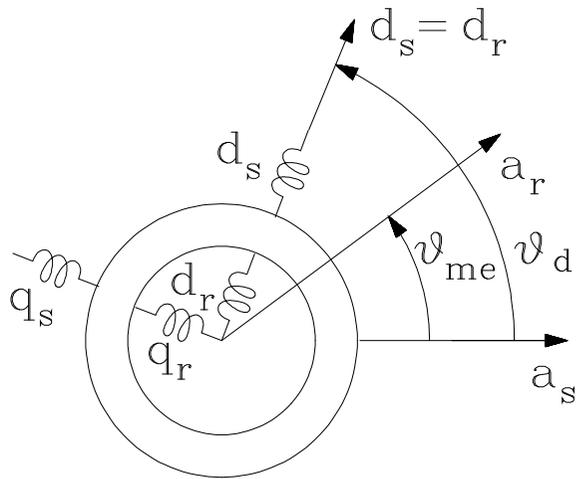


AZIONAMENTI CON MOTORE ASINCRONO

MODELLO DEL M.A. (riferimento generico rotante con ω_d)



$$\lambda_{ds} = L_s i_{ds} + L_M i_{dr}$$

$$\lambda_{qs} = L_s i_{qs} + L_M i_{qr}$$

$$\lambda_{dr} = L_M i_{ds} + L_r i_{dr}$$

$$\lambda_{qr} = L_M i_{qs} + L_r i_{qr}$$

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d\lambda_{ds}}{dt} - \omega_d \lambda_{qs}$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d\lambda_{qs}}{dt} + \omega_d \lambda_{ds}$$

$$v_{dr} = 0 = R_r i_{dr} + \frac{d\lambda_{dr}}{dt} - (\omega_d - \omega_{me}) \lambda_{qr}$$

$$v_{qr} = 0 = R_r i_{qr} + \frac{d\lambda_{qr}}{dt} + (\omega_d - \omega_{me}) \lambda_{dr}$$

$$c = \frac{3}{2} p (\lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds})$$

$$c = \frac{3}{2} p \frac{L_M}{L_r} (\lambda_{dr} i_{qs} - \lambda_{qr} i_{ds})$$

MODELLO DEL M.A. espressioni vettoriali (riferimento rotante generico)

Si può passare alle espressioni vettoriali in cui i vettori sono costruiti giustapponendo le componenti di asse diretto (parte reale) e in quadratura (parte immaginaria); in maniera analoga si procede con le equazioni.

$$\bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d\bar{\lambda}_s}{dt} + j\omega_d \bar{\lambda}_s$$

$$\bar{v}_r = 0 = R_r \bar{i}_r + \frac{d\bar{\lambda}_r}{dt} + j(\omega_d - \omega_{me}) \bar{\lambda}_r$$

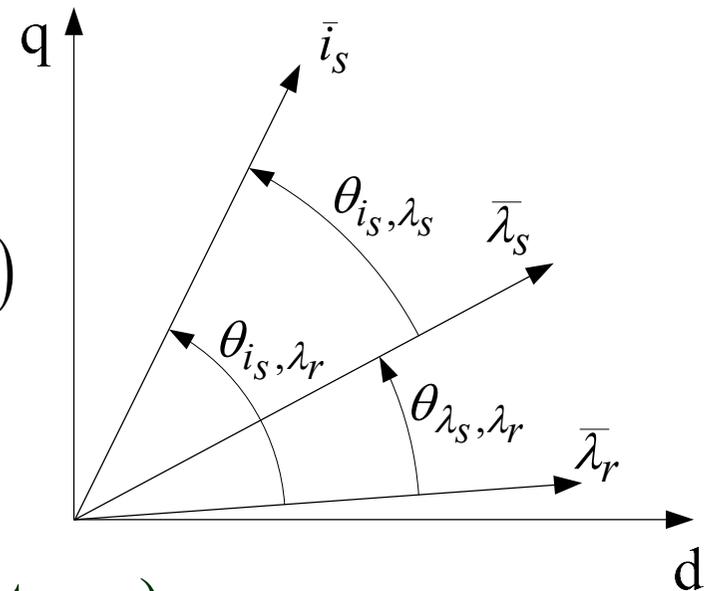
$$c = \frac{3}{2} p \Re[\bar{i}_s (j\bar{\lambda}_s)^*] \quad c = \frac{3}{2} p \lambda_s i_s \text{sen}(\theta_{i_s, \lambda_s})$$

$$c = \frac{3}{2} p [\bar{i}_s \cdot (j\bar{\lambda}_s)]$$

il segno \cdot indica il prodotto scalare (interno)

