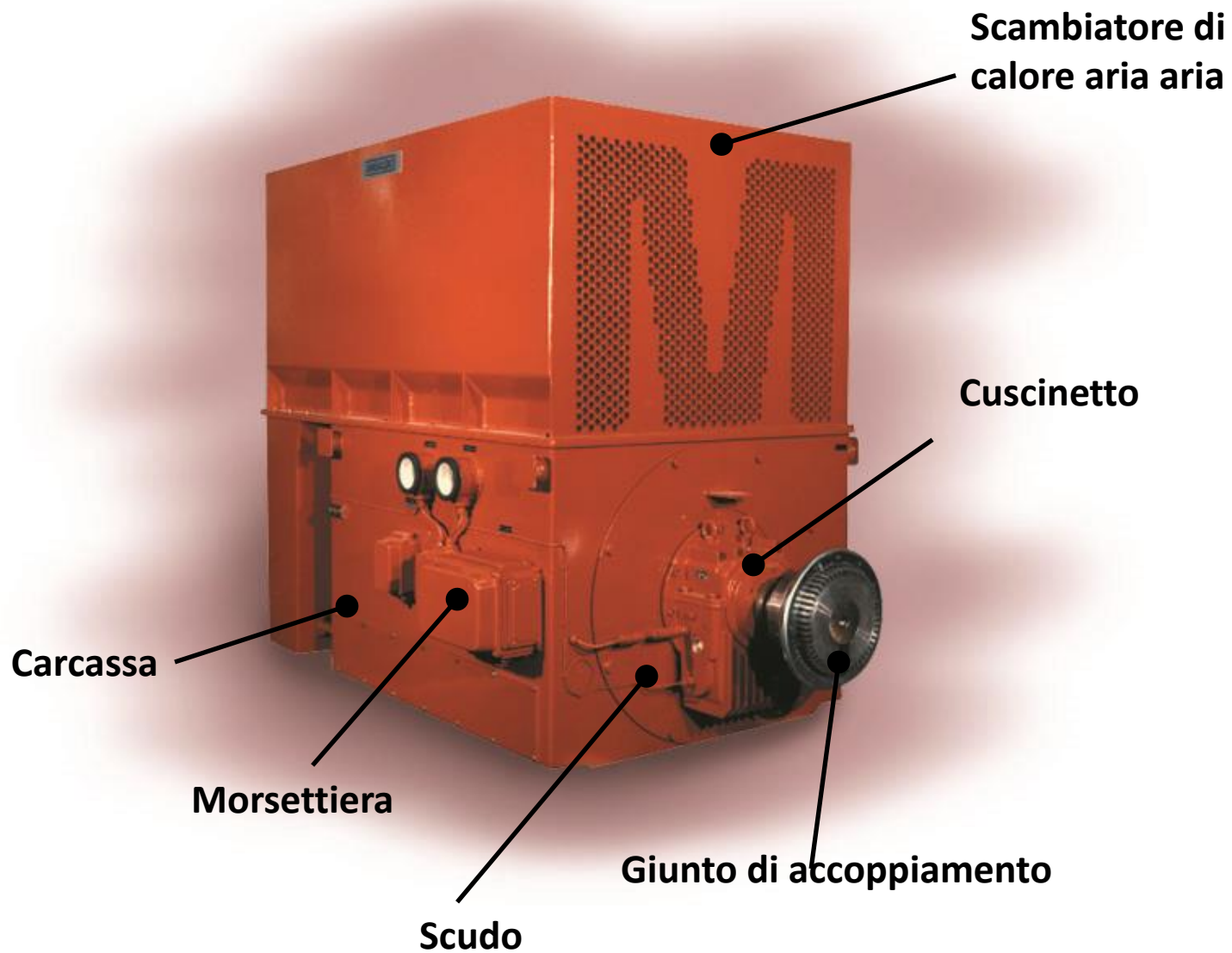
Sedi di correnti elettriche e flussi magnetici utili

Albero

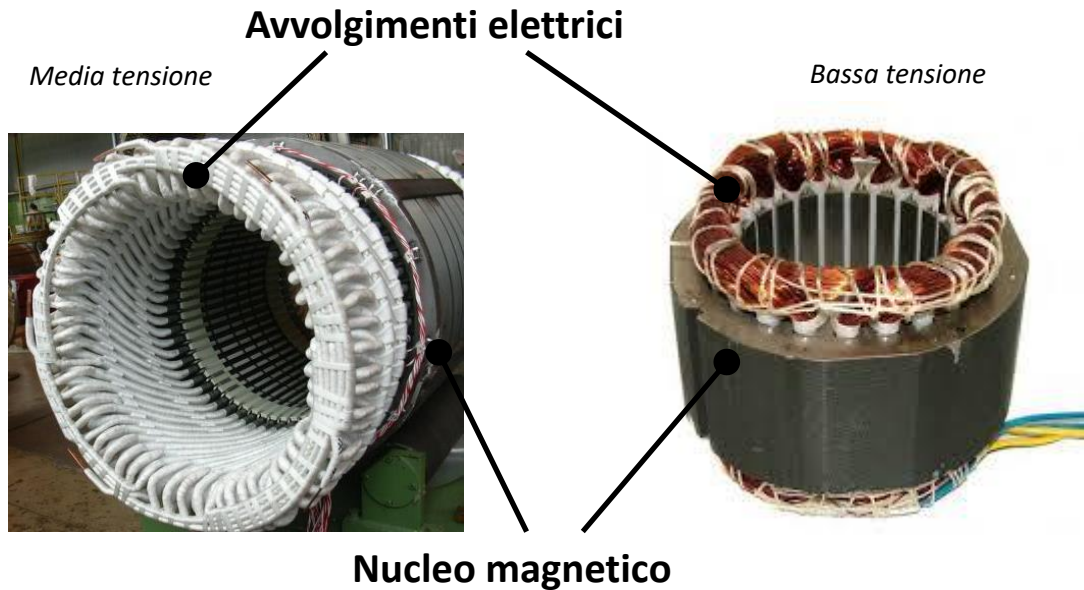
Cuscinetti

Magneti
Avvolgimento di campo
Barriere di flusso
Gabbia
Avvolgimento di armatura
...





Statori di macchine rotanti in corrente alternata



Tipicamente avvolgimenti elettrici trifase alimentati in corrente alternata

Statore di macchine rotanti in corrente continua

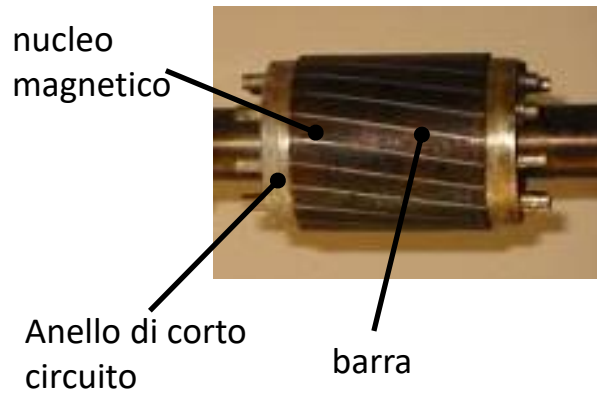
Nucleo magnetico



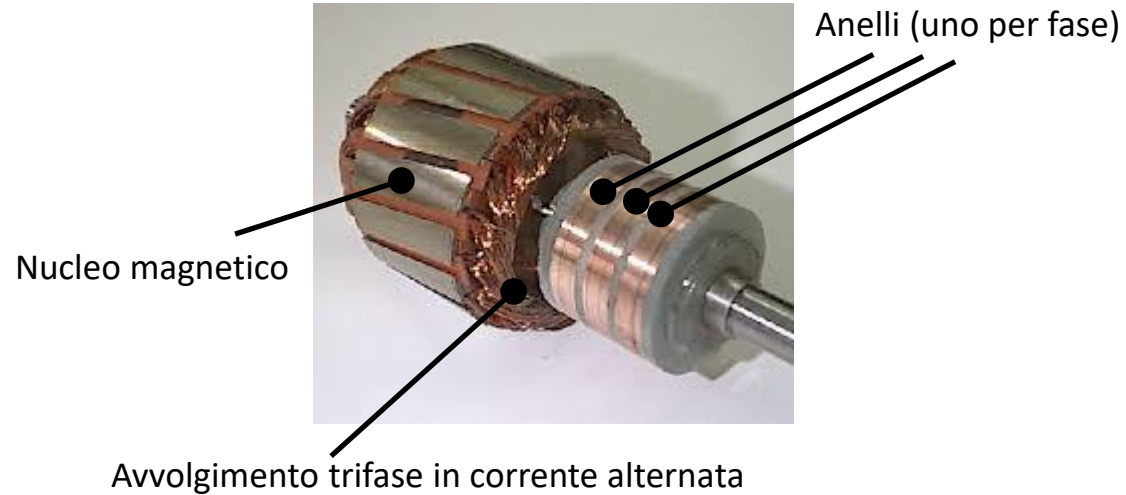
Avvolgimento elettrico in corrente continua

Rotori

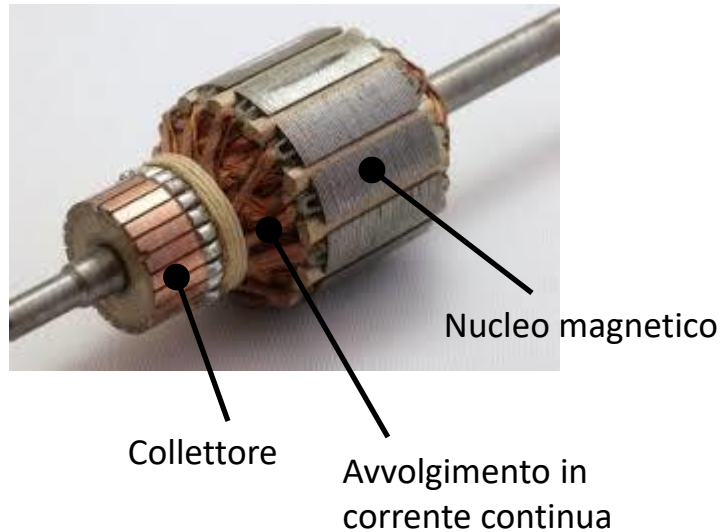
Rotore di macchina asincrona a gabbia



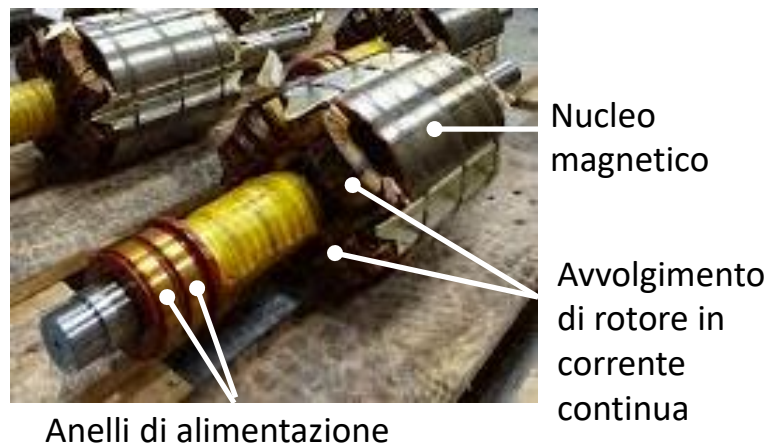
Rotore di macchina asincrona a rotore avvolto



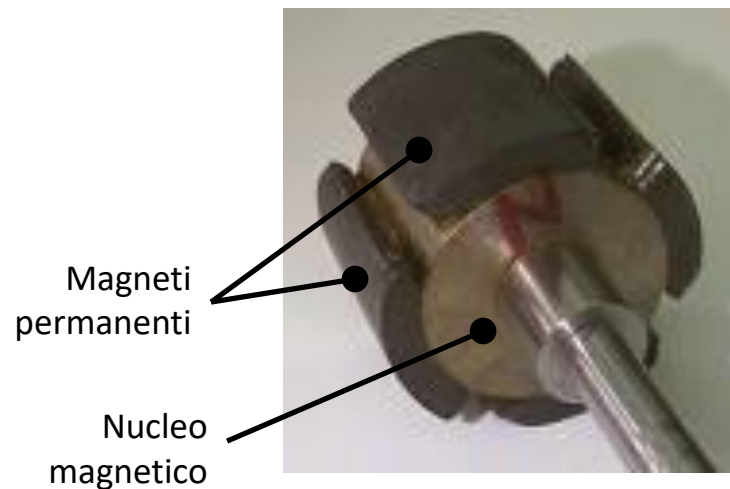
Rotore di macchina in corrente continua



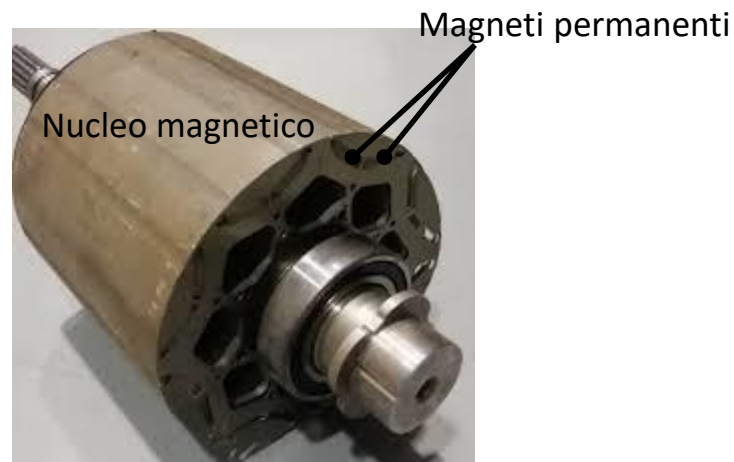
Rotore avvolto di macchina sincrona



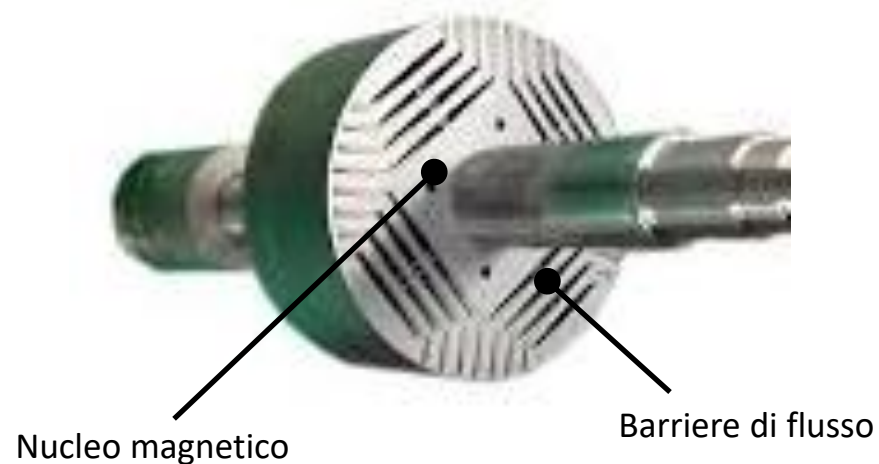
Rotore di macchina sincrona a magneti permanenti superficiali



Rotore di macchina sincrona a magneti permanenti interni



Rotore di macchina sincrona a riluttanza



Definizione di regime stazionario

(A meno delle armoniche....)

Macchine rotanti

Trasformatori

In corrente alternata

Correnti sinusoidali di ampiezza e frequenza costante nei circuiti in corrente alternata

Correnti continue costanti nei circuiti in corrente continua

Velocità di rotazione costante

In corrente continua

Correnti continue costanti in tutti i circuiti di macchina

Velocità di rotazione costante

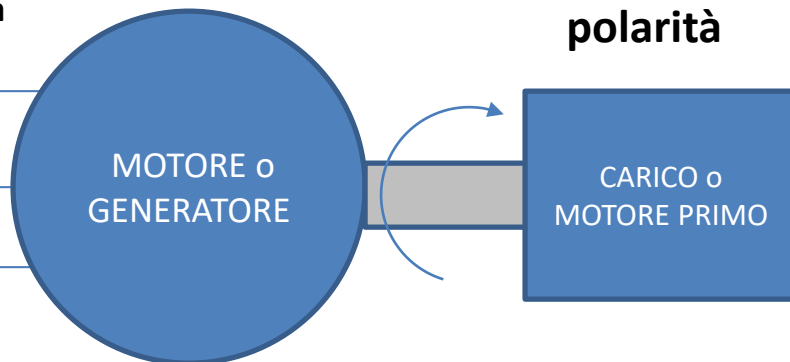
Correnti sinusoidali di ampiezza e frequenza costante nei circuiti in corrente alternata

50 Hz o 60 Hz

MACCHINE AC UN TEMPO

Tensione e
frequenza
fissa

Velocità fissa
dipendente dalla
polarità



PER AVERE VELOCITA'
VARIABILE SI DOVEVA
RICORRERE ALLA
MACCHIA DC

MACCHINE AC OGGI

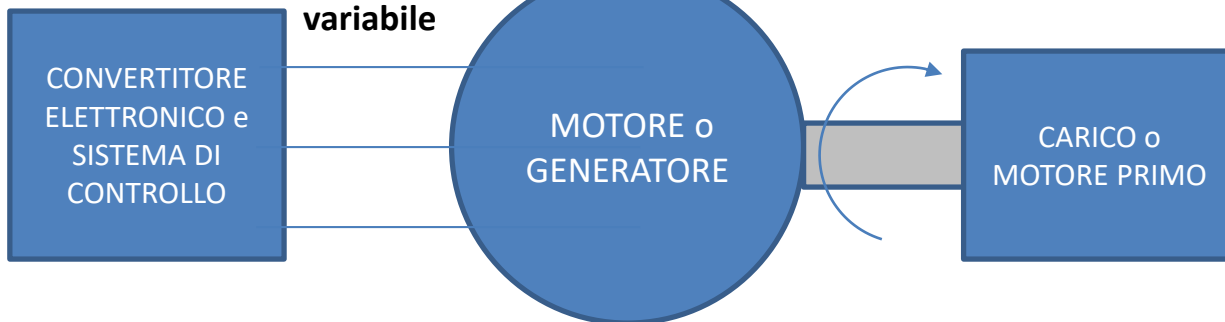
50 Hz o 60 Hz

QUESTA CONFIGURAZIONE STA SOPPIANTANDO LE MACCHINE DC

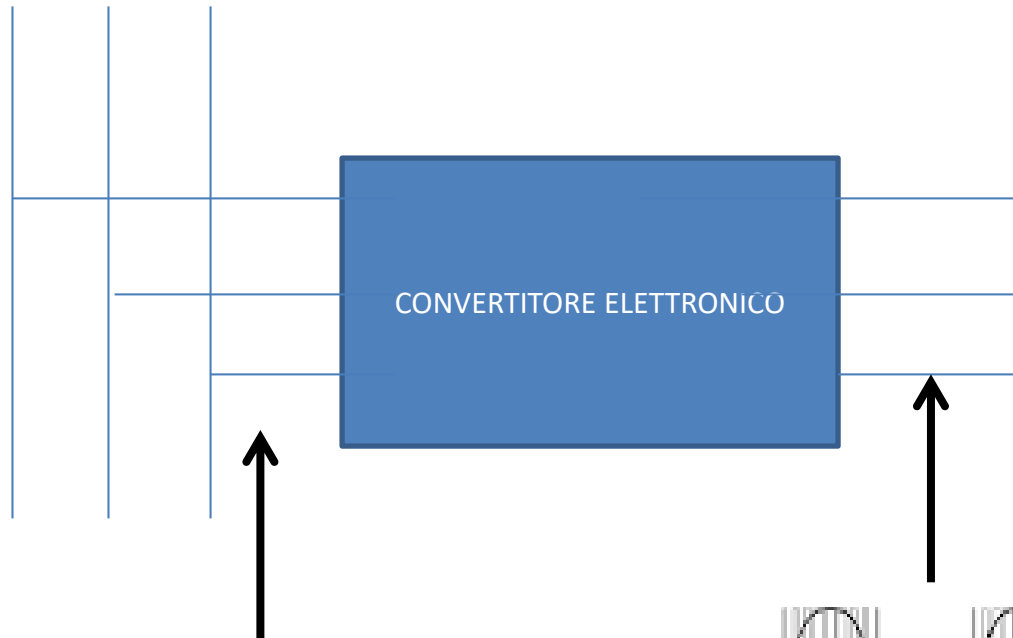
Tensione e
frequenza
fissa

Tensione e
frequenza
variabile

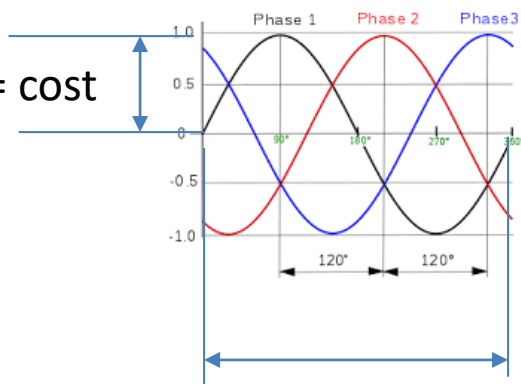
Velocità variabile



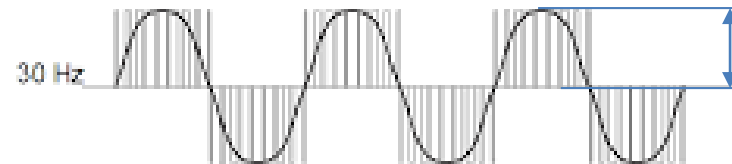
50 Hz o 60 Hz



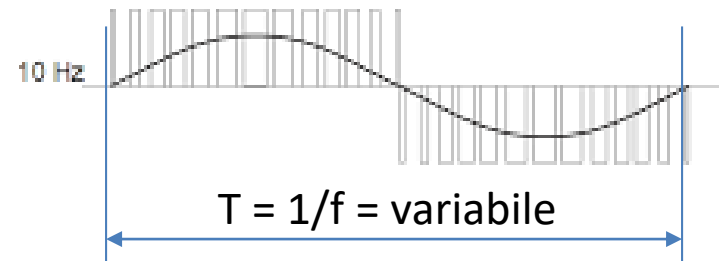
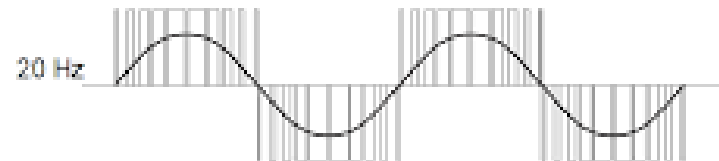
$V_{max} = \text{cost}$



$$T = 1/f = \text{cost}$$

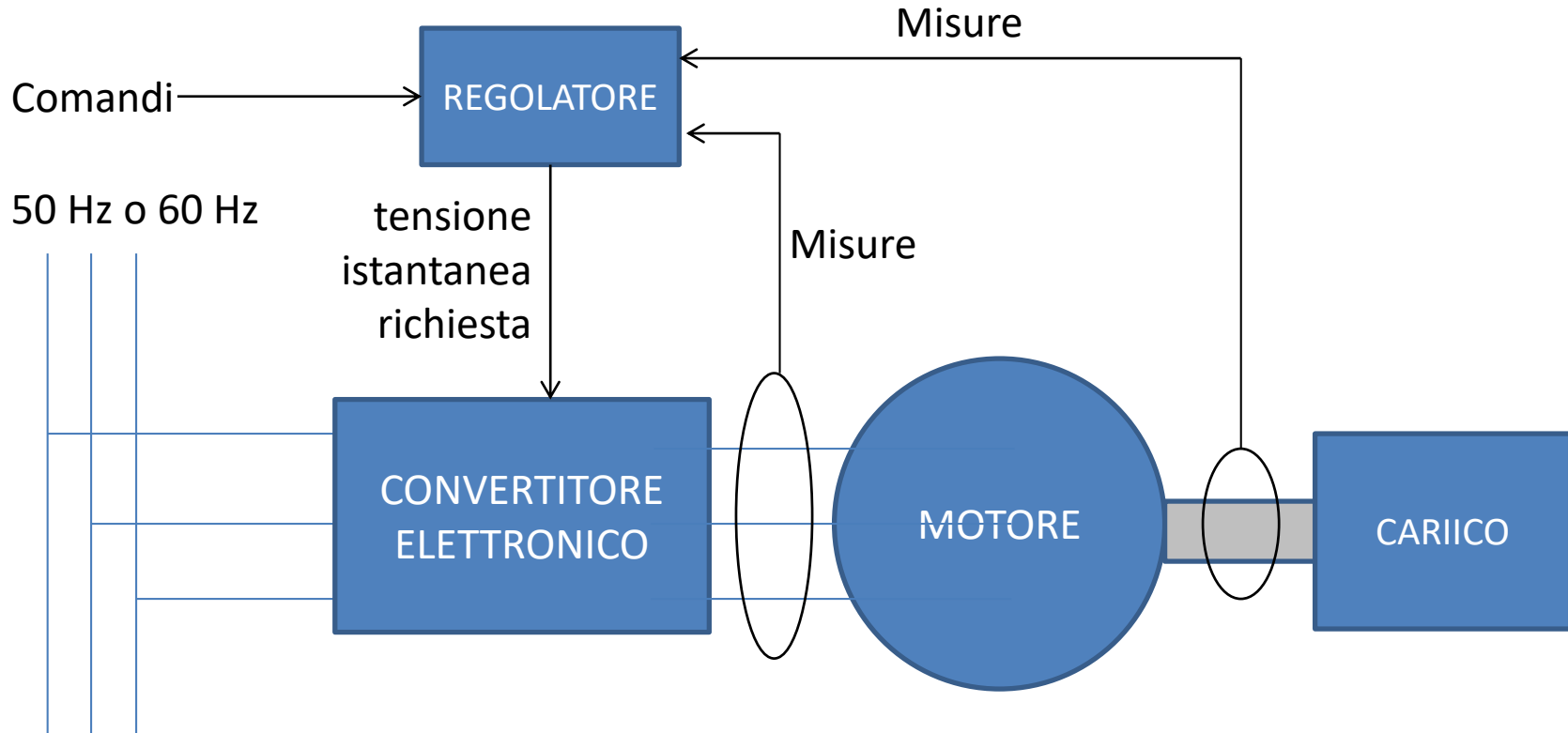


$V_{max} =$
variabile



$$T = 1/f = \text{variabile}$$

Il motore elettrico oggi è, in generale, parte di un **AZIONAMENTO A VELOCITA' VARIABLE**