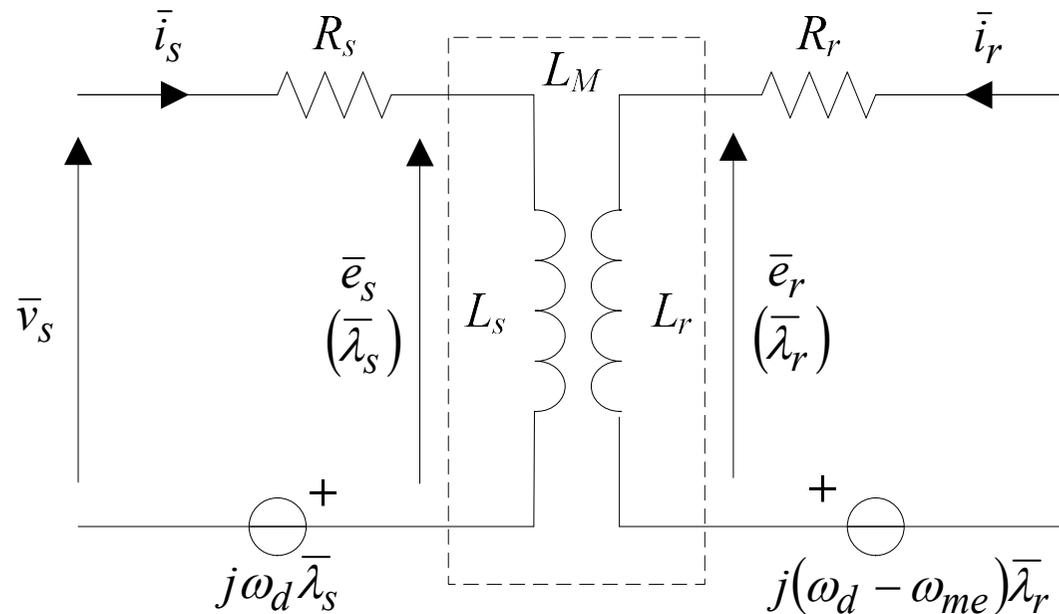
$$\bar{\lambda}_s = L_s \bar{i}_s + L_M \bar{i}_r$$

$$\bar{\lambda}_r = L_M \bar{i}_s + L_r \bar{i}_r$$



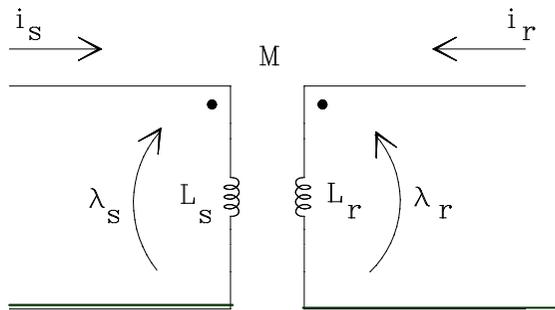
CIRCUITI EQUIVALENTI DEL MOTORE ASINCRONO

Le equazioni che descrivono il motore asincrono possono essere interpretate come quelle di due circuiti mutuamente accoppiati di tipo “vettoriale”



E' facile da questo dedurre i due circuiti di tipo “scalare” uno valido per le componenti di asse d e l'altro per quello di asse q.

CIRCUITI MUTUAMENTE ACCOPPIATI (generico)



I due circuiti mutuamente accoppiati della figura sono descritti dalle equazioni

$$e_s = \frac{d}{dt} \lambda_s \quad \text{dove} \quad \lambda_s = L_s i_s + M i_r$$

$$e_r = \frac{d}{dt} \lambda_r \quad \lambda_r = M i_s + L_r i_r$$

I parametri caratteristici sono tre: L_s , L_r (**riferita al circuito “r”**) e M . Con riferimento alle grandezze esterne f.e.m e_s , e_r , correnti: i_s , i_r , flussi, λ_s , λ_r , ecc., si supponga che il numero delle spire dei due avvolgimenti s e r non sia noto a priori, allora si può fare l’ipotesi che il rapporto di trasformazione sia $n:1$. In tal caso la f.m.m. prodotta dai due avvolgimenti è:

$$n \cdot i_s + 1 \cdot i_r = n \cdot i_{ms}$$

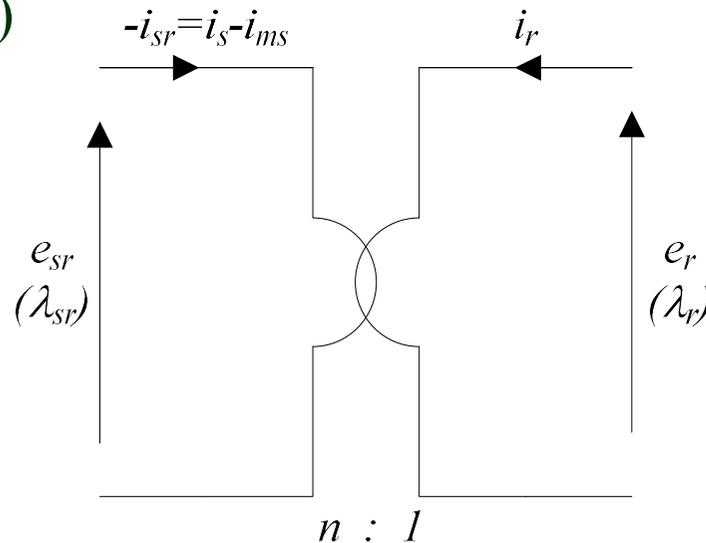
i_{ms} è la corrente di magnetizzazione vista dal circuito “s” ed è quella corrente che, circolando nel solo circuito s , produce la stessa f.m.m. sviluppata da entrambi gli avvolgimenti

CIRCUITI MUTUAMENTE ACCOPPIATI (generico)

Riordinando i termini della equazione precedente si ha $n \cdot (i_s - i_{ms}) = -1 \cdot i_r$

Questa espressione può essere interpretata come il bilancio di f.m.m. di un trasformatore ideale avente rapporto di trasformazione $n:1$ in cui la corrente $i_s - i_{ms}$ è la corrente di r riportata a s : i_{sr} .

Si noti che qui, e nelle dia seguenti della trattazione di circuiti mutuamente accoppiati generici, i pedici s ed r , in generale, non hanno il significato specifico di statore e rotore ma semplicemente distinguono il circuito lato s e quello lato r della struttura circuitale (se si facesse riferimento ad un trasformatore si potrebbero chiamare primario e secondario)



$$\frac{e_{sr}}{n} = e_r$$

$$\frac{\lambda_{sr}}{n} = \lambda_r$$

$$n \cdot i_{sr} = i_r$$

CIRCUITI MUTUAMENTE ACCOPPIATI (generico)

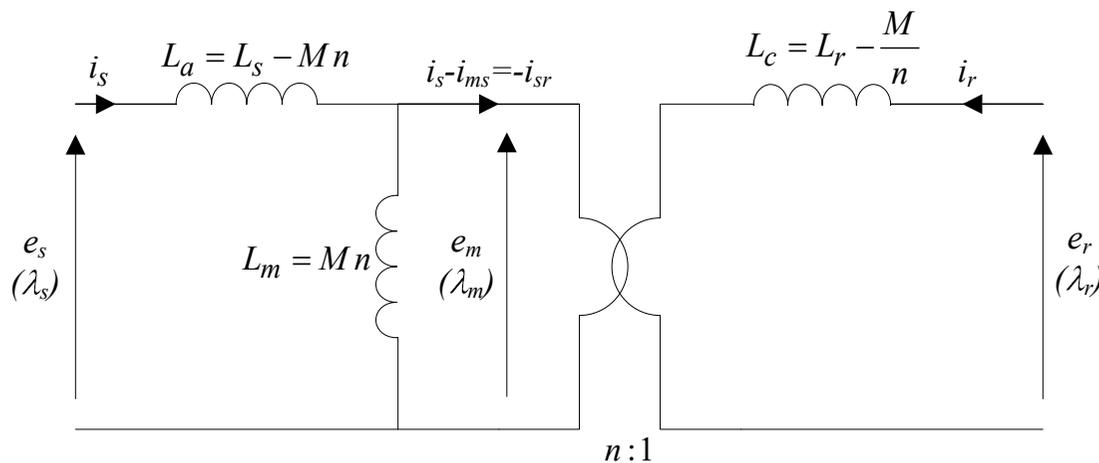
Sostituendo l'equazione del trasformatore della diapositiva precedente nelle equazioni di legame, si ottengono