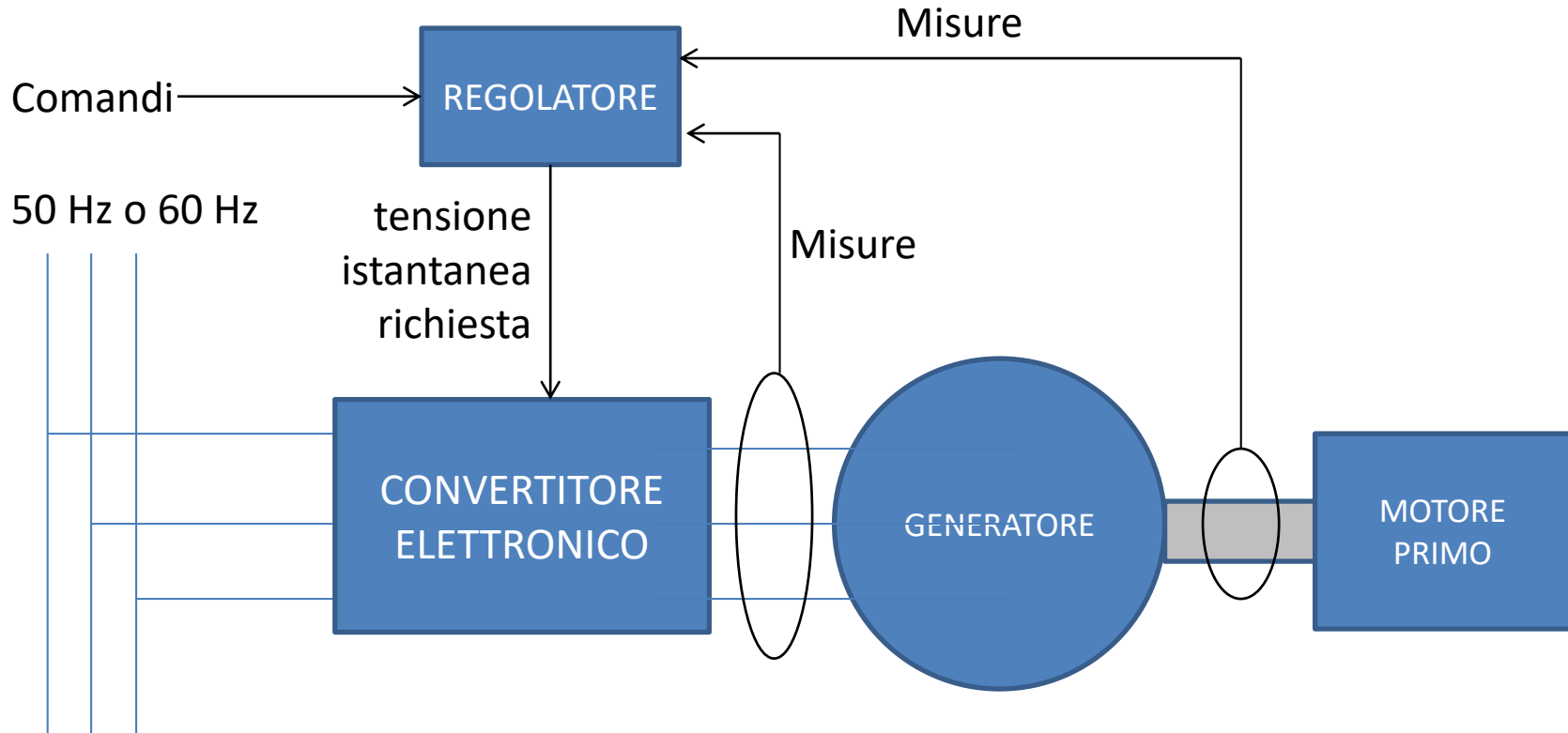
Le MISURE sono, ad esempio e tipicamente: FLUSSI, TENSIONI ATTUALI E CORRENTI

I COMANDI sono impostati dall'esterno e sono ad esempio e tipicamente: VELOCITA' DESIDERATA e FLUSSO DESIDERATO

Il regolatore è un apparato elettronico che implementa algoritmi in grado di decidere, ad ogni istante, la tensione di alimentazione che il convertitore deve generare allo scopo di raggiungere, **in tempi accettabili e senza errore a regime**, i comandi di velocità e di flusso.

Per progettare o parametrizzare correttamente gli algoritmi implementati dal regolatore serve conoscere il modello dinamico della macchina.

Lo stesso vale, spesso, anche per i generatori, che oggi sono, in molti casi (si pensi alla generazione eolica o idro-elettrica) **a velocità variabile**.



Il generatore ruota a velocità variabile e genera tensione a frequenza variabile. Il convertitore trasmette la potenza generata alla rete a frequenza fissa.

Il tutto per fare in modo che il motore primo (turbina a gas, turbina eolica, turbina idraulica, ecc.) lavori sempre in prossimità del suo punto di massima potenza o efficienza (MPPT, Maximum Power Point Tracking).

Il COMANDI in questo caso sono, tipicamente, la potenza da generare e la velocità di rotazione.

Dominio fisico



Motore o generatore

Dominio astratto
(modellizzazione)

MODELLO DINAMICO

Equazioni differenziali

che governano il funzionamento della macchina, cioè che legano correnti, tensioni, flussi, coppia e velocità

$\downarrow \frac{d}{dt} \dots = 0$

MODELLO STAZIONARIO

Equazioni algebriche che governano il funzionamento della macchina in regime stazionario

Dominio dell'analisi e del controllo

Progetto del
REGOLATORE per
il controllo

Simulazione del
comportamento
della macchina
nei transitori

Analisi e del
comportamento
della macchina in
condizioni
stazionarie

Dominio fisico



Motore o generatore

Dominio astratto
(modellizzazione)

MODELLO DINAMICO

Equazioni differenziali

che governano il funzionamento della macchina, cioè che legano correnti, tensioni, flussi, coppia e velocità

$$\downarrow \frac{d}{dt} \dots = 0$$

MODELLO STAZIONARIO

Equazioni algebriche che governano il funzionamento della macchina in regime stazionario

Dominio dell'analisi e
del controllo

Progetto del
REGOLATORE per
il controllo

Simulazione del
comportamento
della macchina
nei transitori

Analisi e del
comportamento
della macchina in
condizioni
stazionarie

Parti coperte
dal corso di
Macchine
Elettriche

Dominio fisico



Motore o generatore

Dominio astratto
(modellizzazione)

MODELLO DINAMICO

Equazioni differenziali

che governano il funzionamento della macchina, cioè che legano correnti, tensioni, flussi, coppia e velocità

$$\downarrow \frac{d}{dt} \dots = 0$$

MODELLO STAZIONARIO

Equazioni algebriche che governano il funzionamento della macchina in regime stazionario

Dominio dell'analisi e del controllo

Automatica
Azionamenti Elettrici

Progetto del
REGOLATORE per
il controllo

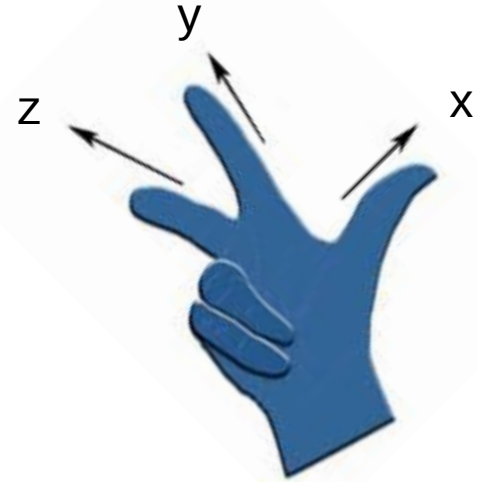
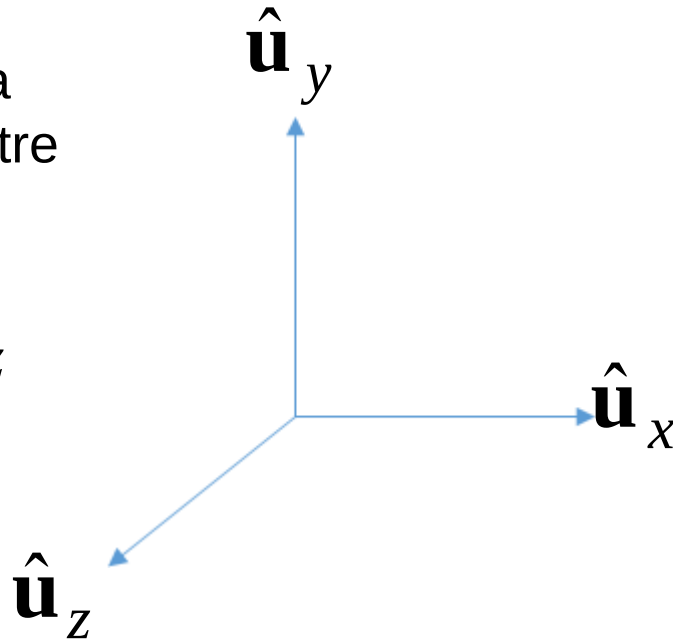
Simulazione del
comportamento
della macchina
nei transitori

Analisi e del
comportamento
della macchina in
condizioni
stazionarie

RICHIAMI DI ELETTRROMAGNETISMO

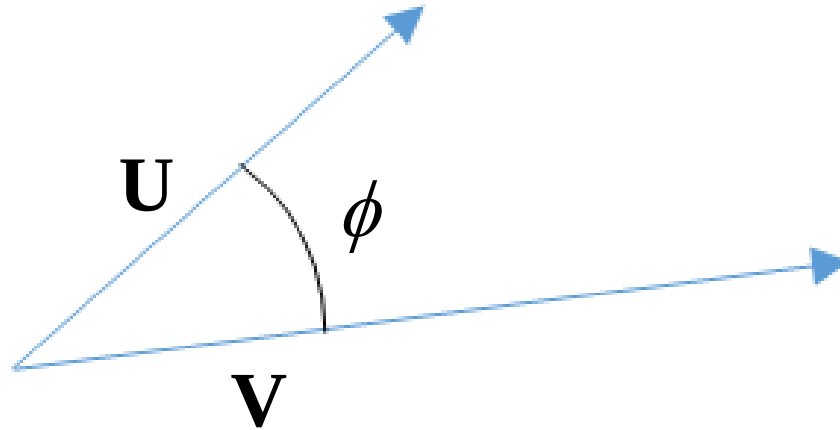
Terna destrorsa
individuata dai tre
versori

$\hat{\mathbf{u}}_x$ $\hat{\mathbf{u}}_y$ $\hat{\mathbf{u}}_z$



Prodotto scalare di due vettori $\mathbf{U}$ e $\mathbf{V}$:

$$\mathbf{U} \bullet \mathbf{V} = \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} V_x & V_y & V_z \end{pmatrix} = U_x V_x + U_y V_y + U_z V_z$$



Il prodotto scalare di due vettori **U** e **V** è anche uguale al prodotto dei loro moduli per il coseno dell'angolo tra essi compreso.

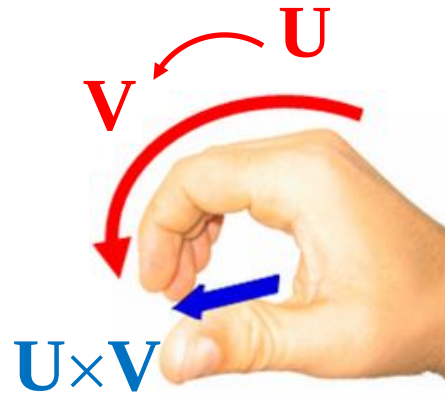
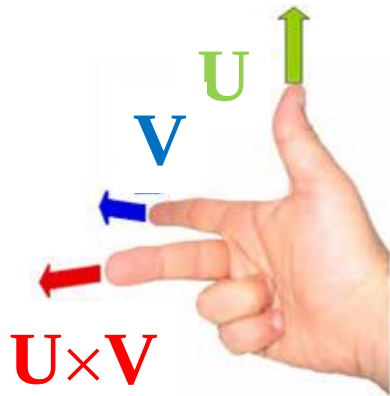
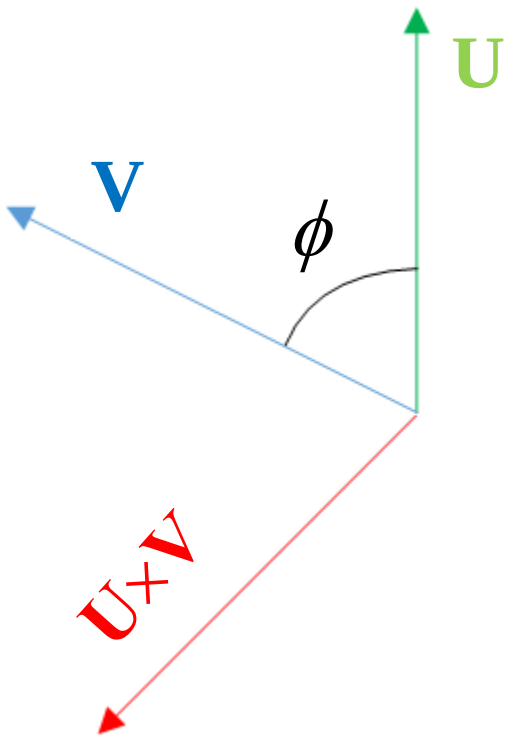
$$\mathbf{U} \bullet \mathbf{V} = \|\mathbf{U}\| \|\mathbf{V}\| \cos \phi$$

Prodotto vettoriale di due vettori **U** e **V**:

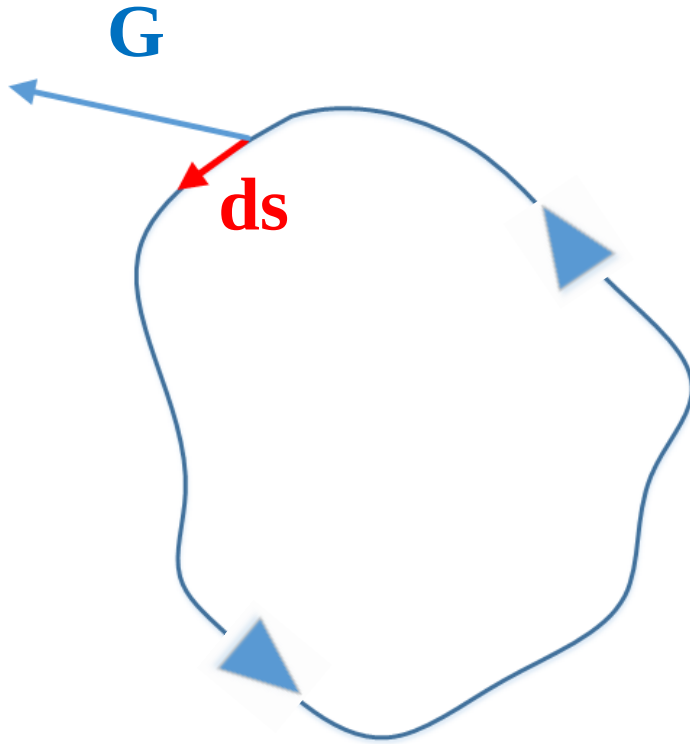
$$\begin{aligned}\mathbf{U} \times \mathbf{V} &= \det \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}}_x & \hat{\mathbf{u}}_y & \hat{\mathbf{u}}_z \\ U_x & U_y & U_z \\ V_x & V_y & V_z \end{pmatrix} = \\ &= \hat{\mathbf{u}}_x (U_y V_z - U_z V_y) - \hat{\mathbf{u}}_y (U_x V_z - U_z V_x) + \hat{\mathbf{u}}_z (U_x V_y - U_y V_x)\end{aligned}$$

Il prodotto vettoriale ha come modulo il prodotto dei moduli per il seno dell'angolo compreso

$$\|\mathbf{U} \times \mathbf{V}\| = \|\mathbf{U}\| \|\mathbf{V}\| \sin \phi$$



Circuitazione di un campo vettoriale $\mathbf{G}$ lungo una curva chiusa:

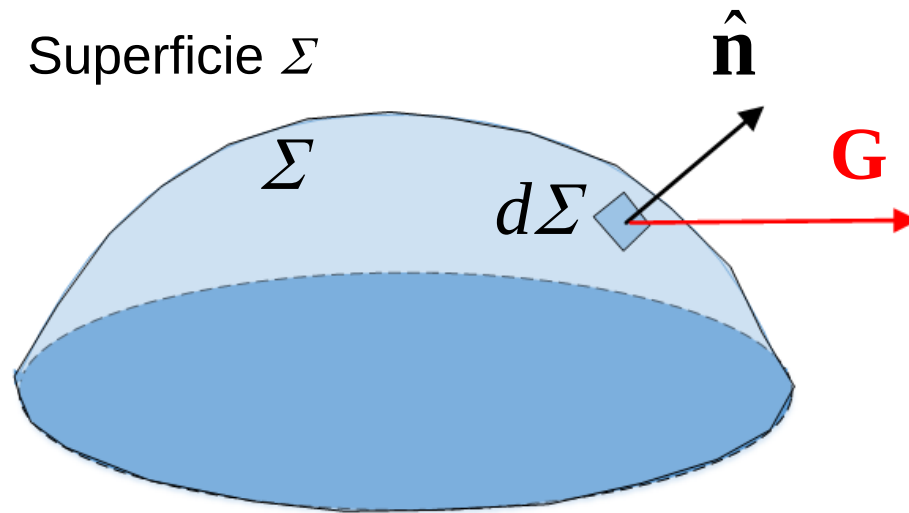


Curva chiusa Γ con
orientazione

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{G} \cdot d\mathbf{s}$$

(cambiando l'orientazione, la
circuitazione cambia segno)

Flusso di un campo vettoriale $\mathbf{G}$ attraverso una superficie



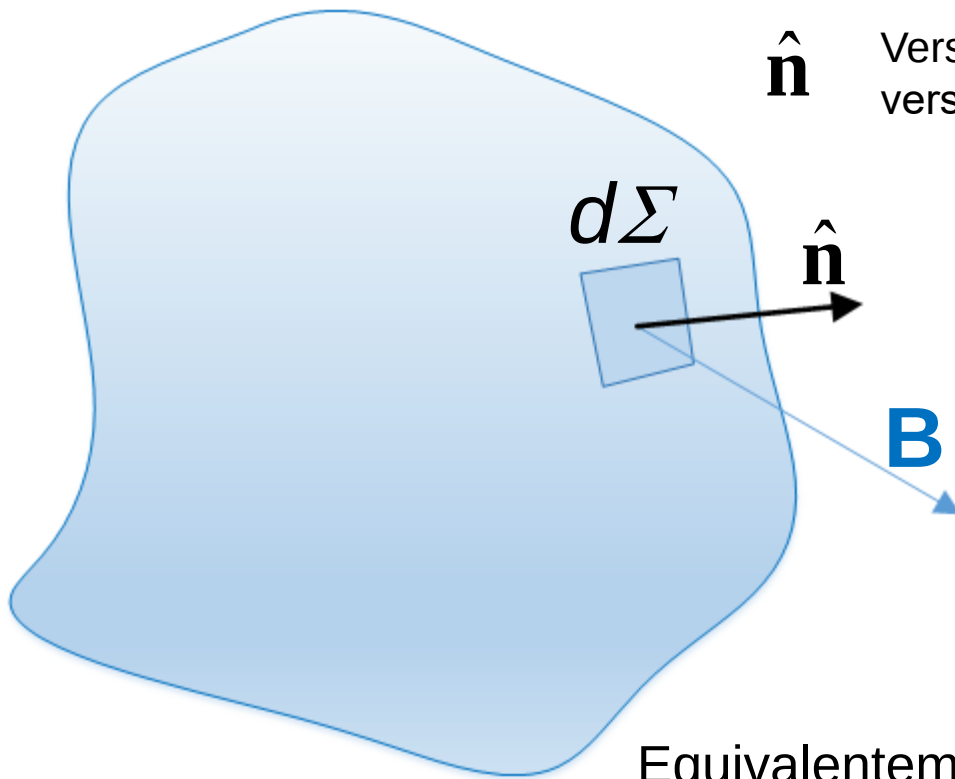
$$\Phi = \int_{\Sigma} (\mathbf{G} \bullet \hat{\mathbf{n}}) d\Sigma$$

Flusso dell'induzione magnetica attraverso una superficie chiusa.