$$\lambda_s = L_s i_s - M n (i_s - i_{ms})$$

$$\lambda_r = M \left(i_{ms} - \frac{i_r}{n} \right) + L_r i_r \quad \text{riordinando}$$

$$\lambda_s = (L_s - M n) i_s + M n i_{ms}$$

$$\lambda_r = M i_{ms} + \left(L_r - \frac{M}{n} \right) i_r$$



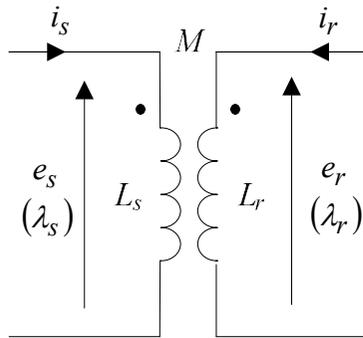
$$\lambda_s = L_a i_s + L_b i_{ms}$$

$$\lambda_r = \frac{L_b i_{ms}}{n} + L_c i_r$$

Si ricordi che qui e nelle diapositive successive i parametri e le grandezze lato r sono riferite a sè stesse (lato r).

CIRCUITI MUTUAMENTE ACCOPPIATI (generico)

Si può osservare pertanto
che lo schema...



$$\lambda_s = L_s i_s + M i_r$$

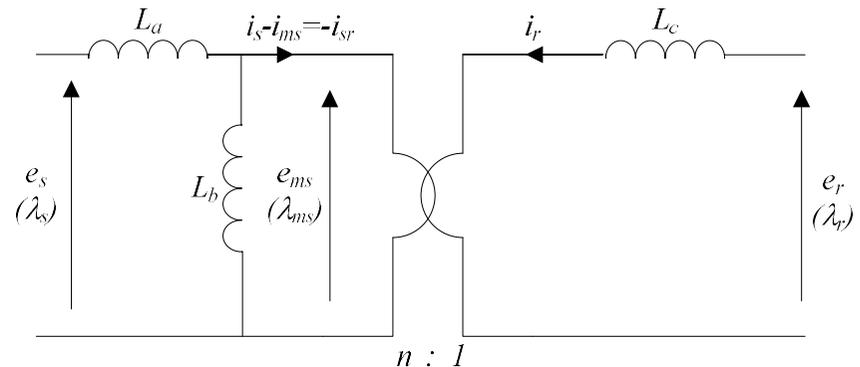
$$\lambda_r = M i_s + L_r i_r$$

$$L_s = L_a + L_b$$

$$M = \frac{L_b}{n}$$

$$L_r = L_c + \frac{L_b}{n^2}$$

...può essere rappresentato da



dove

$$\lambda_s = L_a i_s + L_b (i_s + i_{sr})$$

$$\lambda_r = \frac{L_b}{n} (i_s + i_{sr}) + L_c i_r$$

$$i_{sr} = \frac{i_r}{n}$$

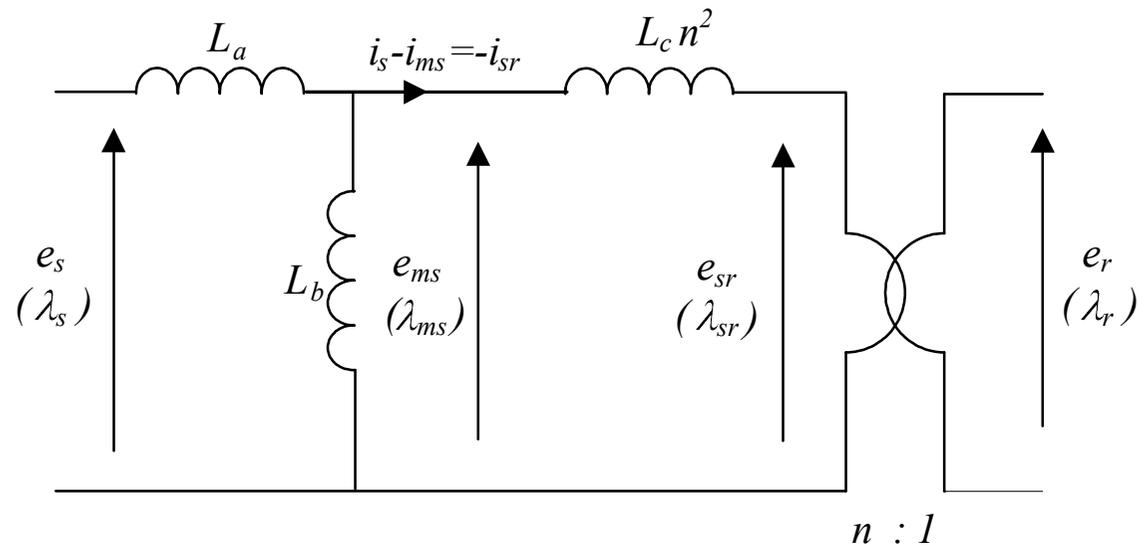
$$L_b = nM$$

$$L_a = L_s - nM$$

$$L_c = L_r - \frac{M}{n}$$

CIRCUITI MUTUAMENTE ACCOPPIATI (generico)

Spostando il trasformatore ideale a valle del circuito si ottiene



CIRCUITI EQUIVALENTI

I due circuiti della dia precedente *si riferiscono dunque a circuiti mutuamente accoppiati generici*, si rammenta che essi sono equivalenti ai fini dei morsetti esterni.

Il primo è caratterizzato da 3 parametri, mentre il secondo da quattro; è evidente che nella seconda rappresentazione il numero di parametri è ridondante.

Per cui nel circuito equivalente della seconda rappresentazione uno dei parametri può essere scelto in modo arbitrario.

Tipicamente è il rapporto “n” ad essere scelto arbitrariamente.

RAPPRESENTAZIONI DEL CIRCUITO EQUIVALENTE

L'arbitrarietà nella scelta del valore di “n” inteso come rapporto di passaggio tra circuito s e circuito r consente di proporre infinite rappresentazioni del circuito equivalente, di queste solo alcune sono di un qualche interesse in quanto conducono a dei circuiti equivalenti la cui topologia ha delle specifiche proprietà applicative.

Verranno analizzate le rappresentazioni che si ottengono dai valori di n seguenti:

$n=N_s/N_r$ conduce al circuito equivalente a “T”; (ti)

$n=M/L_r$ conduce al circuito equivalente a “ Γ ” (gamma-rovescia);

$n=L_s/M$ conduce al circuito equivalente a “ Γ ” (gamma)

RAPPRESENTAZIONE a "T"

Si supponga di scegliere $n = N_s / N_r$

(rapporto tra n° spire del circuito s e di quello r).