«Solenoidalità» di $\mathbf{B}$

$\hat{\mathbf{n}}$

Versore normale alla superficie chiusa con verso che punta sempre verso l'esterno



$$\Phi = \int_{\Sigma} (\mathbf{B} \cdot d\hat{\mathbf{n}}) d\Sigma = 0$$

«Il flusso delle linee di induzione magnetica attraverso una superficie chiusa è sempre nullo»

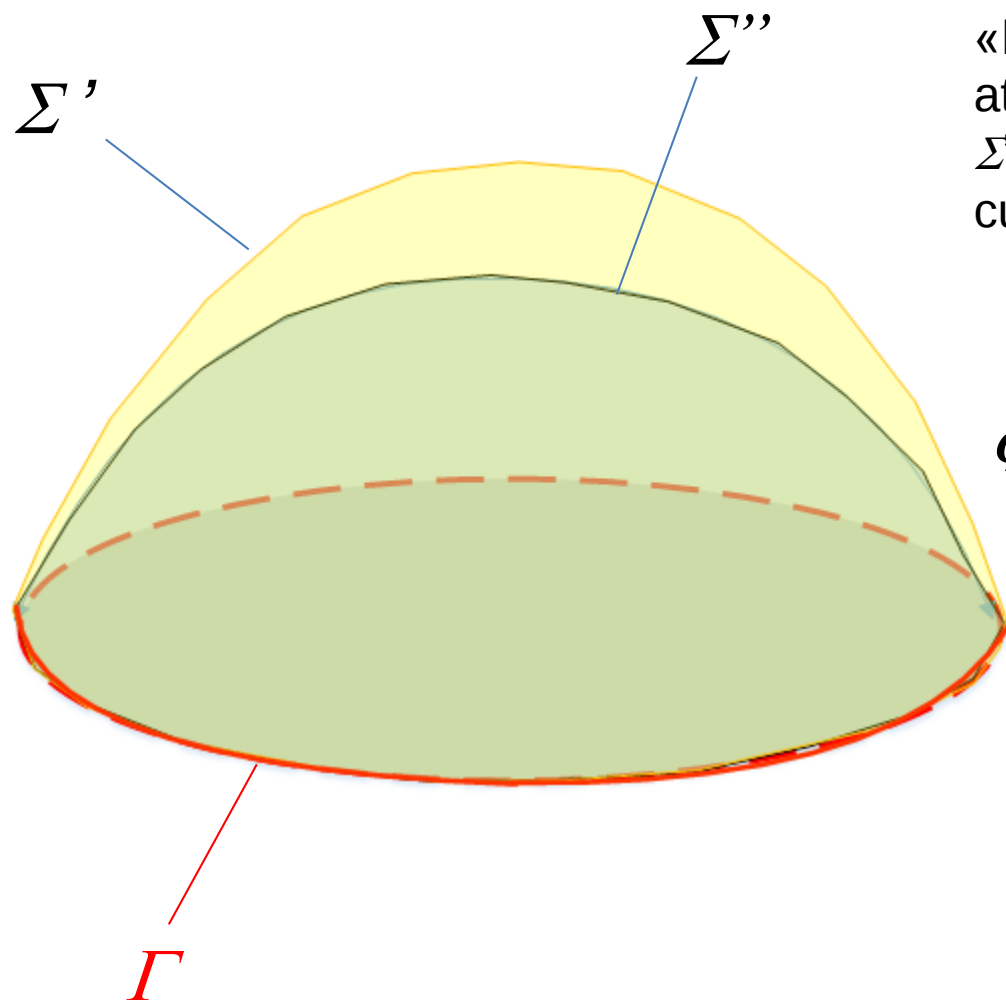
Equivalentemente:

«Il campo di induzione magnetica è solenoidale»

Equivalentemente:

«le linee di campo dell'induzione magnetica sono sempre linee chiuse, cioè senza un principio (*source*) e senza una fine (*sink*)».

Flusso dell'induzione magnetica attraverso una superficie. Flusso concatenato da una curva chiusa

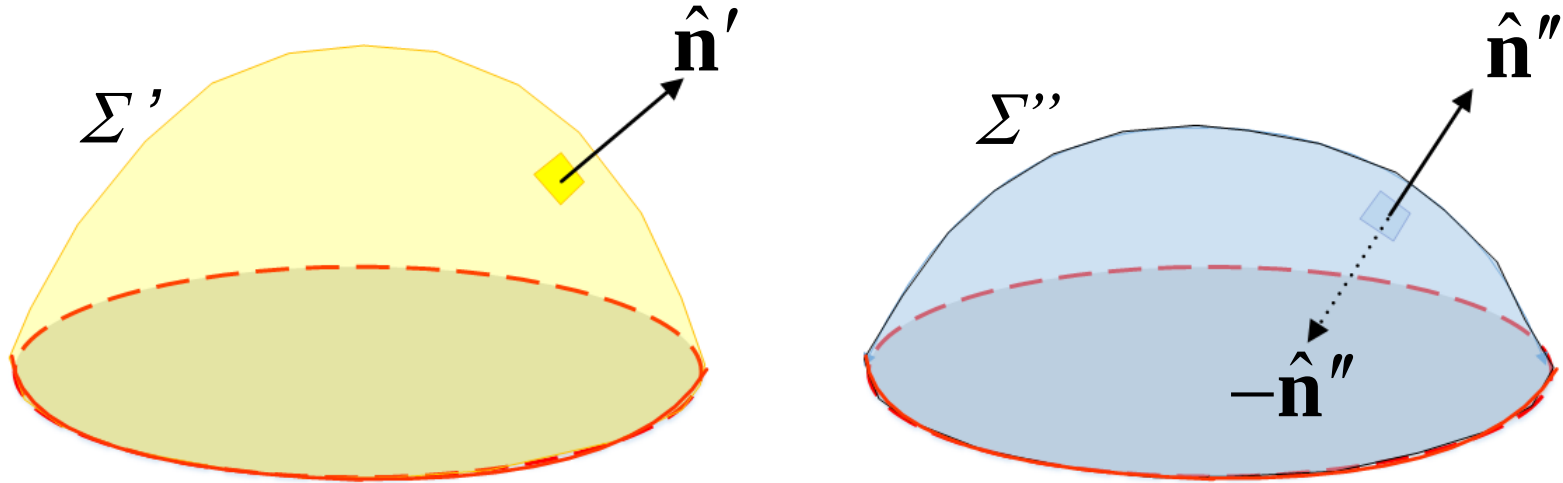


«Il flusso dell'induzione magnetica attraverso tutte le superfici (come Σ' e Σ'') che hanno per contorno la stessa curva chiusa Γ è lo stesso».

$$\Phi = \int_{\Sigma'} \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} d\Sigma = \int_{\Sigma''} \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} d\Sigma$$

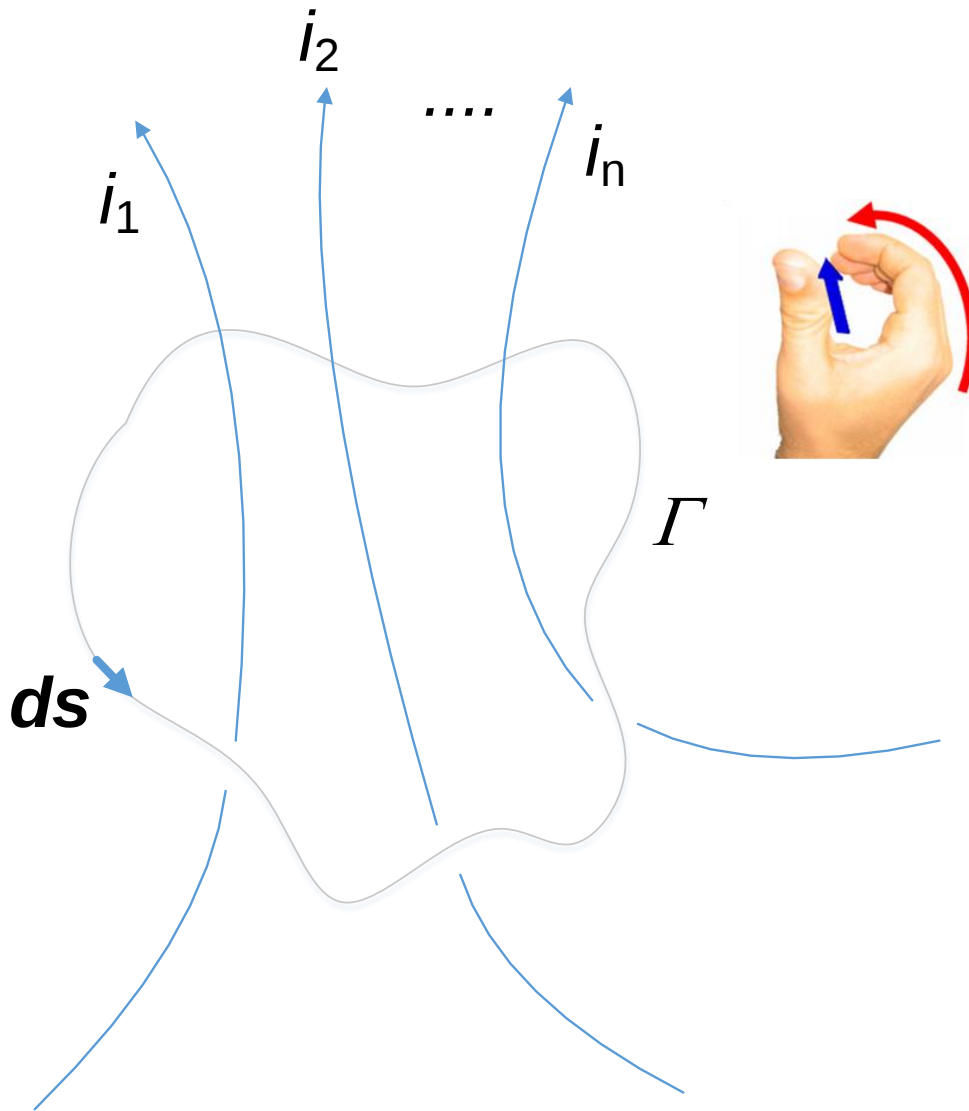
«Il flusso F si definisce come flusso concatenato dalla curva Γ ».

Infatti, l'unione di Σ' e Σ'' è una superficie chiusa (a patto che il versore di Σ'') sia preso con segno opposto.



$$\begin{aligned}\int_{\Sigma' \cup \Sigma''} \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} d\Sigma &= \int_{\Sigma'} \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}}' d\Sigma + \int_{\Sigma''} \mathbf{B} \cdot (-\hat{\mathbf{n}}'') d\Sigma = \\ &= \int_{\Sigma'} \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}}' d\Sigma - \int_{\Sigma''} \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}}'' d\Sigma = 0\end{aligned}$$

Teorema della circuitazione di Ampere

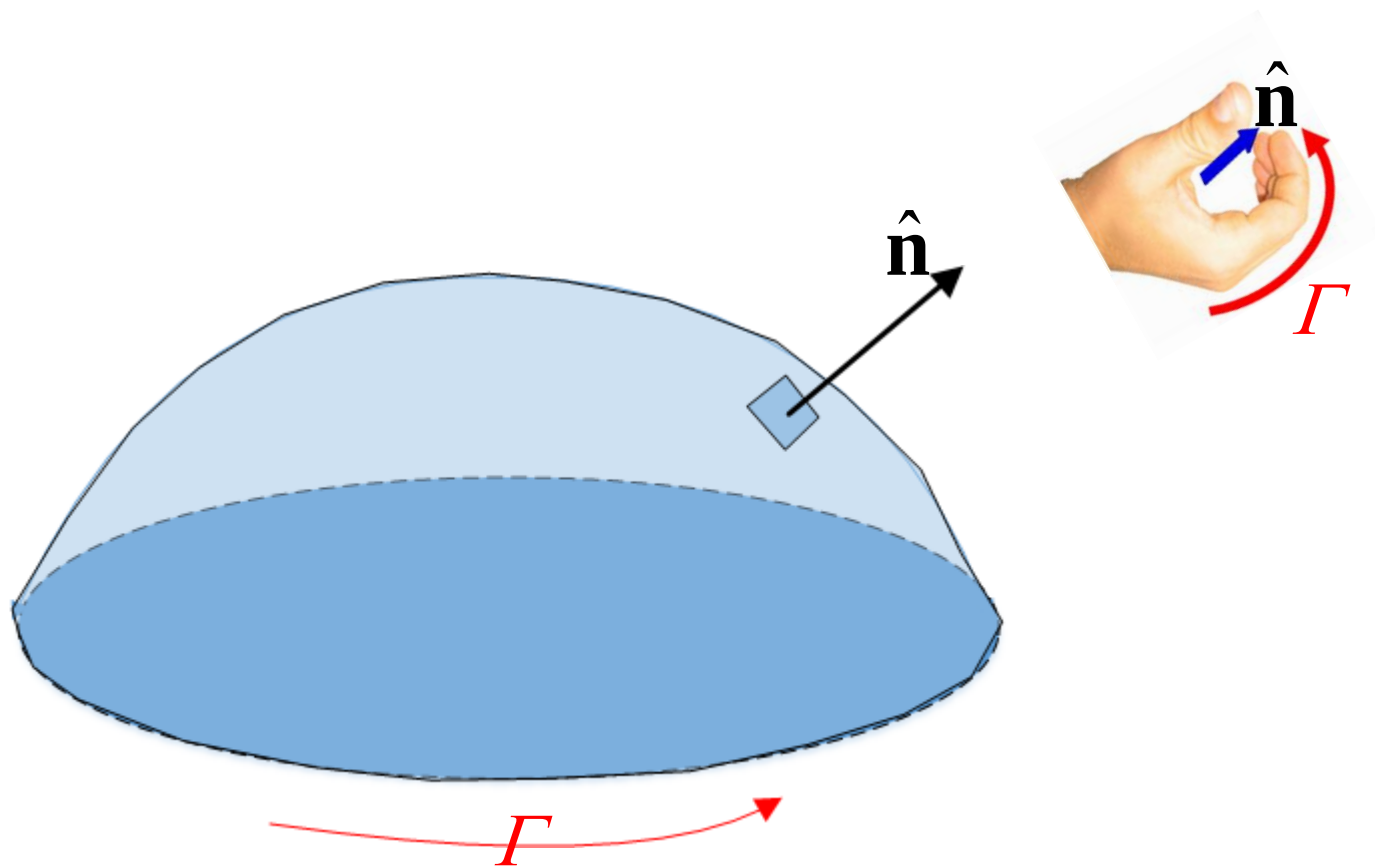


$$\oint_{\Gamma} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \sum_{k=1,2,\dots,n} i_k$$

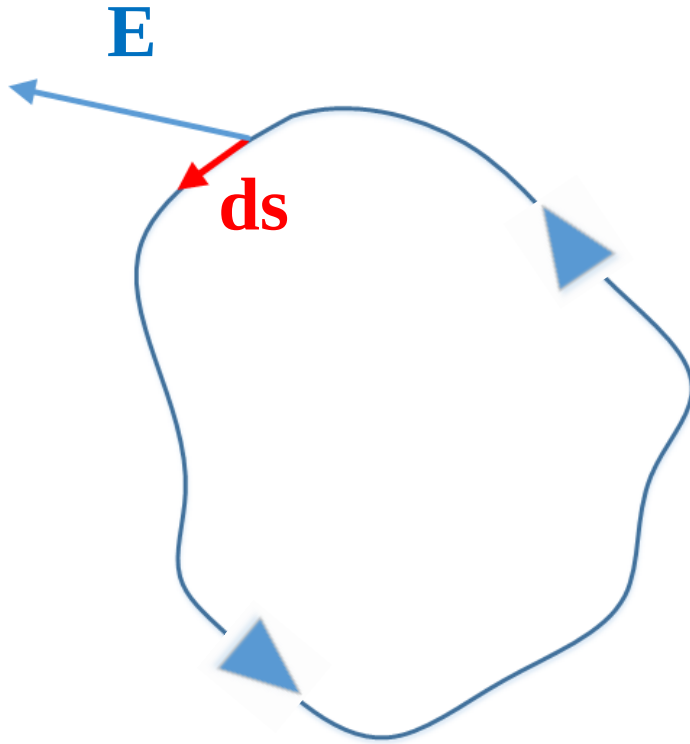
«La circuitazione del campo magnetico $\mathbf{H}$ lungo una curva chiusa Γ è uguale alla corrente concatenata da Γ ».

Il verso delle correnti va preso positivo o negativo in base alla regola della mano destra considerando il senso di percorrenza della curva Γ .

Per convenzione, il verso della curva Γ e il verso del versore normale alla superficie sono legati dalla regola della mano destra.



Forza elettromotrice lungo una curva chiusa

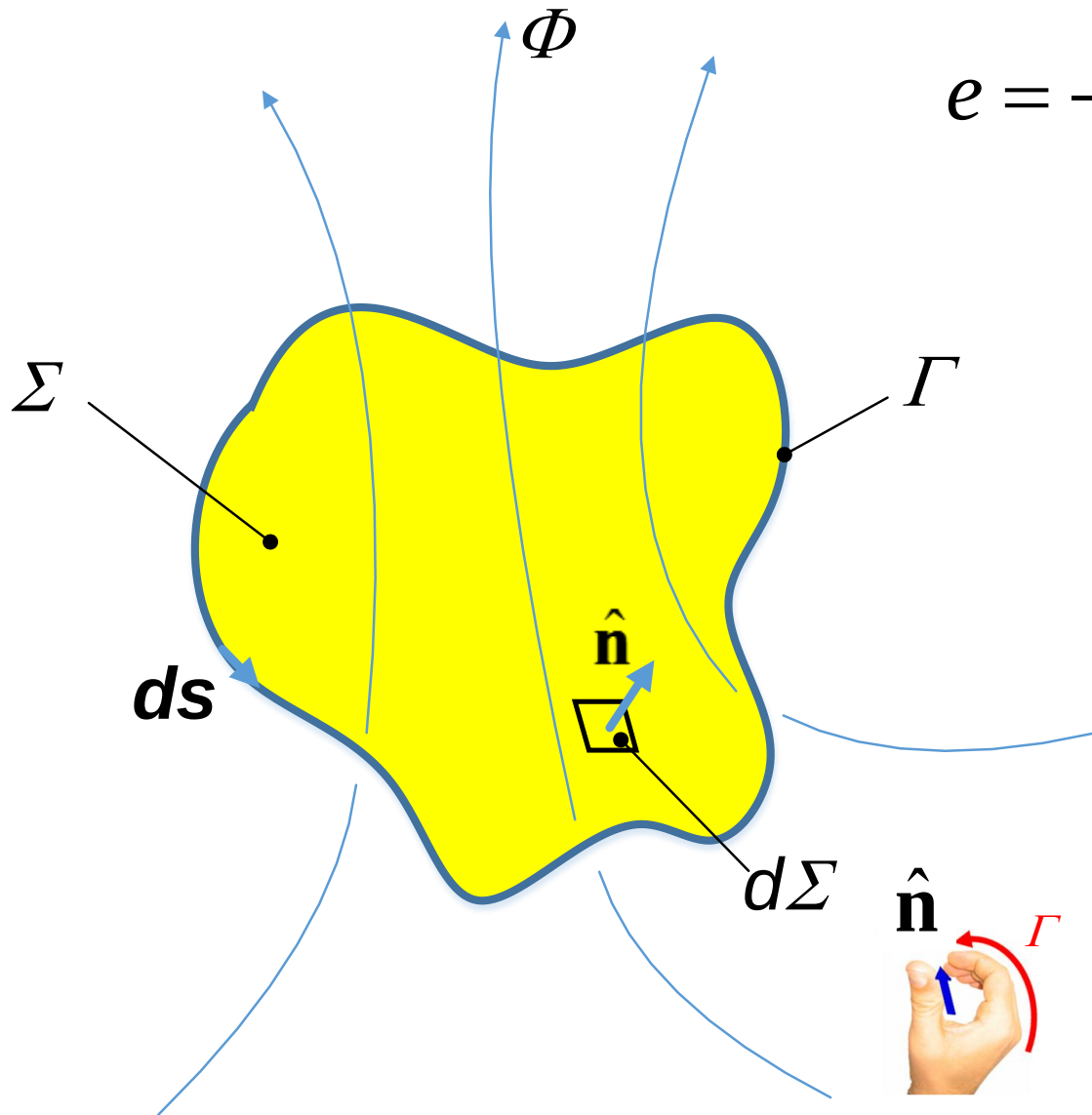


Curva chiusa Γ con
orientazione

$$e = \oint_{\Gamma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

«La forza elettromotrice lungo una curva chiusa (ciclo) Γ è la circuitazione del campo elettrico lungo Γ » .

Legge di Faraday - Lenz



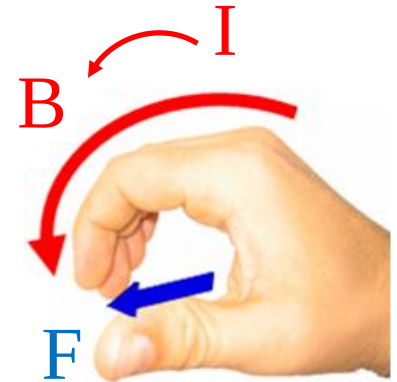
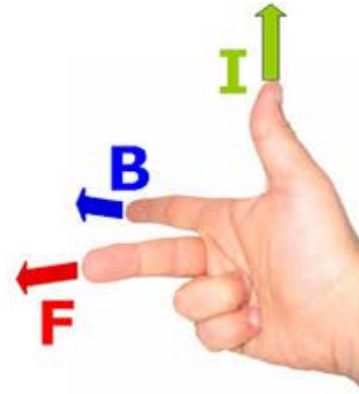
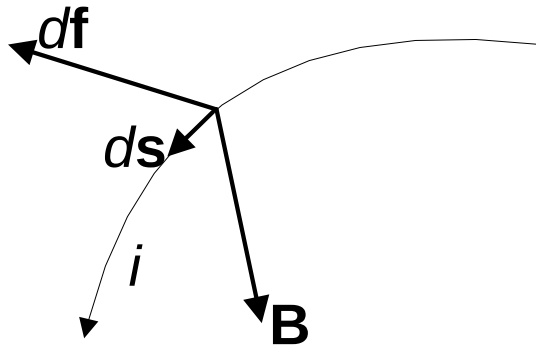
$$e = - \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{f.e.m. indotta}$$

«La forza elettromotrice lungo una curva chiusa (circuito) Γ è uguale alla derivata nel tempo del flusso magnetico concatenato da Γ » .

$$\Phi = \int_{\Sigma} (\mathbf{B} \cdot d\hat{\mathbf{n}}) d\Sigma$$

Il flusso concatenato Φ va preso con il segno derivante dalla legge della mano destra in base all'orientazione della curva Γ .

Legge di Lorentz

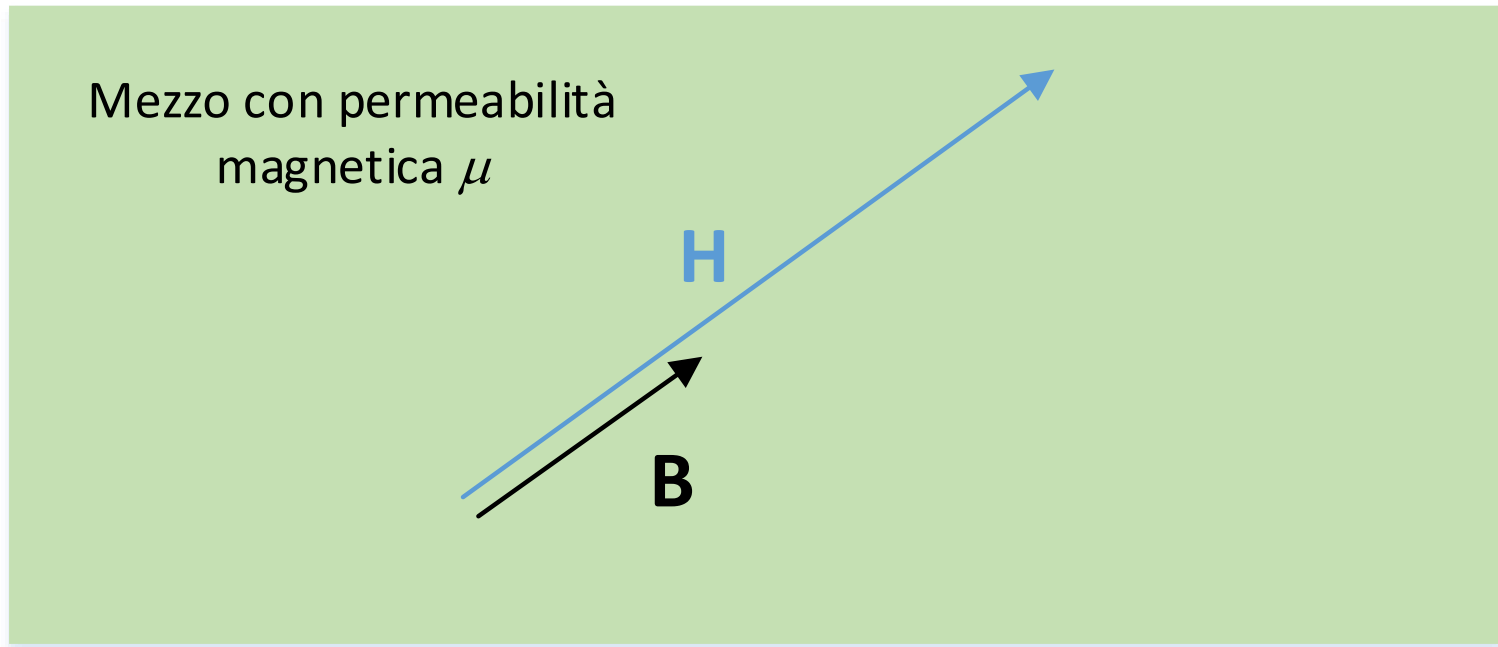


La forza agente su un conduttore elementare di lunghezza ds percorso dalla corrente I e immerso in un campo di induzione magnetica $\mathbf{B}$ è data da:

$$d\mathbf{f} = i \, d\mathbf{s} \times \mathbf{B}$$

dove il verso e la direzione di $d\mathbf{s}$ sono quelli della corrente che attraversa il conduttore.

Campo magnetico e induzione magnetica



$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

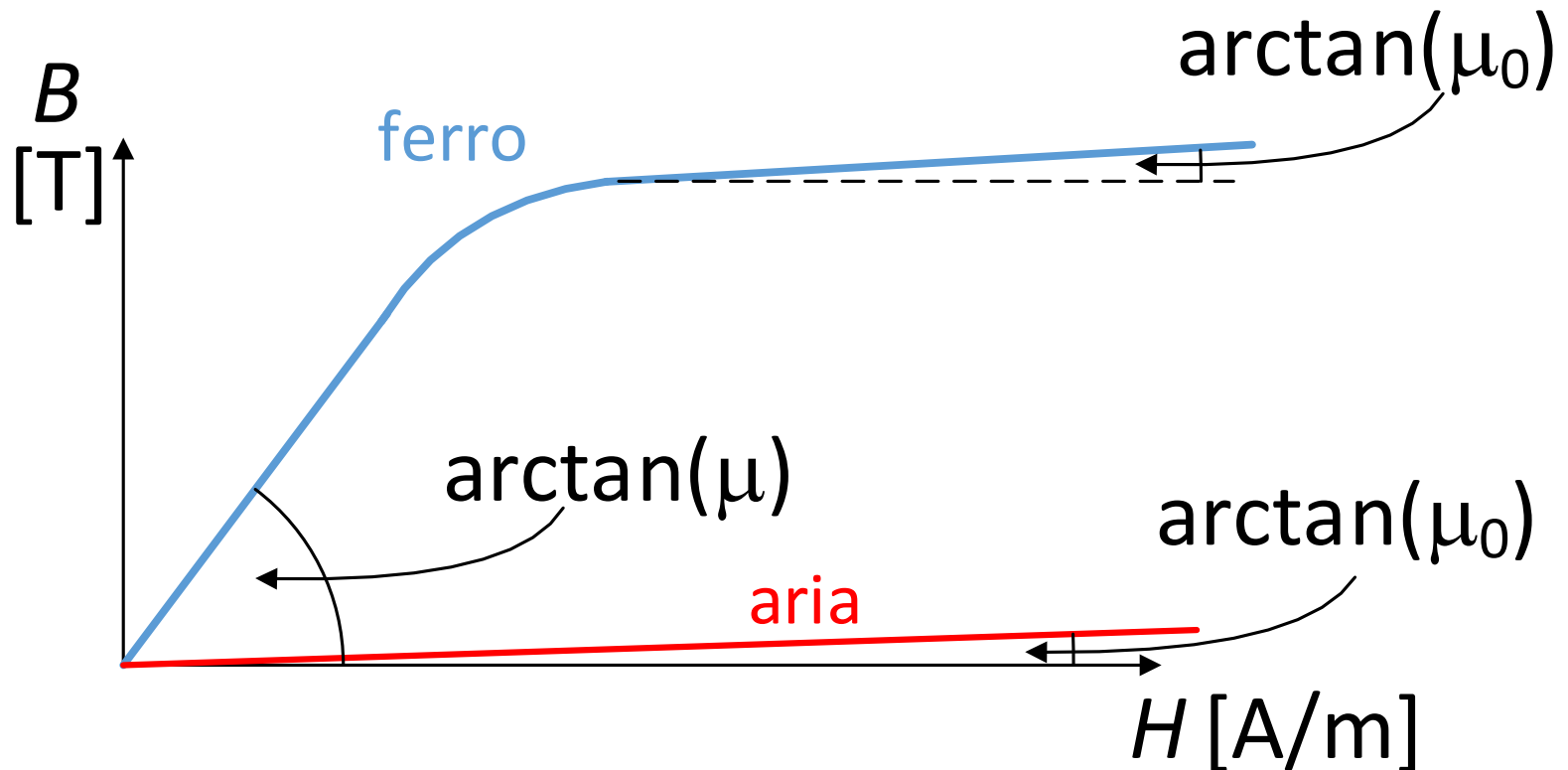
[T] [H/m] [A/m]

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

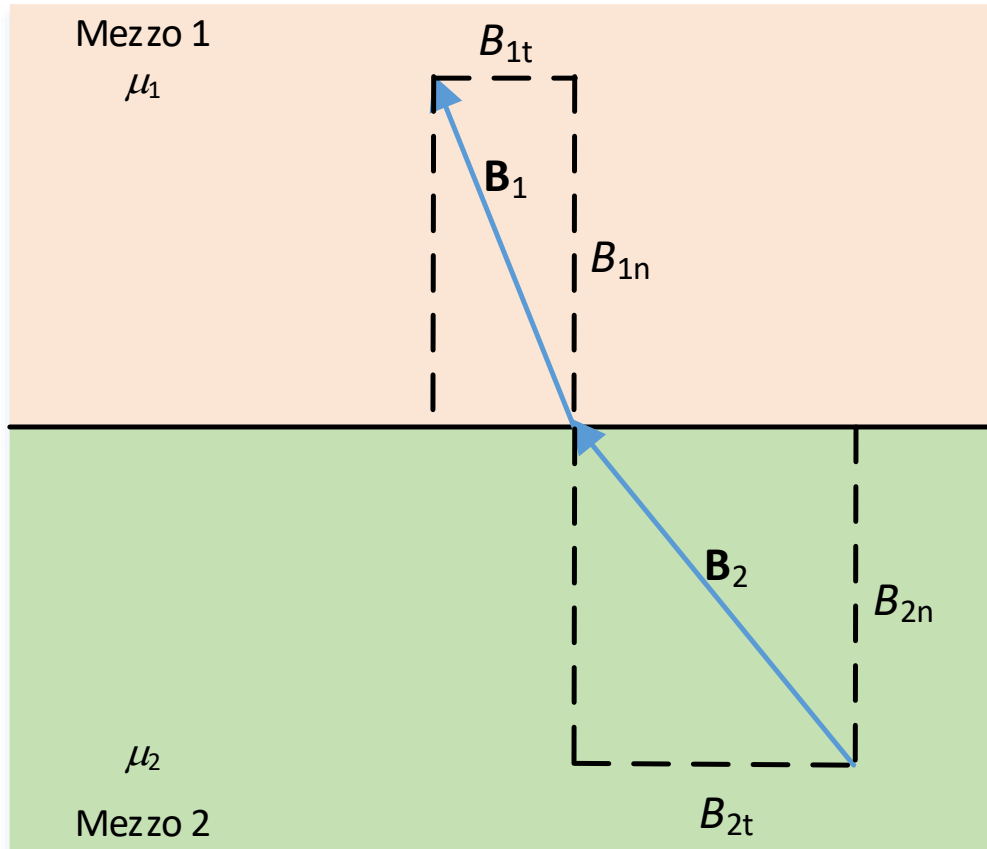
[H/m] [] $4 \pi 10^{-7} \text{ H/m}$

Nell'aria: $\mu = \mu_0$ $\mu_r = 1$

Nei materiali ferromagnetici: $[\mu_r \cong 10.000]$ $\mu_r \rightarrow \infty$



Leggi di rifrazione dei campi **B** e **H**



Solenoidaltà di **B**

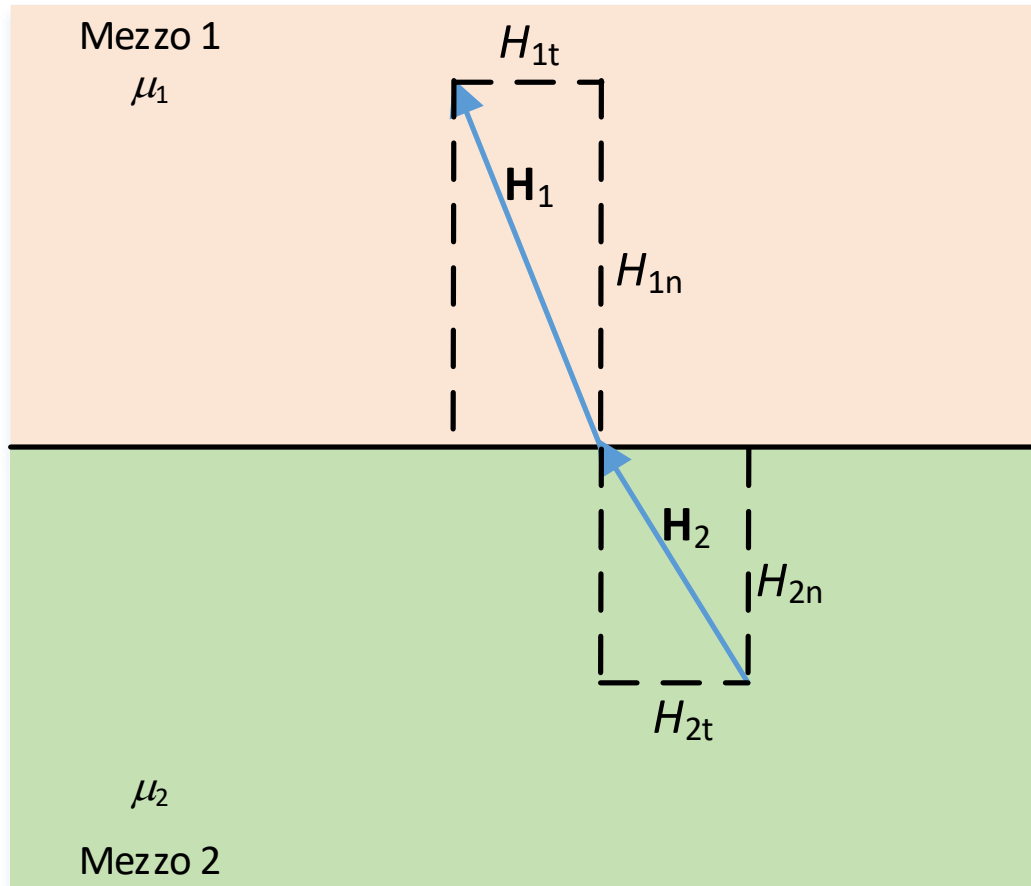


$$B_{1n} = B_{2n}$$

Teorema di circuitazione
di Ampere



$$\frac{B_{1t}}{B_{2t}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$



Legge di circuitazione
di Ampere



$$H_{1t} = H_{2t}$$

Solenoidalità di $\mathbf{B}$



$$\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

Caso particolare:

Mezzo 1: aria



$$\mu_1 = \mu_{aria} = \mu_0$$

Mezzo 2: ferro (o mezzo ad alta permeabilità)



$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_2 = \mu_{fe} = \mu_{fr,e} \mu_0 \\ \mu_{fr,e} \rightarrow \infty \end{array} \right.$$

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{\mu_{fe}}{\mu_{aria}} = \frac{\mu_0 \mu_{r,fe}}{\mu_0} = \mu_{r,fe} \rightarrow \infty \quad (1)$$

$$B_{1n} = B_{2n} \longrightarrow B_{n,aria} = B_{n,ferro} \quad (2)$$

Sulla superficie di interfaccia tra aria e ferro, la componente normale del campo si conserva, cioè è la stessa nell'aria e nel ferro

$$\frac{B_{1t}}{B_{2t}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \longrightarrow \frac{B_{aria,t}}{B_{fe,t}} = \frac{\mu_{aria}}{\mu_{fe}} \rightarrow 0 \longrightarrow B_{aria,t} = 0 \quad (3)$$

Sulla superficie di interfaccia tra aria e ferro, la componente tangenziale dell'induzione magnetica in aria è nulla, cioè il vettore induzione è puramente ortogonale alla superficie di interfaccia.

$$\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \longrightarrow \frac{H_{aria,n}}{H_{fe,n}} = \frac{\mu_{fe}}{\mu_{aria}} \rightarrow \infty \longrightarrow H_{fe,n} \cong 0 \quad (4)$$

$$H_{1t} = H_{2t} \longrightarrow H_{aria,t} = \frac{B_{aria,t}}{\mu_0} = H_{fe,t}$$

In base a (3) si ha che $B_{aria,t} = 0$, quindi possiamo scrivere:

$$H_{aria,t} = H_{fe,t} \cong 0 \quad (5)$$

Dalle equazioni (4) e (5) si ricava che:

$$H_{fe,n} \cong H_{fe,t} \cong 0 \longrightarrow H_{fe} \cong 0 \quad (6)$$

Sulla superficie di interfaccia tra aria e ferro, il campo magnetico H all'interno del ferro è approssimabile a zero.

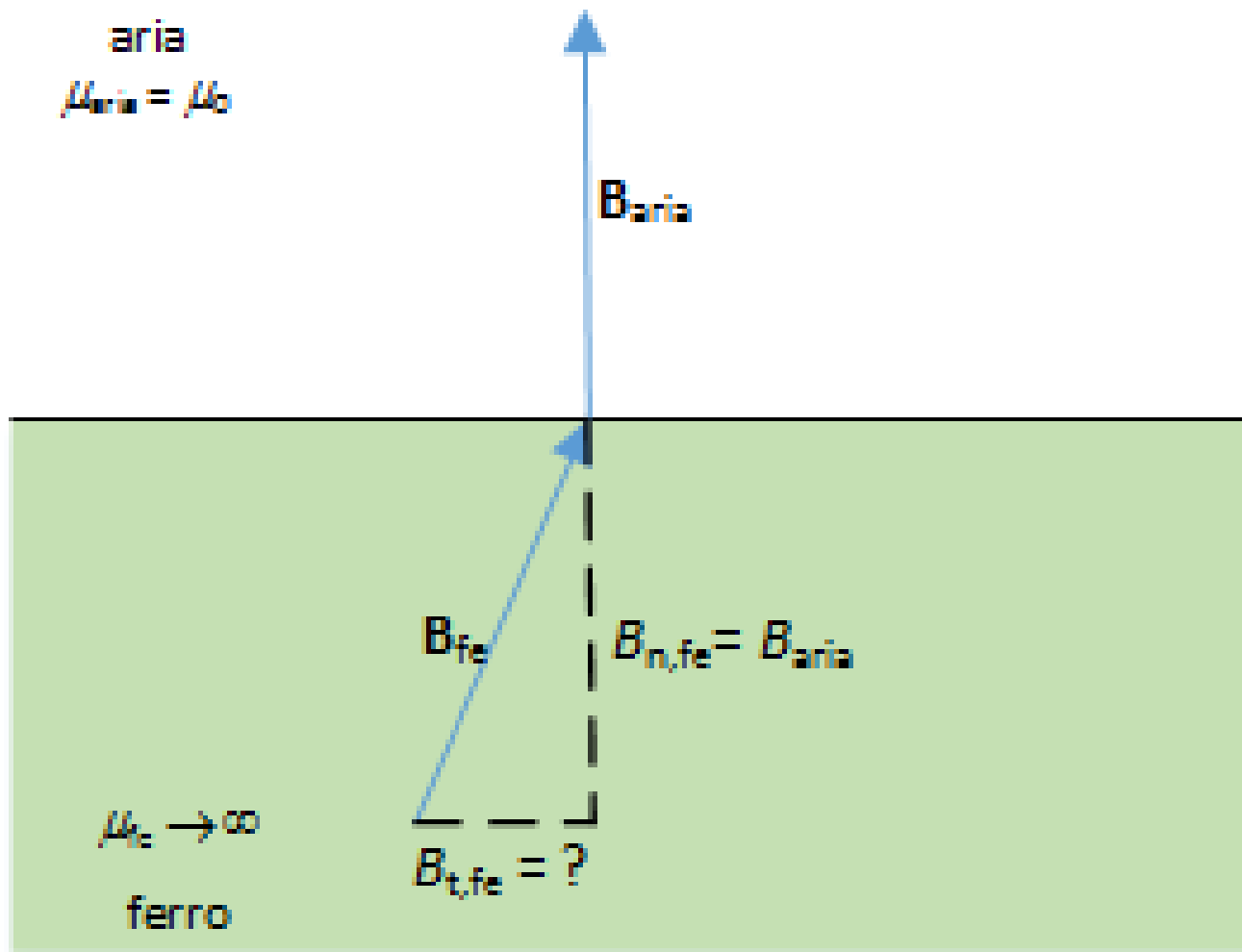
In generale, nulla possiamo dire circa la componente B tangenziale nel ferro (vedi fig. alla slide seguente).

Tuttavia, per motivi di simmetria, se siamo sufficientemente lontani dai «bordi» e quindi possiamo appunto trascurare gli effetti di bordo, considerazioni di simmetria suggeriscono che

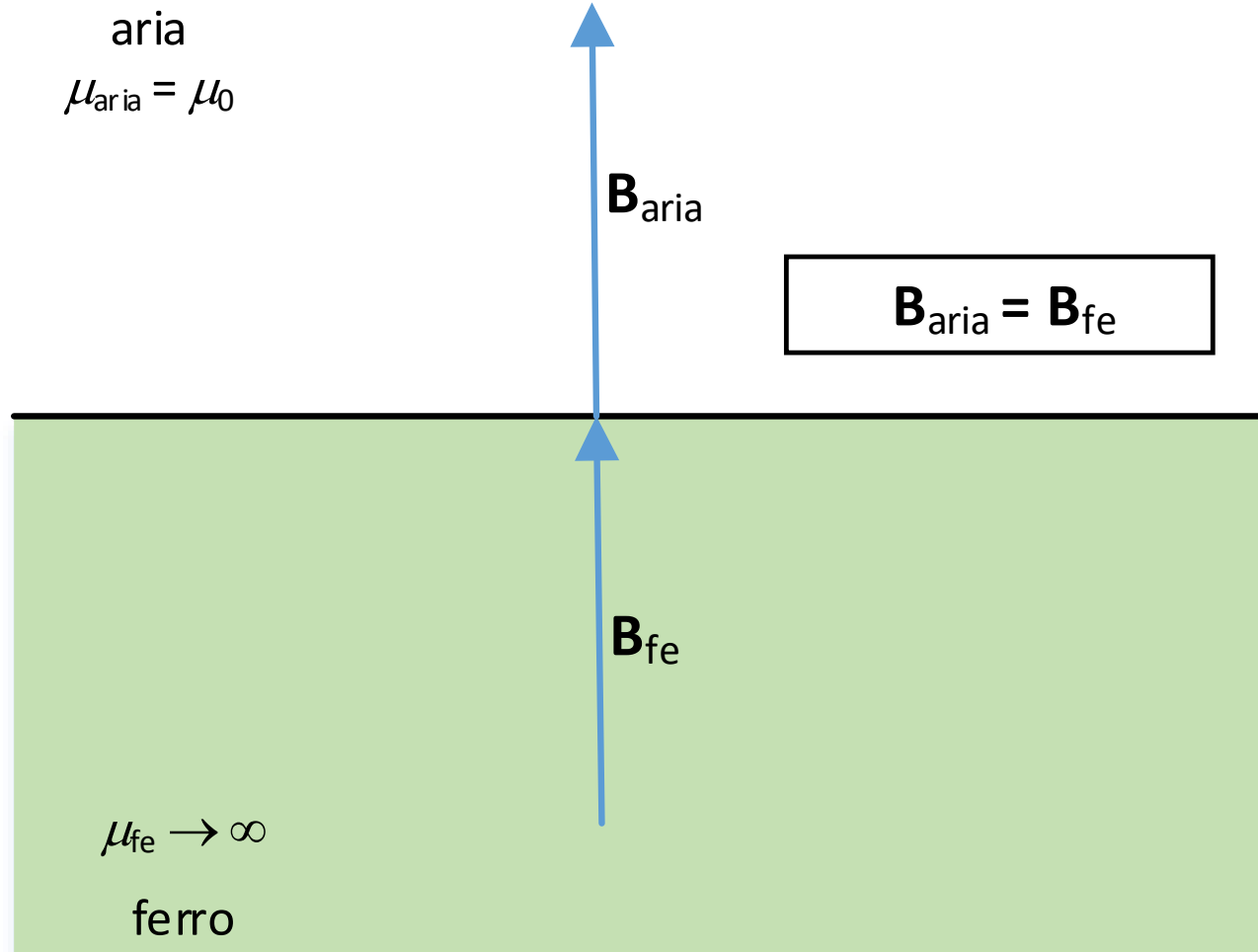
$$B_{fe,t} \cong 0$$

Infatti, se tale valore fosse diverso da zero, dovrebbe assumere un segno positivo o negativo. Ma ciò contrasterebbe con l'ipotesi di trascurare gli effetti di bordo (il sistema è supposto uguale a destra e a sinistra del punto considerato).