I parametri del circuito equivalente diventano

$$L_b = \frac{N_s}{N_r} M \equiv L_{ms}$$

$$L_{\sigma s} = L_s - L_{ms}$$

$$L_a = L_s - \frac{N_s}{N_r} M \equiv L_{\sigma s}$$

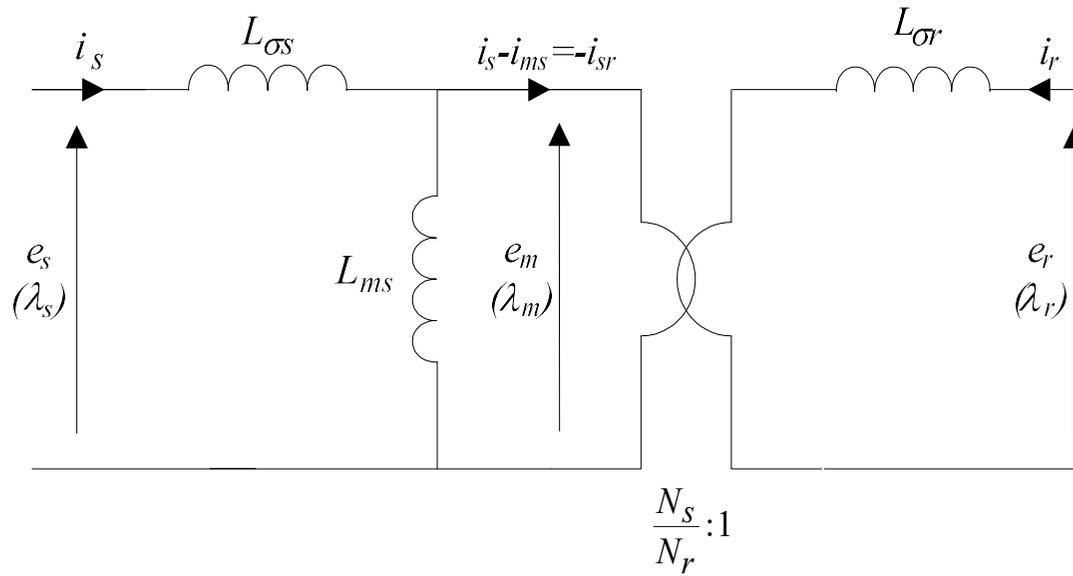
$$L_{\sigma r} = L_r - L_{mr} = L_r - \frac{N_r^2}{N_s^2} L_{ms}$$

$$L_c = L_r - \frac{M}{\frac{N_s}{N_r}} = L_r - L_{mr} \equiv L_{\sigma r}$$

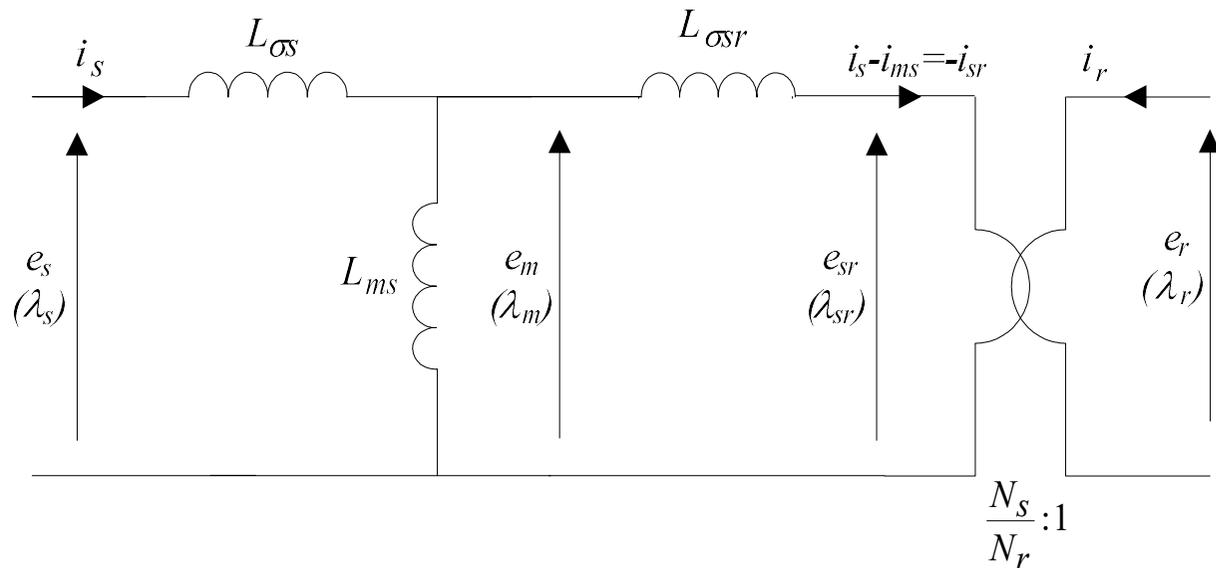
$$L_{\sigma sr} \equiv \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 L_{\sigma r} = L_{sr} - L_{ms}$$

$$L_{sr} = \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 L_r$$

CIRCUITO EQUIVALENTE A «T»



Caratteristiche:
 - si ha in evidenza il
 flusso di
 magnetizzazione: λ_m



ACCOPPIAMENTO E DISPERSIONE

Dato un generico circuito con due avvolgimenti mutuamente accoppiati tramite circuito magnetico (vedi slide 4), si ricordino alcune definizioni:

Fattore di accoppiamento di avvolgimento $\left\{ \begin{array}{l} k_s = \frac{L_{ms}}{L_s} = \frac{N_s M}{N_r L_s} \\ k_r = \frac{L_{mr}}{L_r} = \frac{N_r M}{N_s L_r} \end{array} \right.$

Coefficiente di accoppiamento k : $k = \frac{M}{\sqrt{L_s L_r}} = \sqrt{k_s k_r}$

Coefficiente di dispersione (totale) σ : $\sigma = 1 - k^2 = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r} = \frac{L_s L_r - M^2}{L_s L_r}$

Induttanza di dispersione totale vista dal circuito “s” (o induttanza transitoria di “s”): $\sigma L_s = \frac{L_s L_r - M^2}{L_r}$

Induttanza di dispersione totale vista da “r”: σL_r

RAPPRESENTAZIONE a “ Γ ”-rovescia

Altra scelta interessante è $n=M/L_r$ in tal caso:

$$L_b = \frac{M^2}{L_r}$$

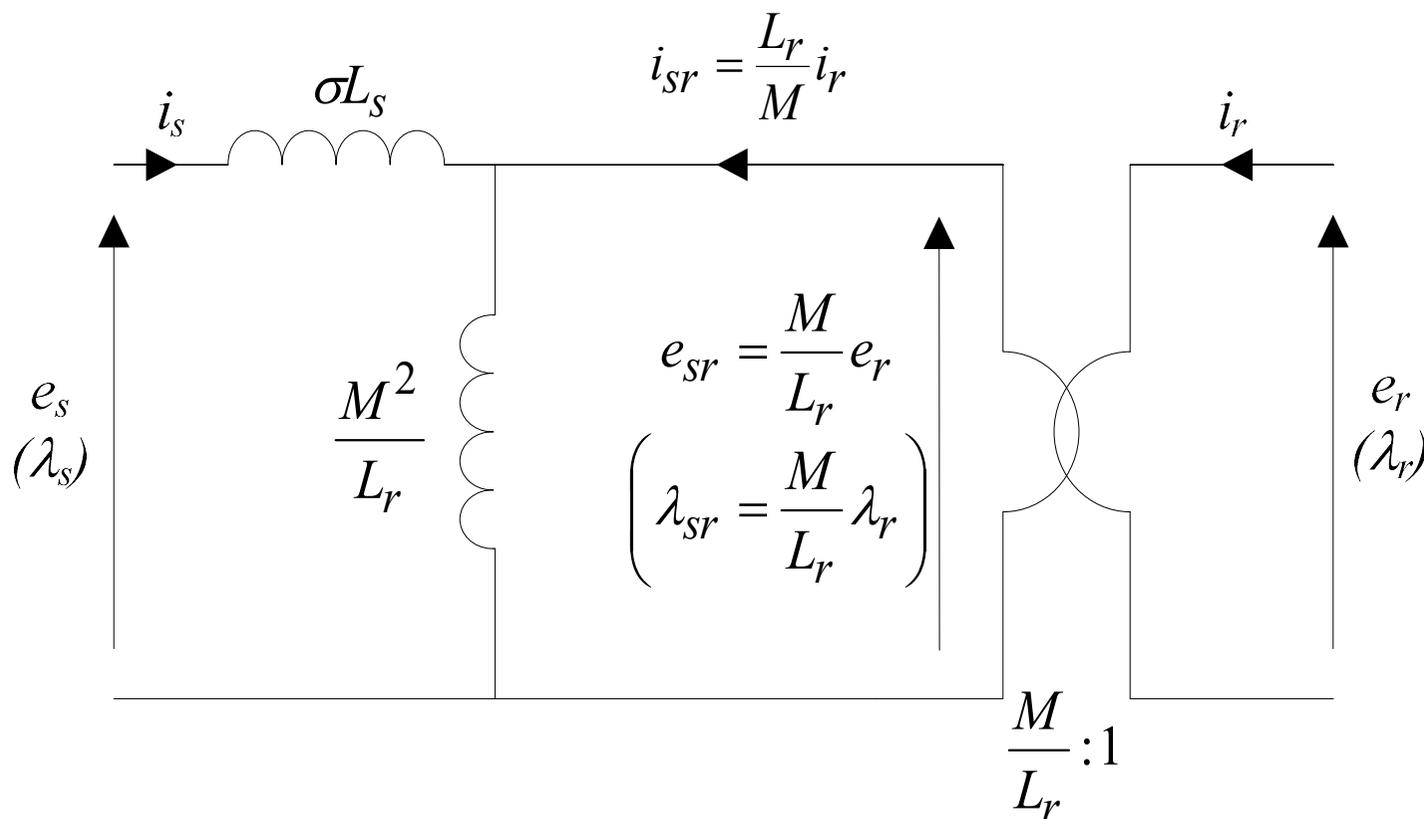
$$L_a = L_s - \frac{M}{L_r} \equiv \sigma L_s$$