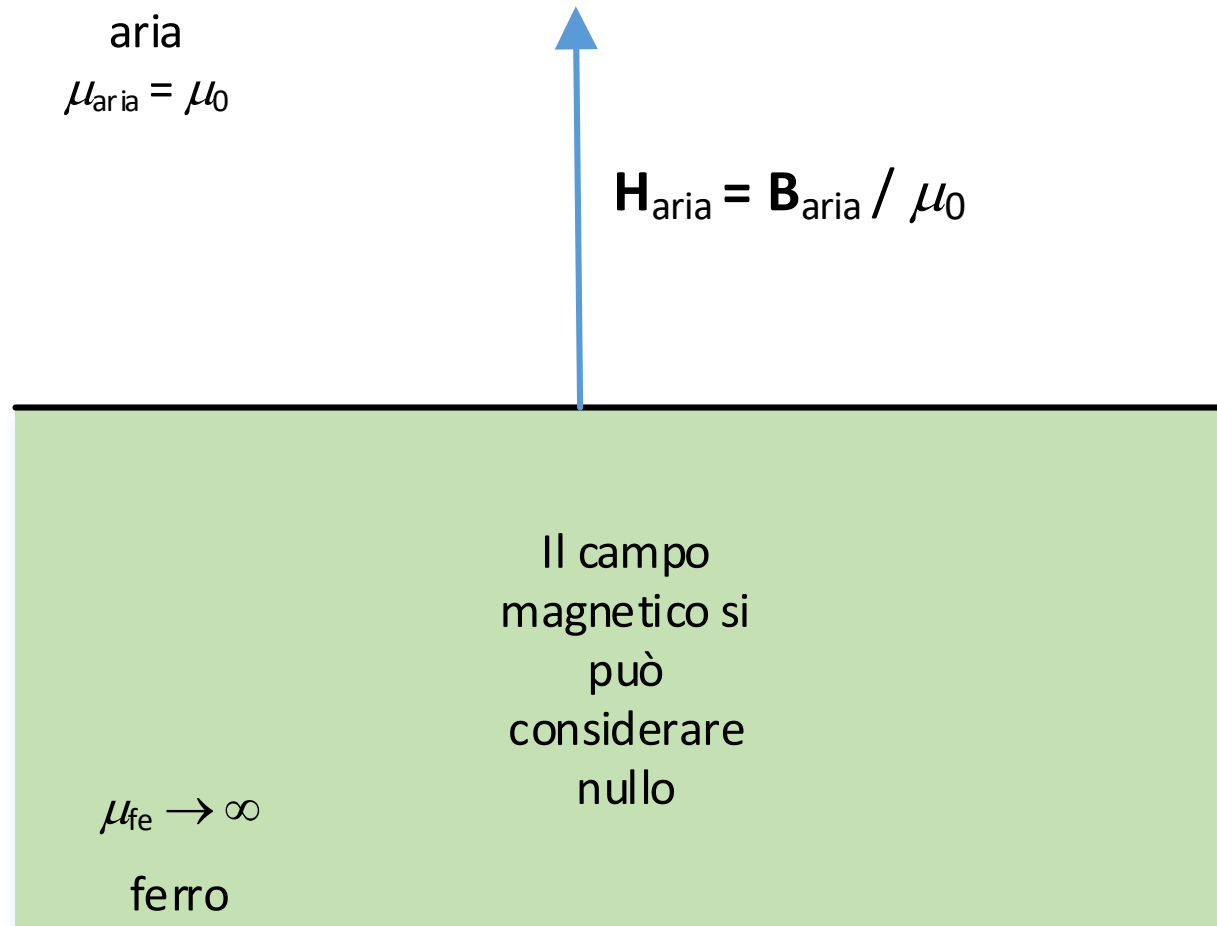
Quindi, in generale, per quanto riguarda l'induzione:



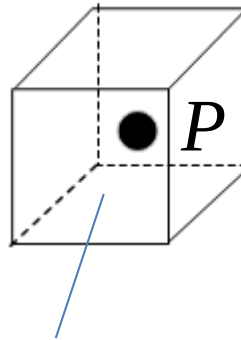
E se si trascurano gli effetti di bordo:



Invece per quanto riguarda il campo magnetico si ha sempre:



Energia magnetica specifica

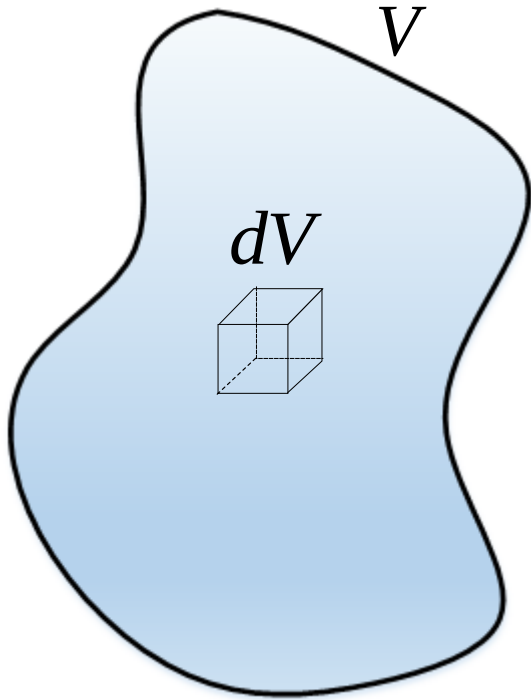


volume elementare dV
permeabilità μ

Energia magnetica specifica in P :

$$w_m = \frac{dW_m}{dV} = \frac{1}{2} \mathbf{B} \bullet \mathbf{H} = \frac{1}{2} BH = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} = \frac{1}{2} \mu H^2$$

Energia magnetica immagazzinata in un volume finito V



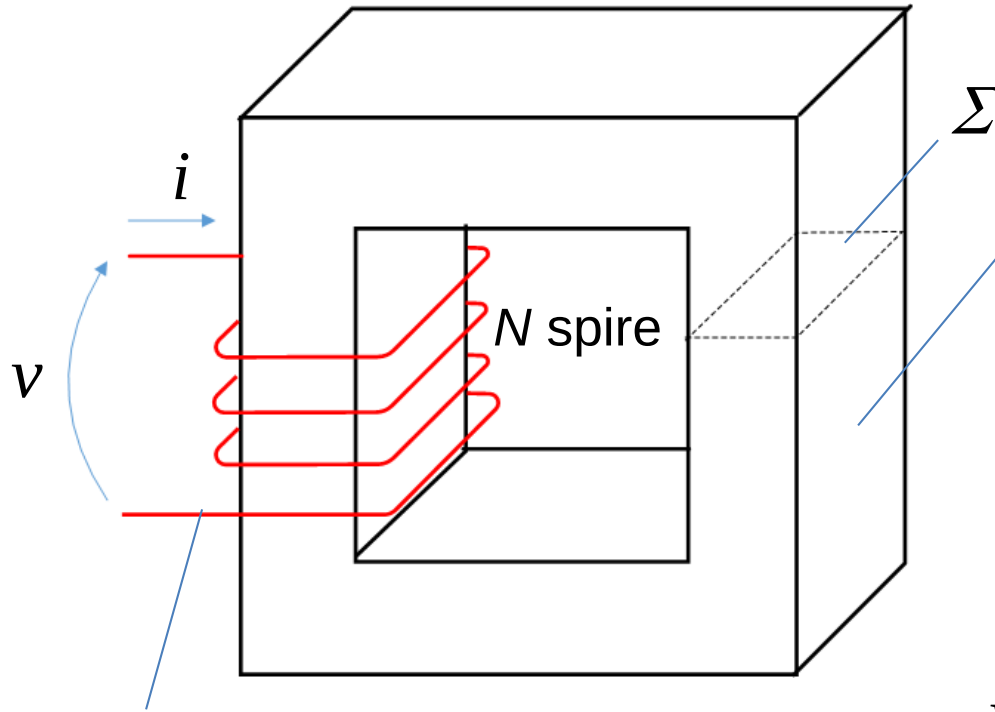
$$\begin{aligned} W_m &= \int_V w_m dV = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} dV = \frac{1}{2} \int_V BH dV = \\ &= \frac{1}{2} \int_V \frac{B^2}{\mu} dV = \frac{1}{2} \int_V \mu H^2 dV \end{aligned}$$

NB: non è detto che la permeabilità magnetica sia uniforme in tutto il volume V . In generale, μ varia da punto a punto:

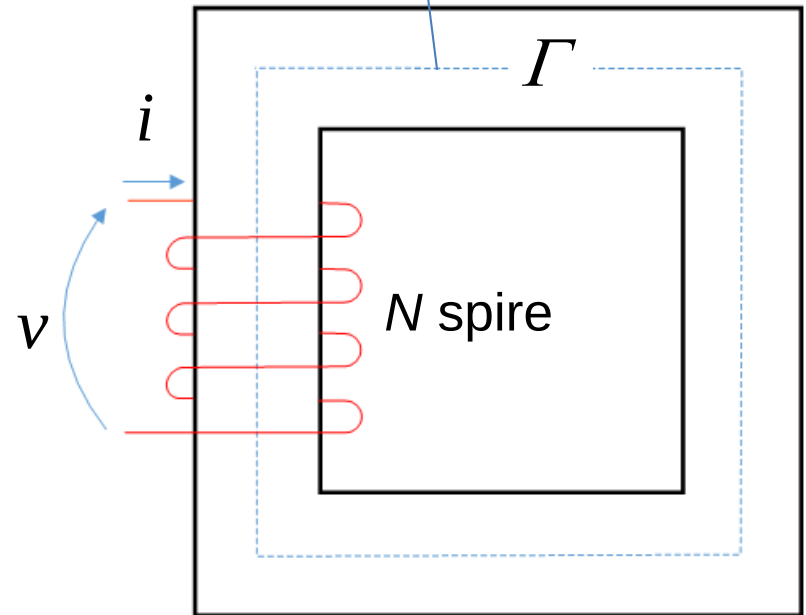
$$\mu = \mu(x, y, z)$$

Dimostrazione (per un caso particolare)

Volume V di materiale omogeneo (nucleo) con permeabilità μ , tale che $\mu \rightarrow \infty$

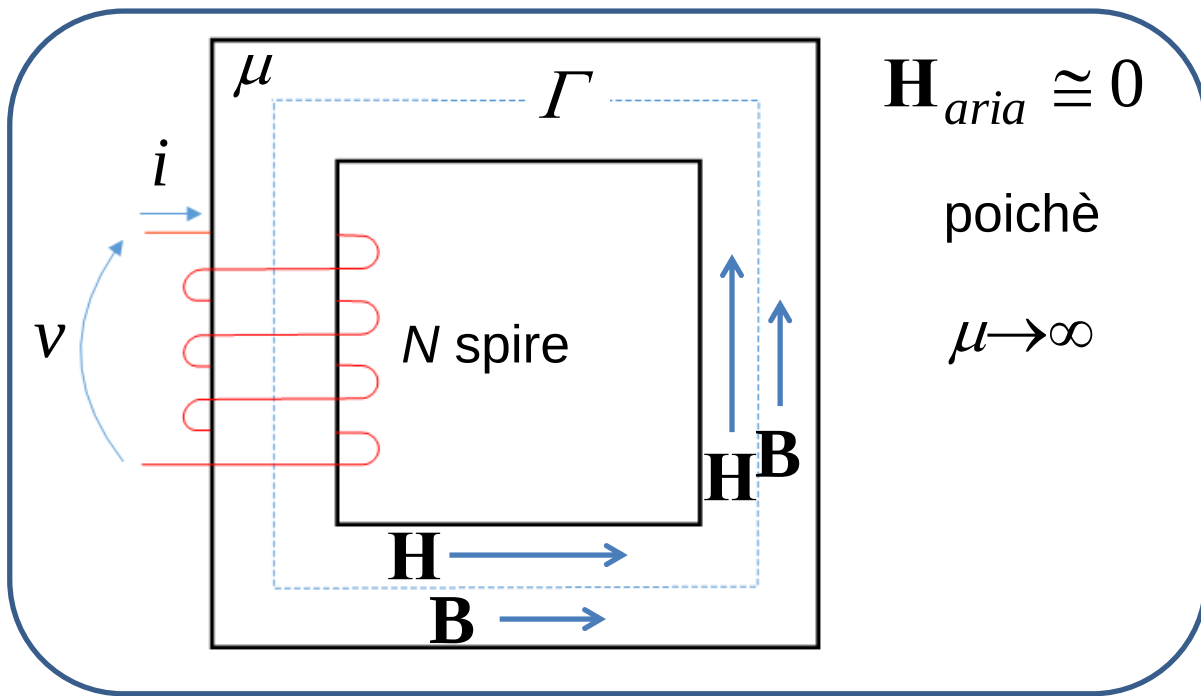


Curva media di lunghezza ℓ



Circuito elettrico con N spire e resistenza R

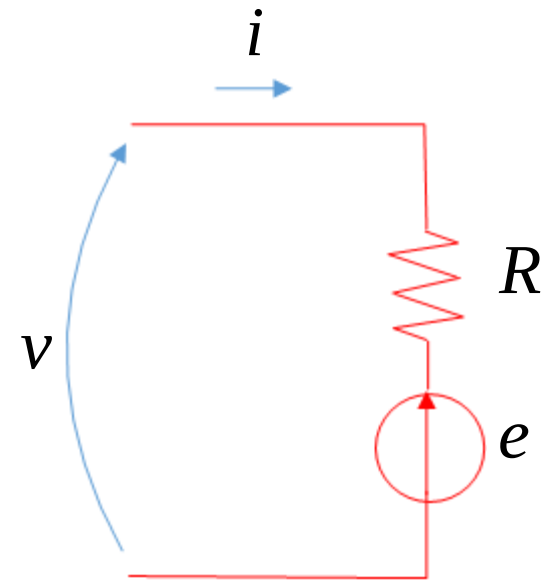
$$V \cong \Sigma \ell$$



$$\mathbf{H}_{aria} \cong 0$$

poichè

$$\mu \rightarrow \infty$$



$\mathbf{B}$ e $\mathbf{H}$ uniformi nel
nucleo:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

Flusso attraverso Σ : $\Phi = B \Sigma$

Flusso concatenato col circuito di alimentazione: $\lambda = \Phi N$

Forza elettromotrice indotta (legge di Faraday Lenz): $e = \frac{d\Phi}{dt}$

Legge della circuitazione di Ampere: $\int_{\Gamma} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = Ni \Rightarrow H\ell = Ni$

La legge di Ohm applicata al circuito di alimentazione dà:

$$v = Ri + e = Ri + \frac{d\lambda}{dt} \quad \Rightarrow \quad vi = Ri^2 + ei = Ri^2 + \frac{d\lambda}{dt} i$$

$$\Rightarrow \quad \underbrace{vi \, dt}_{\text{Energia elettrica entrante nel sistema nel tempo } dt} = \underbrace{Ri^2 \, dt}_{\text{Energia dissipata nel tempo } dt \text{ per effetto Joule}} + \underbrace{d\lambda \, i}_{\text{Energia } dW_m \text{ immagazzinata nel sistema come energia magnetica nel tempo } dt}$$

Energia elettrica
entrante nel
sistema nel
tempo dt

Energia
dissipata nel
tempo dt per
effetto Joule

Energia dW_m
immagazzinata nel
sistema come energia
magnetica nel tempo dt

$$dW_m = d\lambda \, i$$

$$dW_m = d\lambda \, i = d(\Phi N) \, i = N \, d\Phi \, i =$$

$$= N \, i \, d(B \Sigma) = \underbrace{N \, i \, \Sigma}_{H\ell} \, dB = H \, \underbrace{\ell \Sigma}_V \, dB = V \, H \, dB = \mu V \, H \, dH \quad \star$$

Assumiamo che, in ogni punto, l'energia magnetica specifica sia effettivamente data (come si vuol dimostrare) da:

$$w_m = \frac{1}{2} BH$$

Allora l'energia magnetica totale (uguale a quella nel nucleo in quanto fuori dal nucleo $\mathbf{H} \cong 0$) è:

$$W_m = \int_V w_m dV = \frac{1}{2} \int_V BH dV = \frac{1}{2} BHV = \frac{1}{2} \mu H^2 V$$

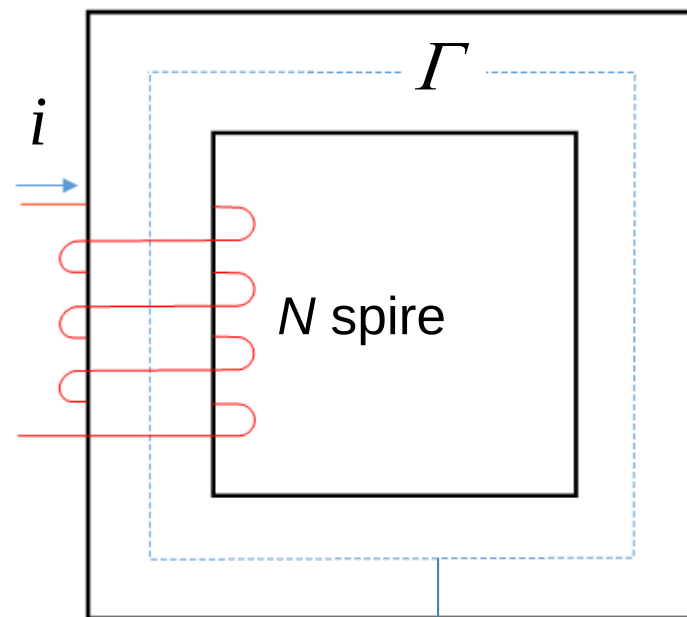
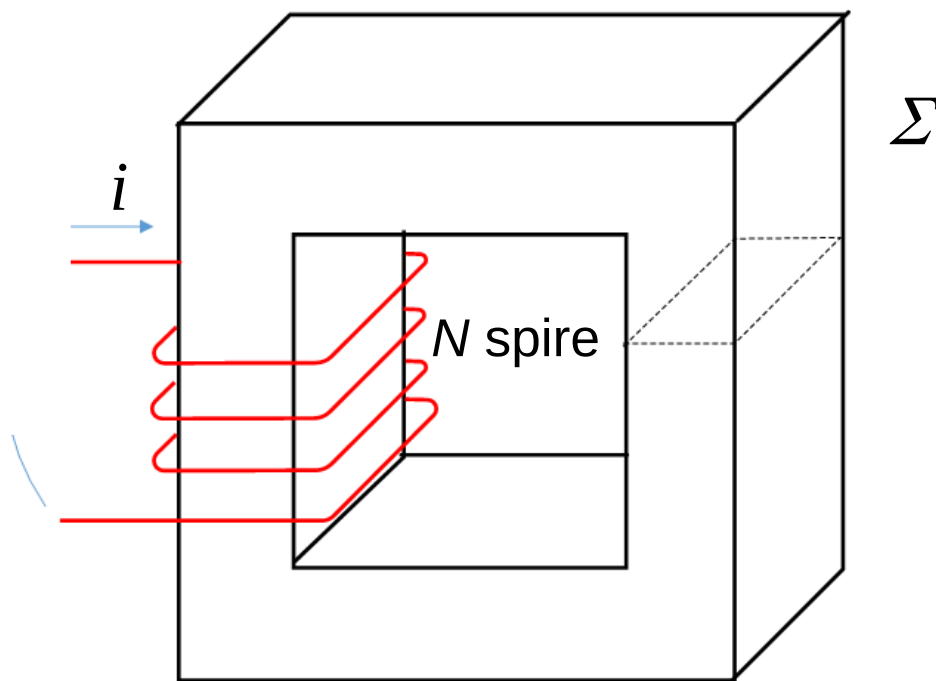
e la variazione (= differenziale) dell'energia nel tempo è:

$$\begin{aligned} dW_m &= \frac{dW_m}{dt} dt = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{d}{dt} H^2 \right) V dt = \\ &= \frac{1}{2} \mu \left(2H \frac{dH}{dt} \right) V dt = \mu H dH V \quad \text{che infatti coincide con} \end{aligned}$$



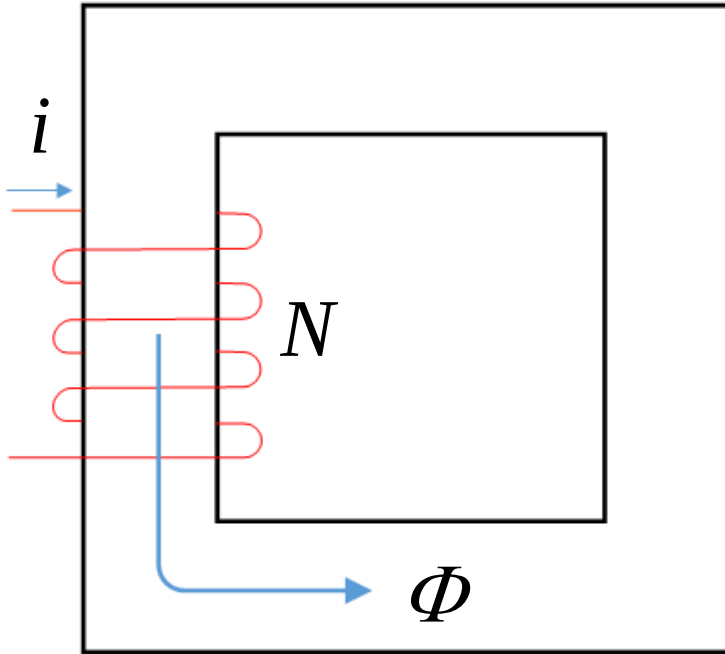
Riluttanza di un circuito magnetico

Consideriamo un circuito magnetico eccitato da N spire percorse da corrente I :



Definizione di riluttanza:

$$\mathcal{R} = \frac{1}{\mu} \frac{\ell}{\Sigma} \quad [\text{H}^{-1}]$$



Il circuito magnetico è caratterizzato da:

Φ Flusso medio concatenato con ciascuna spira di eccitazione

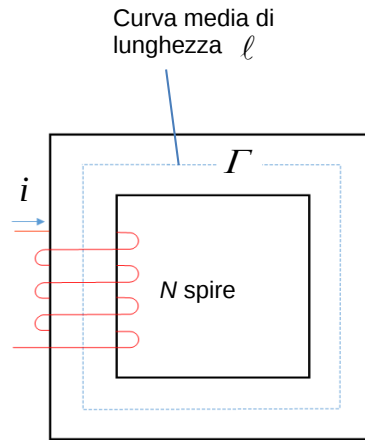
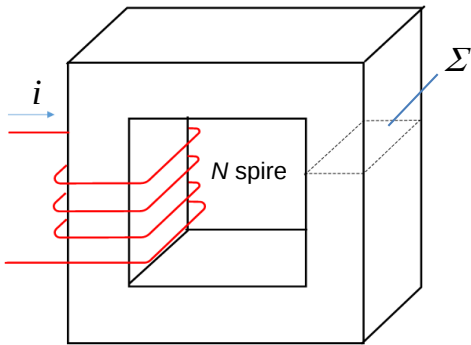
$$FMM = N i$$

Forza magneto-motrice

Si può dimostrare che, per un certo circuito magnetico, la riluttanza $\mathcal{R}$ esprime il legame di proporzionalità tra la forza magneto-motrice Ni e il flusso medio Φ concatenato con ciascuna spira di eccitazione.

Questo risultato è noto come «legge di Hopkinson».

Legge di Hopkinson



$$\Phi = B \Sigma$$



$$\Phi = \mu H \Sigma$$



$$\mu \Sigma = \frac{\Phi}{H}$$



$$R = \frac{\ell}{\mu \Sigma} = \frac{Ni}{\Phi}$$



$$Ni = R \Phi$$

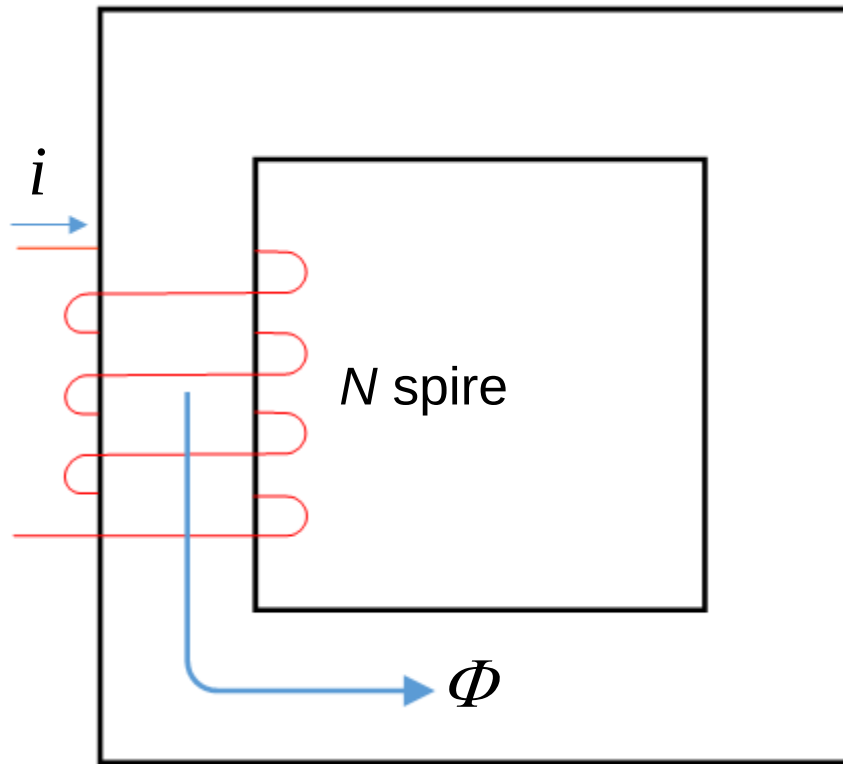
$$H \ell = Ni$$



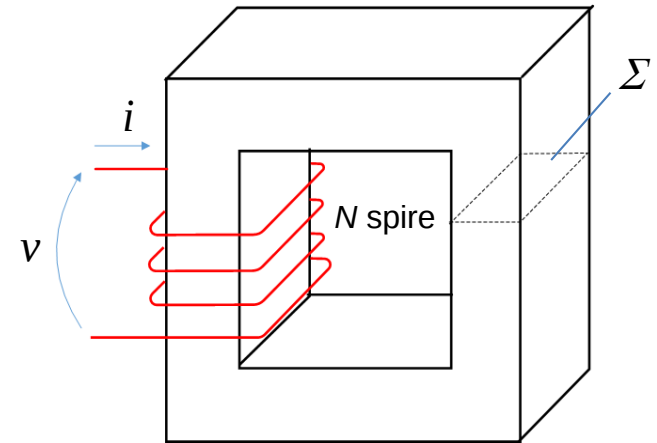
$$\ell = \frac{Ni}{H}$$



Autoinduttanza di un circuito elettrico che eccita un circuito magnetico



$$L = \frac{\lambda}{i} \quad [\text{H}]$$



$$\lambda = \Phi N$$

Fusso
concatenato con
il circuito

Fusso
concatenato con
ogni spira

Legame tra autoinduttanza di un circuito elettrico e riluttanza del circuito magnetico associato

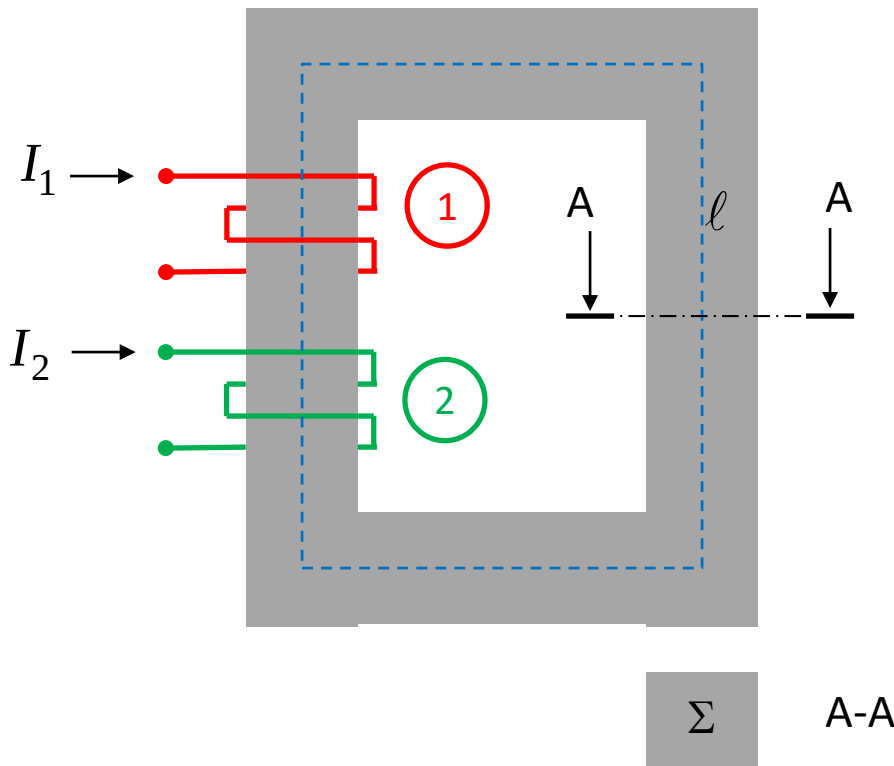
«L'autoinduttanza di un circuito elettrico, composto da N spire, che eccita un circuito magnetico è uguale al reciproco della riluttanza del circuito magnetico moltiplicato per il numero di spire N al quadrato»

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}}$$

Infatti:

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\Phi}{i} = \frac{N^2\Phi}{Ni} = \frac{N^2}{\mathcal{R}}$$

Mutua induttanza



Flusso concatenato con «2» prodotto da corrente in «1»

Flusso concatenato con «1» prodotto da corrente in «2»

$$M = \frac{\lambda_{2,1}}{I_1} \frac{N_2 \Phi|_{I_2=0}}{I_1} = \frac{\lambda_{1,2}}{I_2} \frac{N_1 \Phi|_{I_1=0}}{I_2}$$

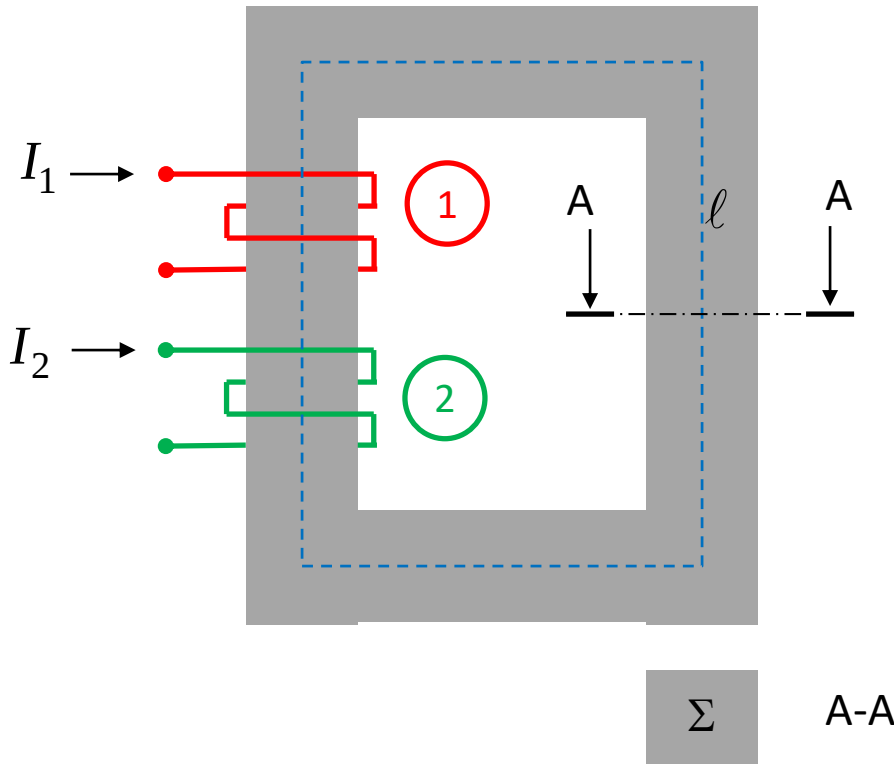
Teorema di «reciprocità» delle mutue induttanze

$$M = \frac{\lambda_{2,1}}{I_1} \frac{N_2 \Phi|_{I_2=0}}{I_1} = \frac{N_2 \left(\mu \frac{N_1 I_1}{\ell} \Sigma \right)}{I_1} = \frac{\mu N_1 N_2 \Sigma}{\ell} = \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}}$$

||

$$M = \frac{\lambda_{1,2}}{I_2} \frac{N_1 \Phi|_{I_1=0}}{I_2} = \frac{N_1 \left(\mu \frac{N_2 I_2}{\ell} \Sigma \right)}{I_2} = \frac{\mu N_1 N_2 \Sigma}{\ell} = \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}}$$

Principio di sovrapposizione degli effetti



Se il mezzo è lineare ed agisce solo il circuito «1» ($I_2=0$):

$$\Phi_1 = \Sigma B_1 = \Sigma \mu H_1 = \Sigma \mu \frac{N_1 I_1}{\ell}$$

Se il mezzo è lineare ed agisce solo il circuito «2» ($I_1=0$):

$$\Phi_2 = \Sigma B_2 = \Sigma \mu H_2 = \Sigma \mu \frac{N_2 I_2}{\ell}$$

Se il mezzo è lineare ed agiscono entrambi i circuiti:

$$\Phi = \Sigma B = \Sigma \mu H = \Sigma \mu \frac{N_1 I_1 + N_2 I_2}{\ell} = \Sigma \mu \frac{N_1 I_1}{\ell} + \Sigma \mu \frac{N_2 I_2}{\ell} = \Sigma B_1 + \Sigma B_2 = \Phi_1 + \Phi_2$$

Cioè **nell'ipotesi di linearità** il flusso dovuto a diverse correnti agenti simultaneamente è pari alla somma dei flussi dovuti alle singole correnti agenti singolarmente.

Se il mezzo ha una caratteristica $B=B(H)$ non lineare, questo non è, in generale, più vero:

Solo circuito «1»
alimentato

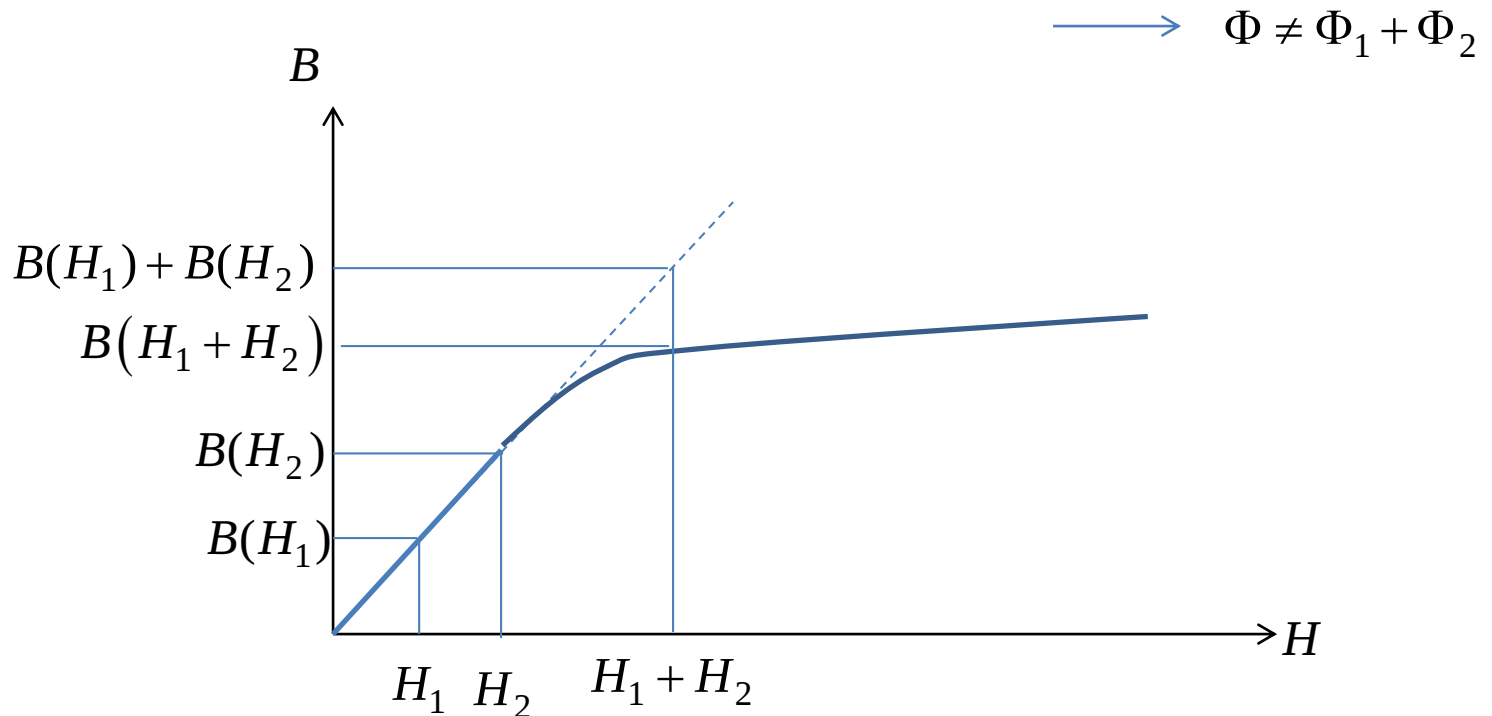
$$\Phi_1 = \sum B(H_1) = \sum B\left(\frac{N_1 I_1}{\ell}\right)$$

Solo circuito «2»
alimentato

$$\Phi_2 = \sum B(H_2) = \sum B\left(\frac{N_2 I_2}{\ell}\right)$$

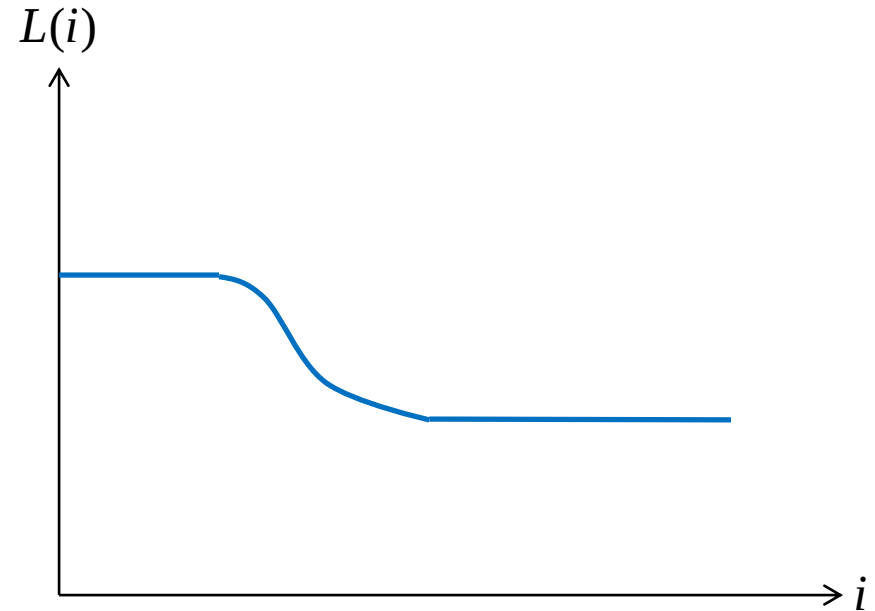
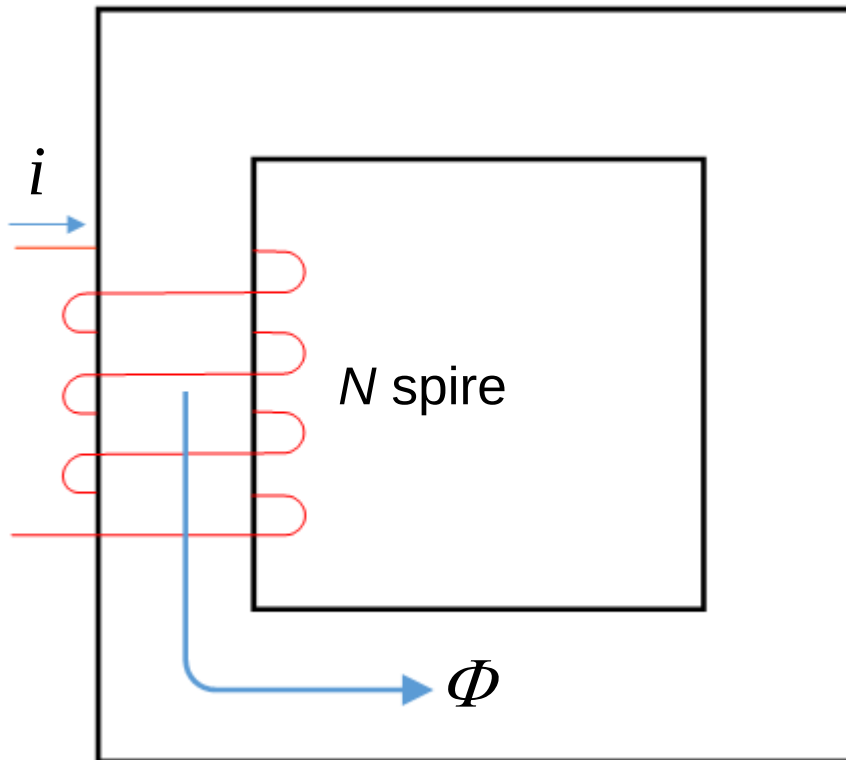
Entrambi i
circuiti alimentati

$$\Phi = \sum B(H) = \sum B\left(\frac{N_1 I_1 + N_2 I_2}{\ell}\right) = \sum B(H_1 + H_2)$$

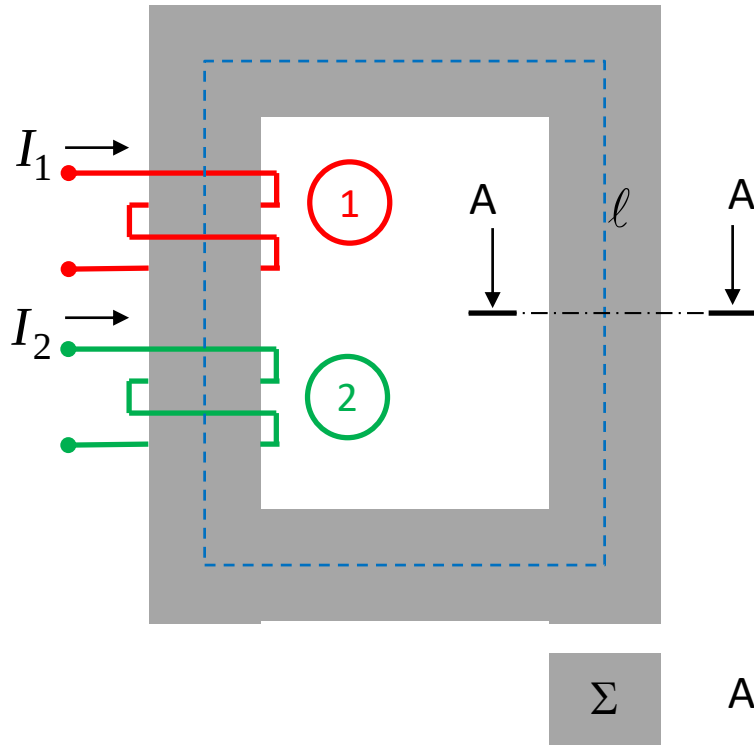


Quindi in regime non lineare anche le induttanze non sono costanti ma dipendono dalle correnti.

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\Phi}{i} = \frac{N\Sigma B(H)}{i} = \frac{N\Sigma B\left(\frac{Ni}{\ell}\right)}{i} = L(i)$$



Legame tra induttanze (auto e mutue) ed energia magnetica in regime di linearità



$$W_{m1} = \frac{1}{2} \mu H_1^2 V = \frac{1}{2} \mu H_1^2 \Sigma \ell = \text{Solo circuito «1» alimentato}$$

$$= \frac{1}{2} \mu \left(\frac{N_1 I_1}{\ell} \right)^2 \Sigma \ell = \frac{1}{2} \mu N_1^2 I_1^2 \frac{\Sigma}{\ell} =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}} I_1^2 = \frac{1}{2} L_1 I_1^2$$

$$W_{m1} = \frac{1}{2} L_1 I_1^2$$

$$W_{m2} = \frac{1}{2} \mu H_2^2 V = \frac{1}{2} \mu H_2^2 \Sigma \ell = \text{Solo circuito «2» alimentato}$$

$$\overset{A-A}{=} \frac{1}{2} \mu \left(\frac{N_2 I_2}{\ell} \right)^2 \Sigma \ell = \frac{1}{2} \mu N_2^2 I_2^2 \frac{\Sigma}{\ell} =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{N_2^2}{\mathfrak{R}} I_2^2 = \frac{1}{2} L_2 I_2^2$$

$$W_{m2} = \frac{1}{2} L_2 I_2^2$$

Entrambi i circuiti alimentati

$$\begin{aligned}
 W_m &= \frac{1}{2} \mu (H_1 + H_2)^2 \Sigma \ell = \\
 &= \underbrace{\frac{1}{2} \mu H_1^2 \Sigma \ell}_{W_{m1} = \frac{1}{2} L_1 I_1^2} + \underbrace{\frac{1}{2} \mu H_2^2 \Sigma \ell}_{W_{m2} = \frac{1}{2} L_2 I_2^2} + \mu H_1 H_2 \Sigma \ell = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + \mu \left(\frac{N_1 I_1}{\ell} \frac{N_2 I_2}{\ell} \right) \Sigma \ell = \\
 &= \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + \underbrace{\mu N_1 N_2 \frac{\Sigma}{\ell}}_{\substack{N_1 N_2 = M \\ \Re}} I_1 I_2 = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M I_1 I_2
 \end{aligned}$$

In generale, per circuito magnetico alimentato da n circuiti, con correnti $I_1, I_2, \dots, I_n$, si ha:

$$W_m = \frac{1}{2} \sum_{k=1,2,\dots,n} L_k I_k^2 + \frac{1}{2} \sum_{k,h=1,2,\dots,n} M_{hk} I_h I_k$$

Autoinduttanza circuito k

Mutua induttanza tra circuiti h e k

Teorema di reciprocità

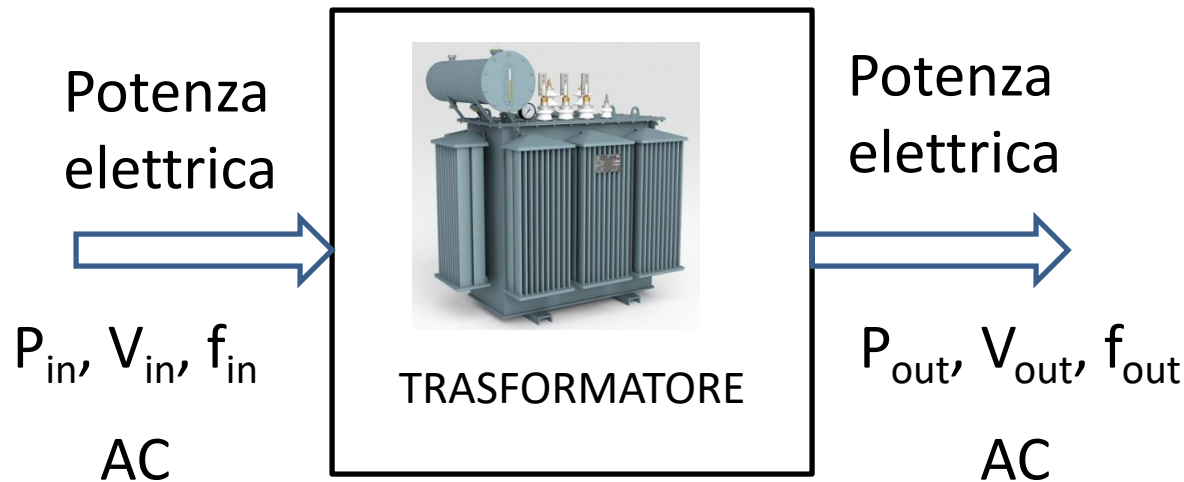
$$\left[M_{hk} = M_{kh} \right]$$

Convenzioni per scrittura di formule in testi tecnici e scientifici

Tipo di grandezza	Stile («font»)	Esempi
Vettore	Dritto grassetto	$\mathbf{v}$
Matrice	Dritto grassetto (di solito lettera maiuscola)	$\mathbf{M}$
Variabile scalare	Corsivo	x
Costante numerica	Dritto	3
Unità di misura	Dritto	m^3/s
Funzione	Dritto	$\sin(2x)$
Numero complesso (scalare)	Corsivo sopralineato	$\bar{x}$
Vettore complesso	Grassetto sopralineato	$\bar{\mathbf{v}}$
Matrice complessa	Grassetto sopralineato	$\bar{\mathbf{M}}$

La macchina elettrica come convertitore di energia

Il trasformatore (convertitore statico non-elettronico)

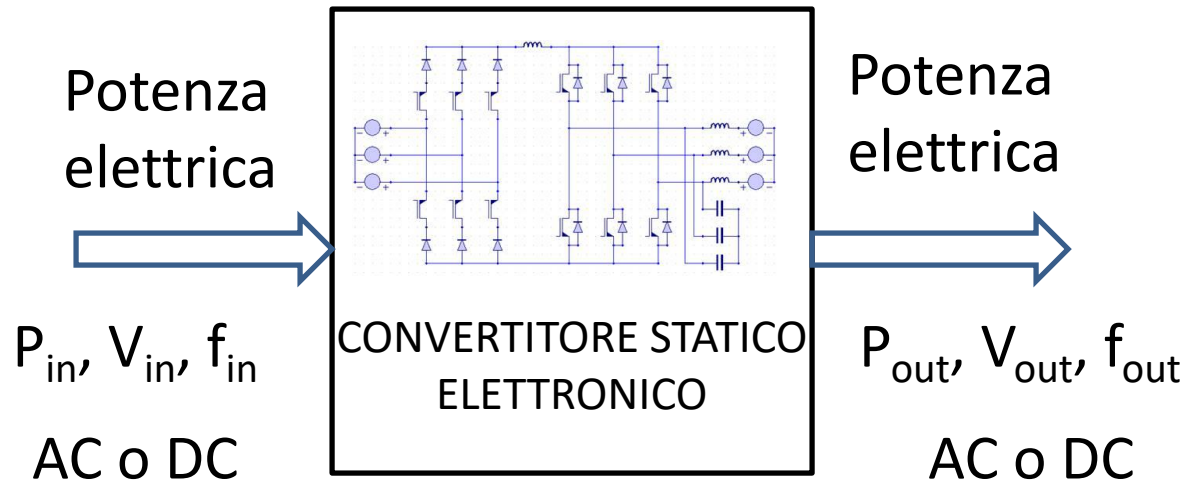


$$V_{in} \neq V_{out}$$

$$f_{in} = f_{out}$$

$$P_{out} = \eta P_{in}$$

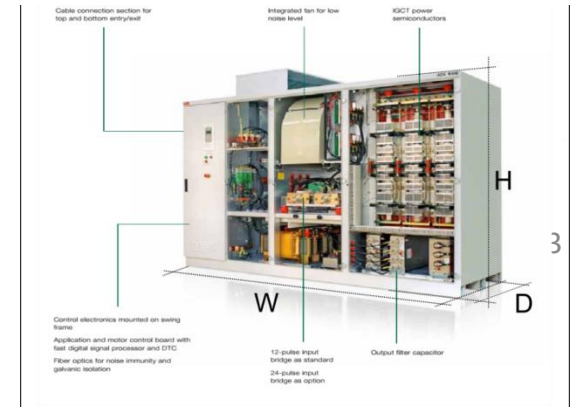
Il convertitore statico - elettronico



$$V_{in} \neq V_{out}$$

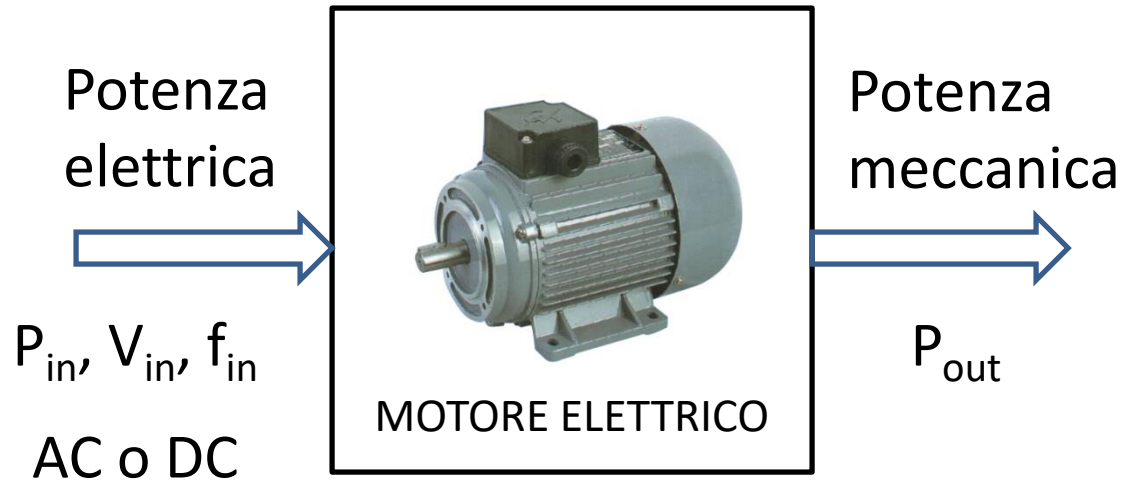
$$f_{in} \neq f_{out}$$

$$P_{out} = \eta P_{in}$$



Le macchine elettriche rotanti (convertitori elettromeccanici)

Il motore elettrico



DC

$$P_{in} = V_{dc} I_{dc}$$

AC

$$P_{in} = \sqrt{3} V I$$

Line
voltage

Line
current

$$P_{out} = \eta P_{in}$$

$$P_{out} = T \omega$$

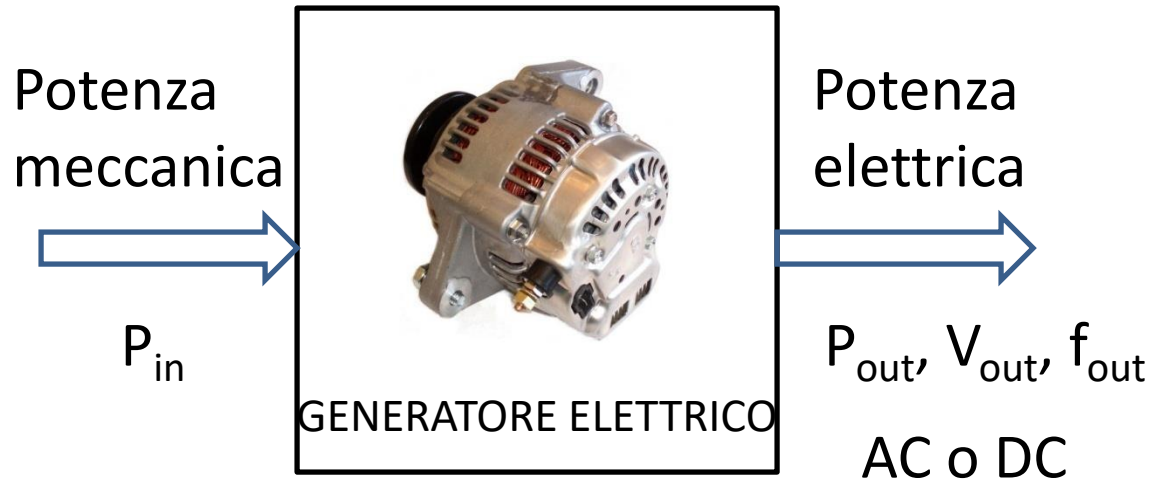
[W]

[Nm]

[rad/s]

Le macchine elettriche rotanti (convertitori elettromeccanici)

Il generatore elettrico



$$P_{in} = T \omega$$

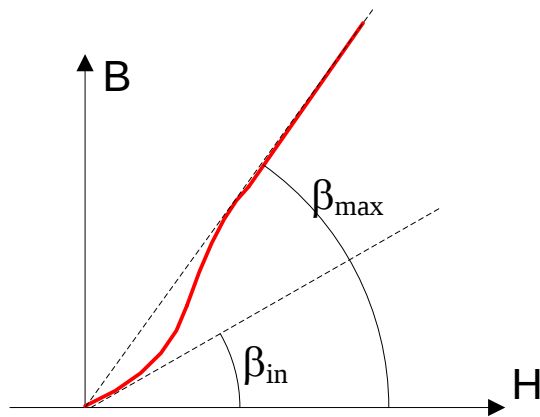
[W] [Nm] [rad/s]

$$P_{out} = \eta P_{in}$$

$$P_{out} = V I \quad (\text{DC})$$

$$P_{out} = \sqrt{3} V I \quad (\text{AC})$$

Materiali ferromagnetici per le macchine elettriche



Dettaglio della curva di prima magnetizzazione nei pressi dell'origine. Distinguiamo:

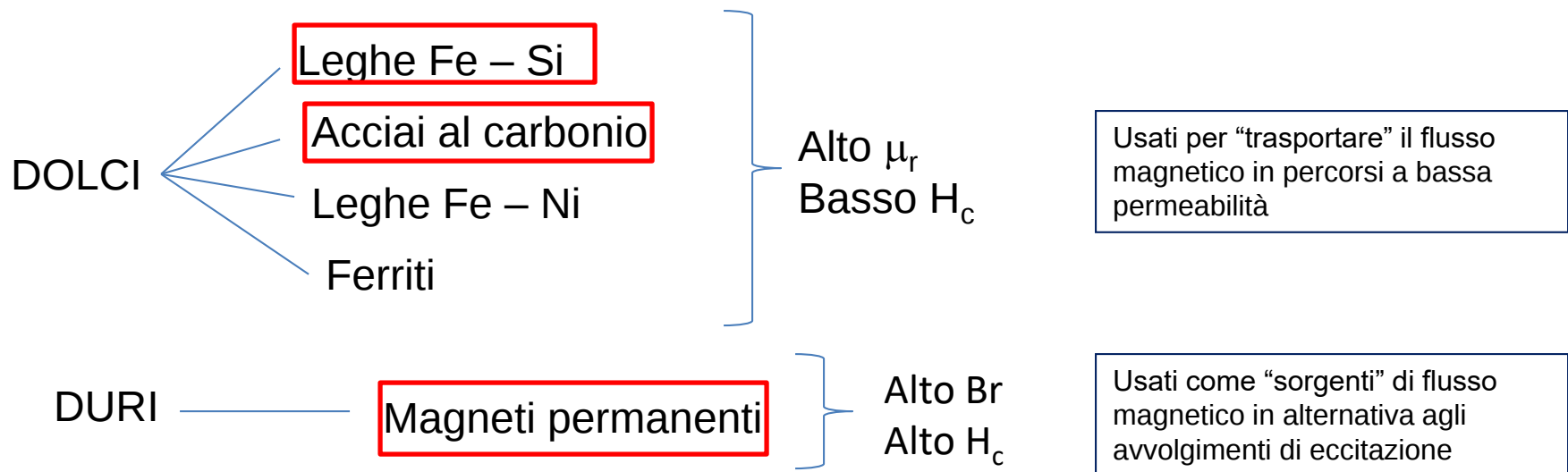
$$\mu_{in} = \tan(\beta_{in})$$

Permeabilità magnetica iniziale

$$\mu_{max} = \tan(\beta_{max})$$

Permeabilità magnetica massima

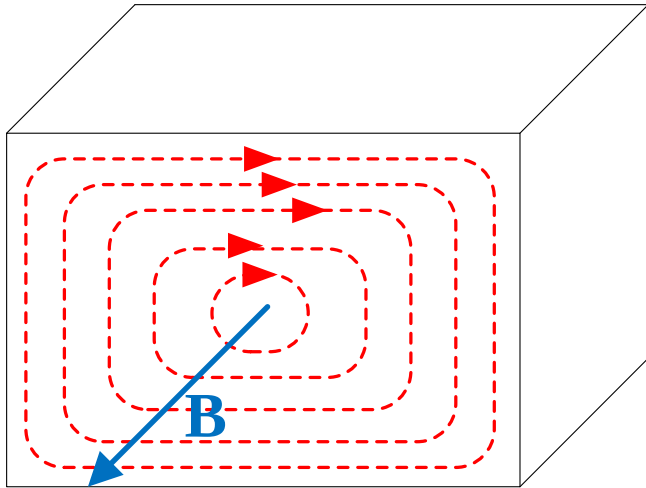
MATERIALI FERROMAGNETICI DI INTERESSE



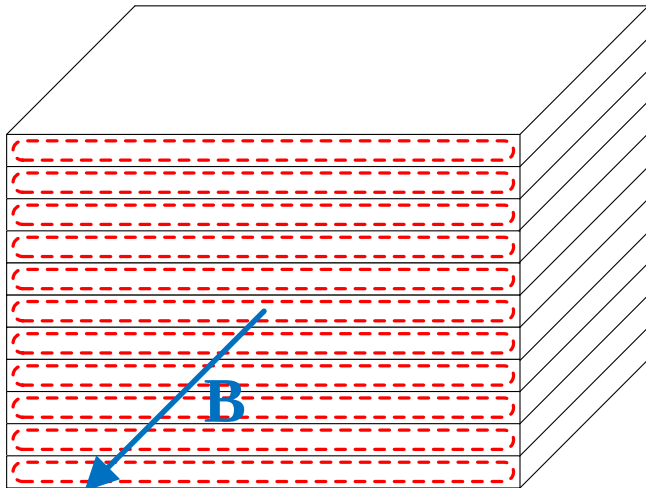
Nella costruzione delle macchine elettriche, i materiali ferromagnetici di interesse sono le leghe Fe-Si e i magneti permanenti (di questi ultimi si tratterà parlando delle macchine a magneti permanenti).

ACCIAI AL SILICIO E NUCLEI LAMINATI

Sono utilizzati per la realizzazione dei nuclei magnetici laminati che costituiscono il percorso a bassa riluttanza per il passaggio del flusso di macchina.



Nel caso di nucleo magnetico massiccio, percorso da induzioni magnetiche alternate, avrei forti correnti di Foucault (“eddy currents”) e conseguenti perdite inaccettabili.



Si ricorre quindi alla laminazione dei nuclei magnetici, che sono formati dall'impaccaggio di sottili lamierini magnetici tra loro isolati. Per evitare di incontrare un traferro tra lamierini successivi, il vettore induzione deve sempre giacere nel piano di laminazione.

Gli acciai al silicio sono leghe ferrose contenenti **silicio** in diverse possibili percentuali.

In generale, all'aumentare del tenore in silicio:

- aumentare la resistività
 - si riduce l'area del ciclo di isteresi.
 - si alza il ginocchio della caratteristica B-H
 - Aumentare la fragilità (quindi peggiorare la lavorabilità).
- Minori perdite
- Nuclei più piccoli

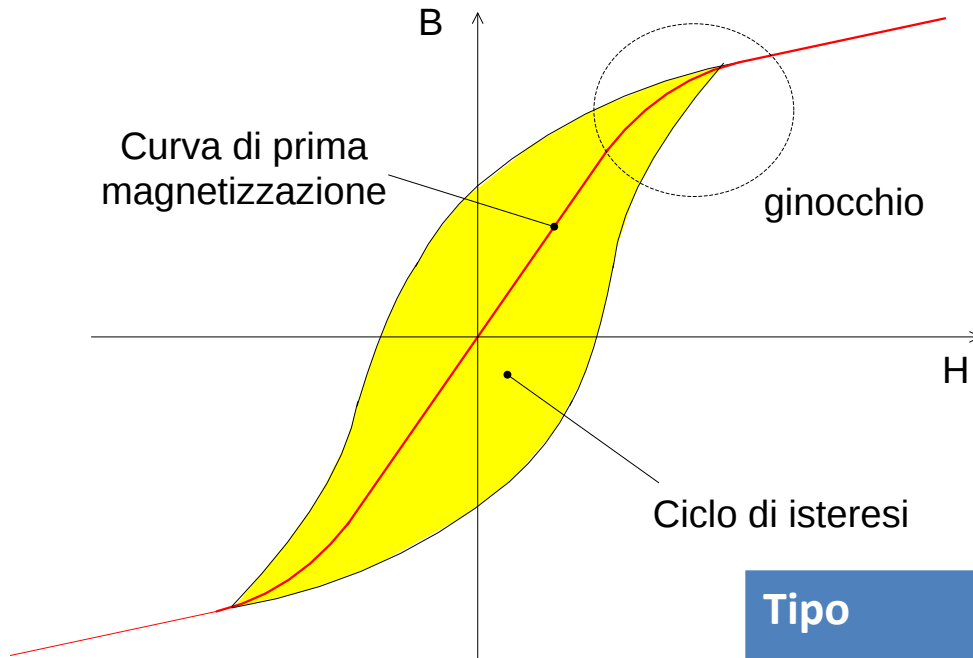
Quindi c'è la convenienza ad aumentare il tenore di silicio fino a che la lavorabilità lo consente.

Denominazione del lamierino		% di silicio
Non-legato		0.5 ÷ 1.5 %
Semi-legato		1.5 ÷ 2.5 %
Legato		2.5 ÷ 3.5 %
Extra-legato		3.5 ÷ 5.0 %
A grani orientati		~ 3 %

Usati nelle macchine rotanti

Usato solo nei trasformatori a causa della fragilità, che consente la trancitura ma non la punzionatura

A seconda del tenore di silicio si modifica anche la caratteristica B-H, in particolare si restringe il ciclo di isteresi e si sposta il “ginocchio”, dove si colloca normalmente il punto di lavoro.

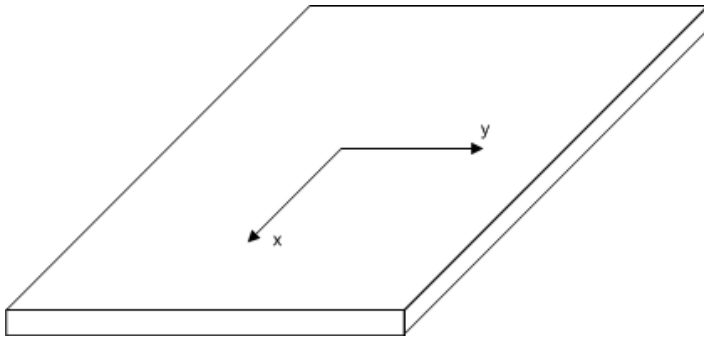


Tipo	Posizione del ginocchio
Ferro normale	0.8 ÷ 1.0 T
Acciaio al 1.5% di Si	1.3 ÷ 1.4 T
Acciaio al 3% di Si	1.4 ÷ 1.7 T
Acciaio al 4% di Si	1.7 ÷ 2 T

Lamierini Fe-Si a grani orientati

Nei trasformatori, oltre ai lamierini extralegati normali, si usano spesso lamierini a grani orientati (o a cristalli orientati).

Questi lamierini sono ottenuti per laminazione a caldo e poi sono sottoposti a più cicli di laminazione a freddo, con particolari trattamenti termici tra un ciclo e l'altro. Il risultato è che i domini magnetici (cristalli) tendono ad orientarsi secondo una direzione preferenziale, che è quella di laminazione.



In un lamierino normale la permeabilità magnetica è uguale in tutte le direzioni nel piano di laminazione (isotropia magnetica), cioè in particolare:

$$\mu_x = \mu_y$$

Nei lamierini a cristalli orientati, esiste una sola direzione x (direzione di laminazione) lungo la quale la permeabilità è elevata.

$$\mu_x \gg \mu_y$$

Quindi ha senso usare il lamierino a grani orientati solo in quei casi in cui il campo magnetico (seppure alternato) conserva la stessa direzione, che deve coincidere con la direzione di laminazione.

Ciò rende proibitivo l'uso dei lamierini a grani orientati nelle macchine rotanti, dove appunto il campo è rotante (cambia direzione nel tempo in ogni punto). L'uso è invece indicato nei trasformatori.

I lamierini a cristalli orientati hanno normalmente uno spessore di 0.35 mm e un tenore di silicio del 3% (quindi inferiore al lamierino extralegato).

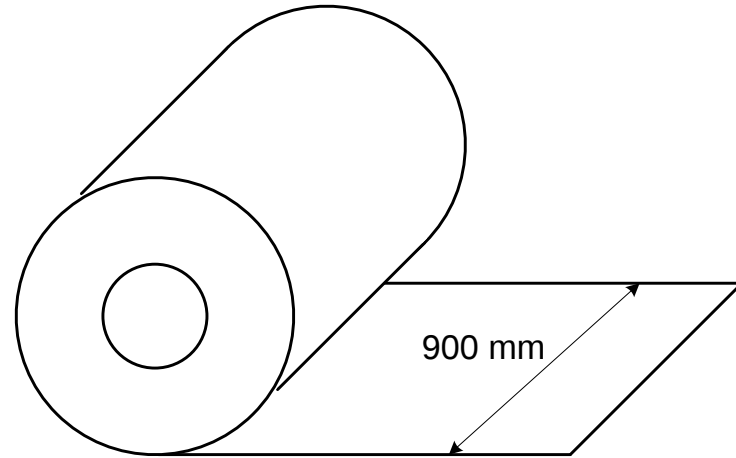
I lamierini a grani orientati portano a due vantaggi fondamentali:

- Riduzione delle perdite per isteresi ("ciclo di isteresi stretto")
- Elevati valori di induzione magnetica in corrispondenza del ginocchio della caratteristica B-H.

Tecnologia di lavorazione del lamierino magnetico Fe-Si



Il lamierino è usualmente disponibile in rotoli (bobine), con larghezza tipica di 900 mm.



Il lamierino è già isolato su una delle due facce (strato di ossido naturale, specie per piccoli trasformatori, oppure apposite vernici).

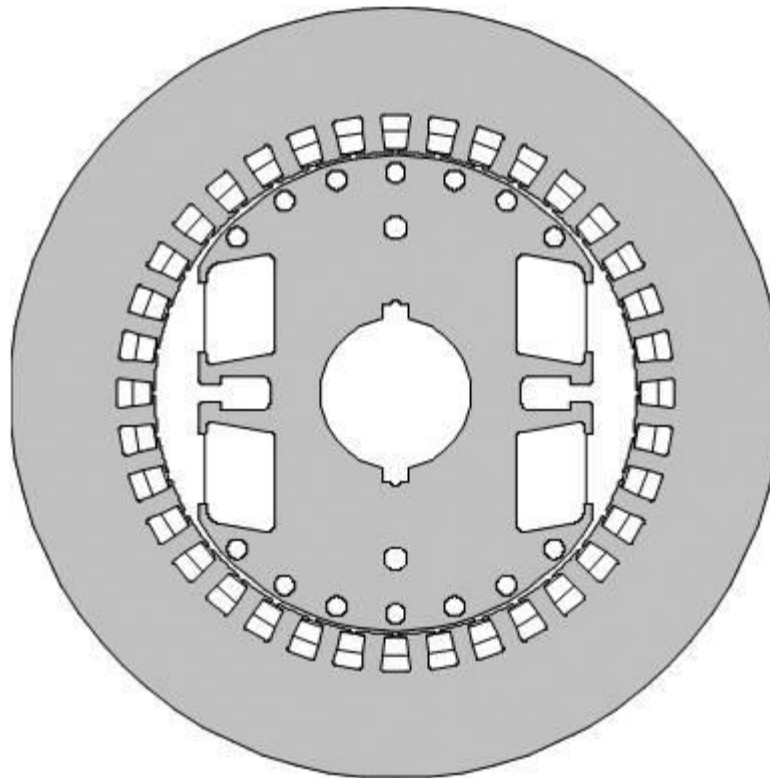
Per isolare i lamierini, si possono usare anche vernici “incollanti”, le quali, oltre all’isolamento elettrico tra lamierini adiacenti, danno i seguenti vantaggi:

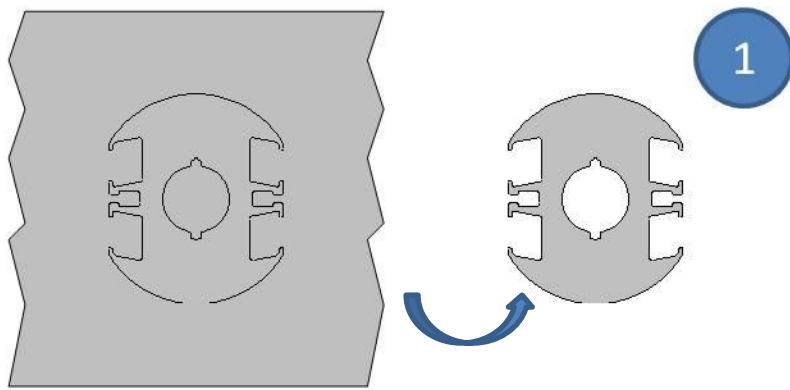
- consentendo di ottenere pacchi di per sè compattati che quindi possono non necessitare di sistemi di pressatura meccanica (piastre di pressione, tiranti, v. oltre).
- Riducono le vibrazioni del pacco e relativo rumore (aspetto importante specie nel caso dei trasformatori).

La lavorazione del lamierino per la realizzazione dei nuclei laminati prevede i seguenti processi tecnologici principali:

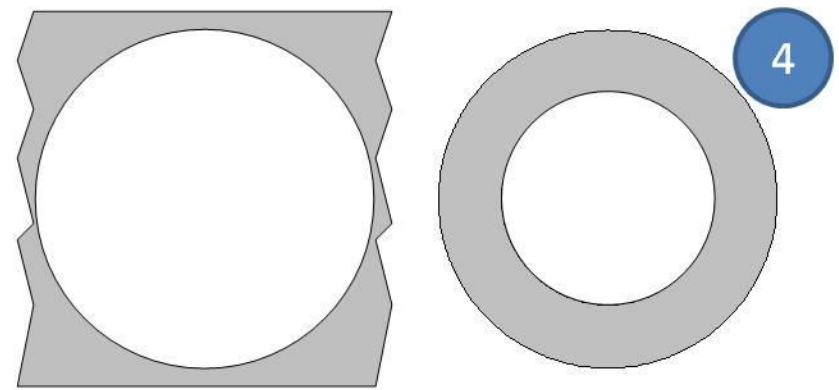
- Tranciatura
- Punzonatura ← Tipico in macchine rotanti per cave, di solito non usata nei trasformatori
- Impaccaggio
- Consolidamento strutturale del pacco ← Può non essere necessario nel caso di lamierini isolati con resine incollanti.

Prendiamo ad esempio la realizzazione dei pacchi laminati di statore e rotore per un generatore sincrono avente la seguente sezione trasversale.

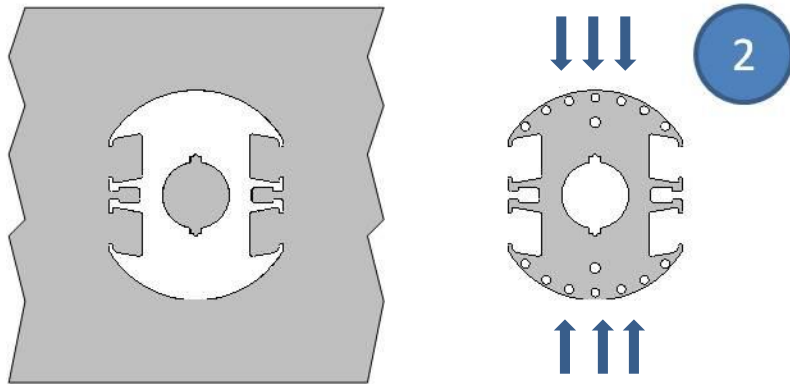




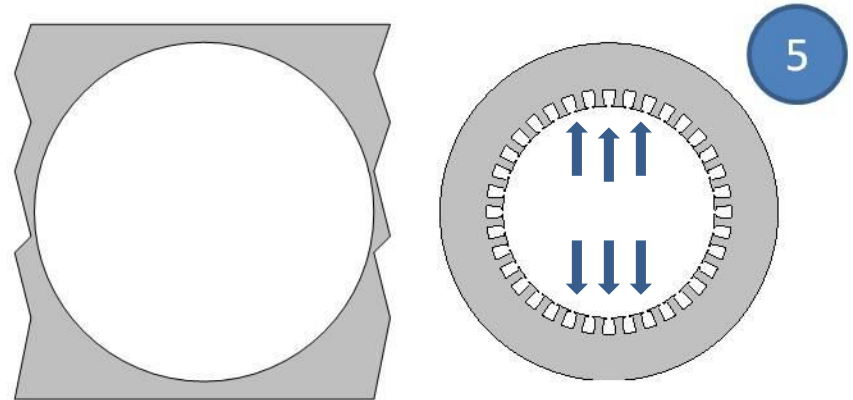
Tranciatura



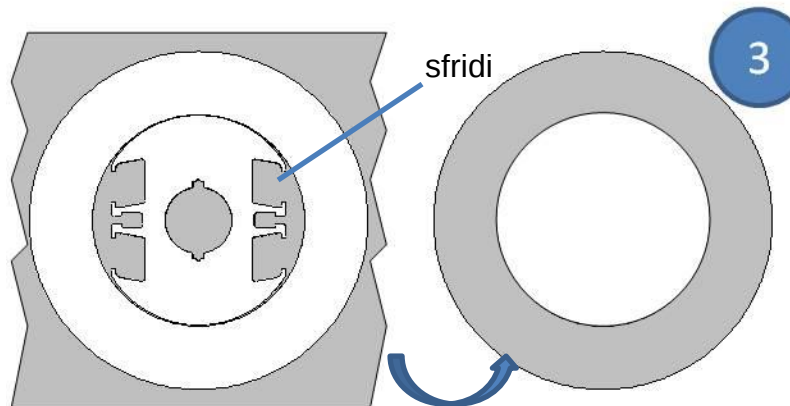
Eliminazione sfridi



Punzonatura



Punzonatura



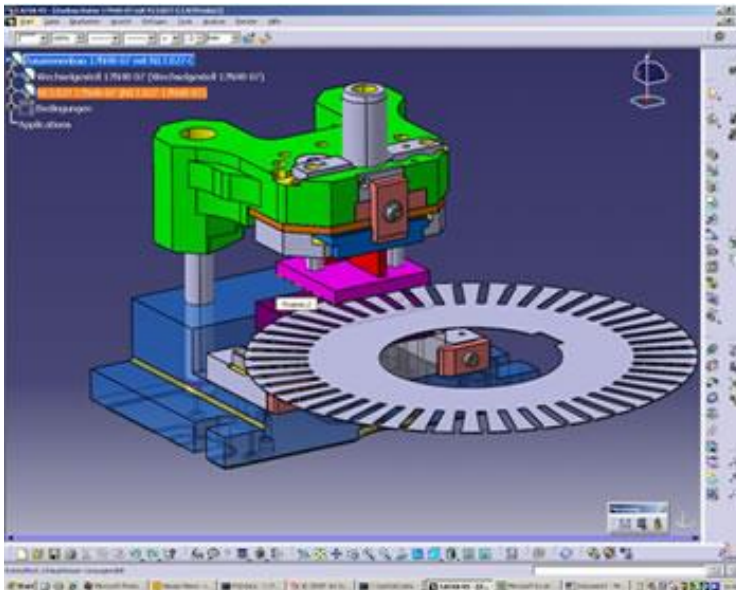
Tranciatura





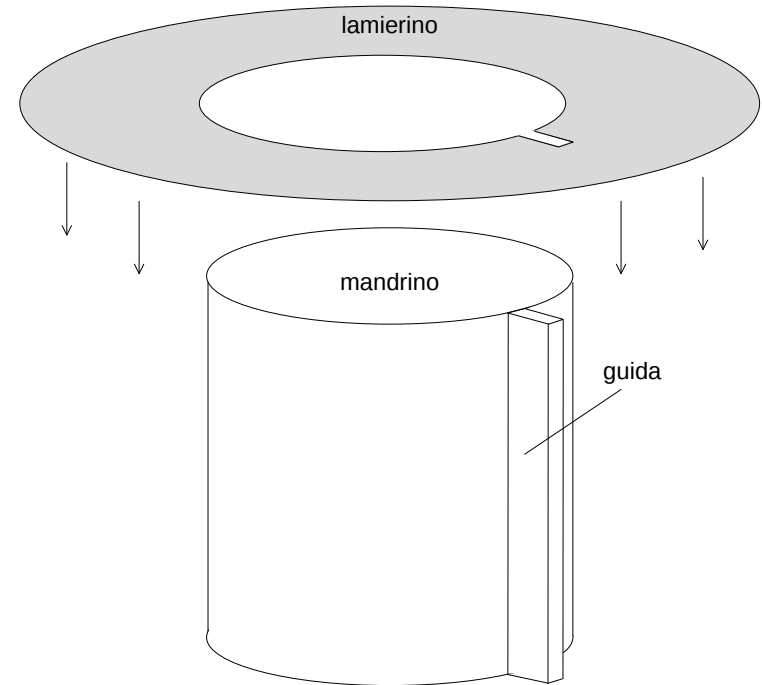
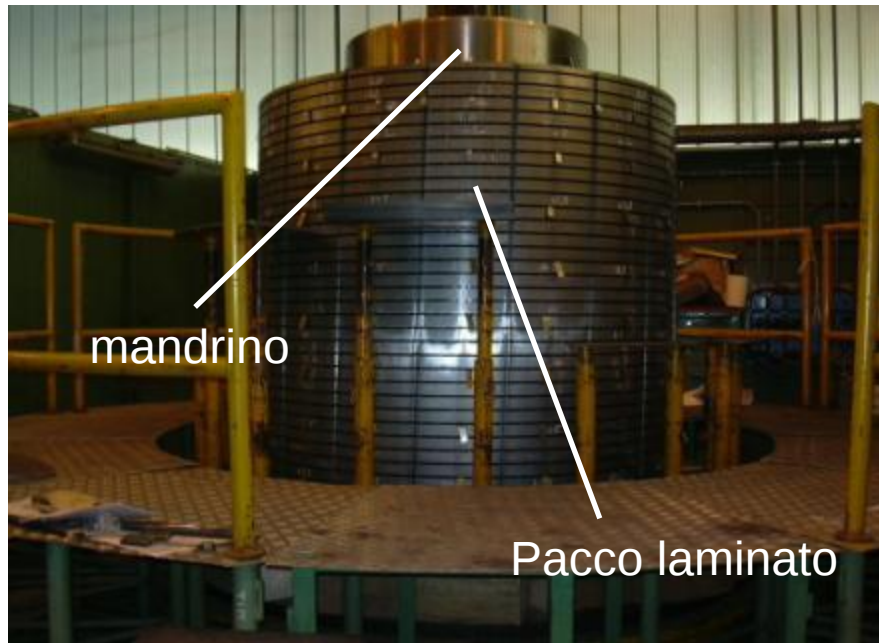
La tranciatura prevede di attrezzare la macchina operatrice (tranciatrice) con uno stampo che riproduce la forma del lamierino.

Analogamente, la punzonatura prevede di attrezzare la macchina operatrice (punzonatrice) con un punzone che riproduce la forma della cava o del foro da praticare nel lamierino.



La realizzazione di un nuovo punzone o di un nuovo stampo incide in modo importante sul costo di produzione, specie se si tratta di produrre poche macchine. Pertanto, dove possibile, il progettista è indotto ad usare forme (di cava, di statore, di rotore, ecc.) già usate per macchine precedenti e per le quali si dispone quindi già degli stampi e punzoni necessari.

Una volta tranciati e punzonati, i lamierini vengono impilati per formare il pacco laminato. Tale operazione prende il nome di impaccaggio e fa uso di particolari mandrini che consentono il posizionamento corretto dei lamierini.



E' fondamentale che l'impaccaggio avvenga allineando esattamente le cave in modo che le pareti di queste non abbiano irregolarità. Si usano allo scopo guide posizionate assialmente sui mandrini. L'uso di guide inclinate consente la realizzazione di pacchi a cave inclinate.

Il consolidamento del pacco avviene di solito mediante strutture in acciaio amagnetico, quali:

- Piastre frontali di pressione
- Dita pressapacco
- Tiranti assiali





Nei pacchi rotorici di macchine asincrone è la stessa gabbia che può fare da struttura di consolidamento, cioè gli anelli fungono da piastre di pressione frontali e le barre da tiranti.

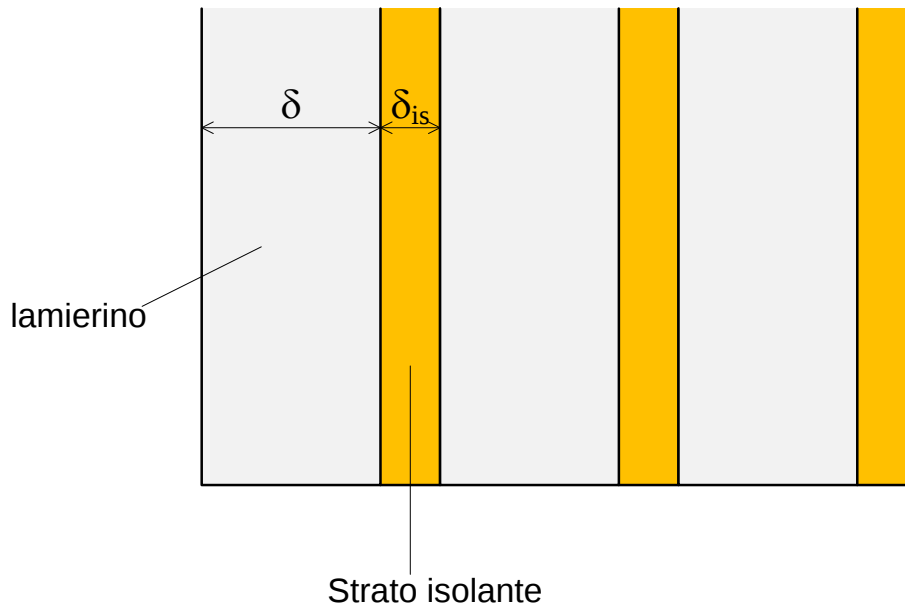


Il pacco laminato di statori e rotor può essere suddiviso in pacchetti elementari separati da zone d'aria che servono come canali radiali di ventilazione, cioè consentono all'aria di raffreddamento di fluire in senso radiale dal centro della macchina verso la periferia dello statore.

I pacchetti sono separati da profilati ad "I" disposti radialmente e usati come distanziatori.

Spessori di lamierino, densità e coefficienti di stipamento per pacchi laminati Fe-Si

Tipo di macchina	Spessore δ	Densità
Trasformatore	0.35 mm	7.55 g/dm ³
Generatore	0.35 ÷ 0.5 mm	7.55 ÷ 7.70 g/dm ³
Motore asincrono	0.5 mm	7.70 g/dm ³
Macchina in c.c.	0.5 ÷ 1 mm	7.75 g/cm ³



$$k_{st} = \frac{\delta}{\delta + \delta_{is}} \quad \text{Coefficiente di stipamento}$$

Valori tipici:

$$k_{st} = 0.92 \div 0.96$$

Significa che solo il 92-96% della lunghezza del pacco è effettivamente utile al passaggio del flusso.

Perdite nei lamierini magnetici

La presenza di un campo magnetico alternato sinusoidale attraverso un pacco laminato determina perdite per due fenomeni:

- 1) Isteresi magnetica
- 2) Correnti parassite

Coefficiente di isteresi

Coefficiente di «eddy current»

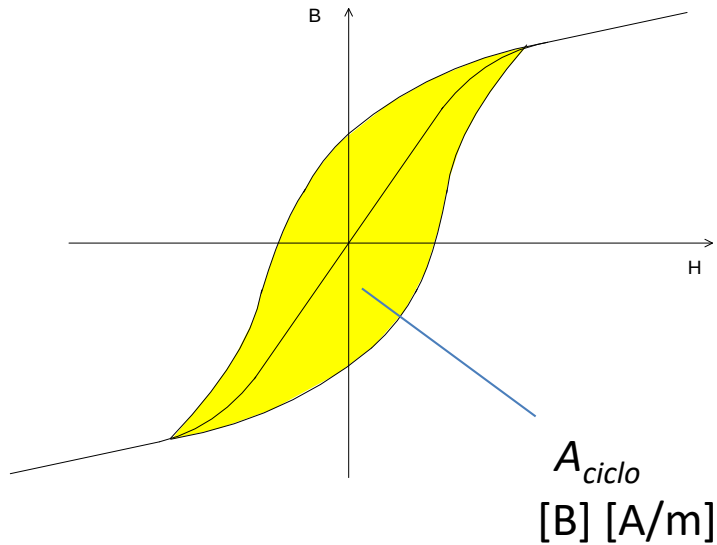
Formula di Steinmetz

$$p_{fe} = p_{fe,ist} + p_{fe,cp} = k_{ist} B_{\max}^y f + k_{cp} B_{\max}^2 f^2 \quad [\text{W/kg}]$$

con:

- $B_{\max}$ induzione massima in T
- f frequenza in Hz

Perchè perdite «per isteresi» ?



Si può dimostrare che:

$$P_{ist} / V_{fe} = A_{ciclo} f \quad [W / m^3]$$

Cioè la presenza di un ciclo di isteresi provoca perdite specifiche (per unità di volume) pari all'area del ciclo per la frequenza.

$$A_{ciclo} \propto B^y \quad \text{con} \quad y \cong 2$$

da cui l'espressione delle perdite per isteresi.

Nell'ipotesi semplificativa

$$y = 2$$

$$\begin{aligned} p_{fe} &= p_{fe,ist} + p_{fe,cp} = k_{ist} B_{\max}^2 f + k_{cp} B_{\max}^2 f^2 = \\ &= B_{\max}^2 \left(k_{ist} f + k_{cp} f^2 \right) \end{aligned}$$

Cioè le perdite specifiche per unità di massa sono proporzionali al quadrato dell'induzione.

Nella pratica si definisce a volta una cifra di perdita C_p [W/kg] come il valore delle perdite specifiche per

$$\begin{array}{l} B_{\max} = 1 \text{ T} \\ f = 50 \text{ Hz} \end{array} \longrightarrow C_p \triangleq 1^2 (k_{ist} 50 + k_{cp} 50^2) = k_{ist} 50 + k_{cp} 50^2$$

cosicchè, se la macchina lavora a 50 Hz:

$$p_{fe} = B_{\max}^2 C_p$$

In pratica le perdite reali in un pacco laminato sono maggiori di quelle «teoriche» a causa di imperfetto isolamento tra lamierini dovuto ai processi di lavorazione meccanica. Se ne tiene conto con un «coefficiente di lavorazione» maggiore di uno (di solito dell'ordine di 1.2):

$$p_{fe} = \left(k_{ist} B_{\max}^y f + k_{cp} B_{\max}^2 f^2 \right) k_L$$

Coefficiente di lavorazione da determinare empiricamente

Infatti, la presenza di «ponti conduttivi» tra un lamierino e l'altro (dovuti a difetti di lavorazione), offre alle correnti parassite percorsi a minore resistenza di quelli che si avrebbero nell'ipotesi di perfetto isolamento tra lamierini, dando origine ad un aumento delle perdite per correnti parassite.