$$L_c = 0$$

$$\lambda_r = \frac{L_b}{n} (i_s + i_{sr}) = \frac{M^2 / L_r (i_s + i_{sr})}{M / L_r} = M (i_s + i_{sr})$$

$$i_{sr} = \frac{i_r}{M / L_r} \quad \lambda_{sr} = n \lambda_r = \frac{M^2}{L_r} (i_s + i_{sr})$$

CIRCUITO EQUIVALENTE a “Γ”-rovescia



Caratteristiche:

- due soli parametri induttivi
- si ha in *evidenza* il flusso del circuito ‘r’ (riportato a ‘s’): λ_{sr}

RAPPRESENTAZIONE a “Γ”

Quando si assuma $n=L_s/M$ si hanno

$$L_b = L_s$$

$$L_a = 0$$

$$L_c = L_r - \frac{M^2}{L_s} \equiv \sigma L_r$$

$$\lambda_s = L_b(i_s + i_{sr}) = L_s(i_s + i_{sr})$$

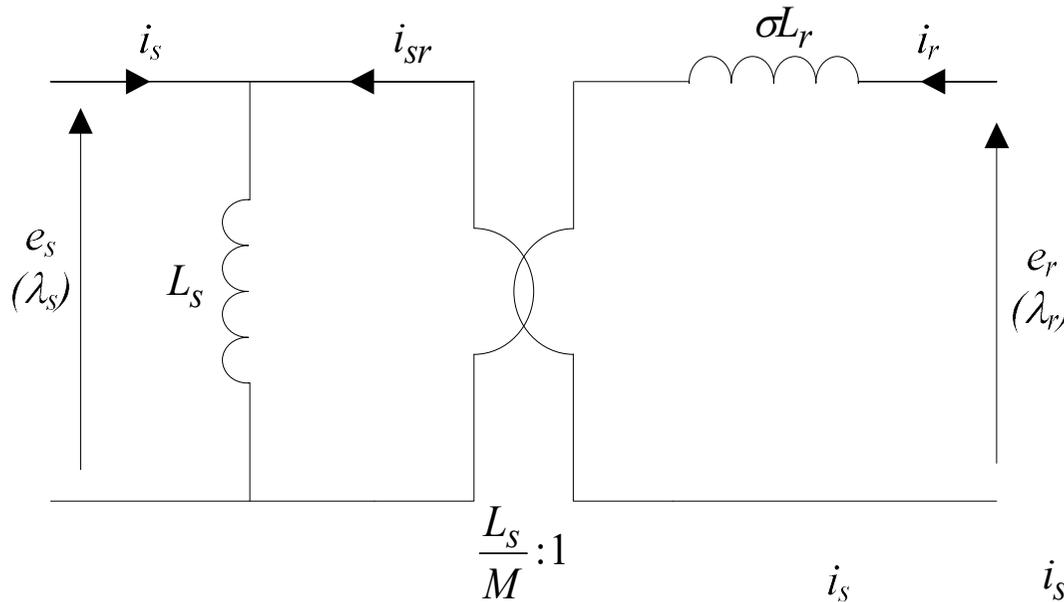
$$i_{sr} = \frac{i_r}{L_s / M}$$

$$\sigma L_{sr} = \sigma n^2 L_r = \left(\frac{L_s}{M}\right)^2 \sigma L_r = \frac{\sigma}{1-\sigma} L_s$$

Si osservi che:

$$\frac{L_s L_r}{M^2} = \frac{1}{1-\sigma}$$

CIRCUITO EQUIVALENTE a "Γ"



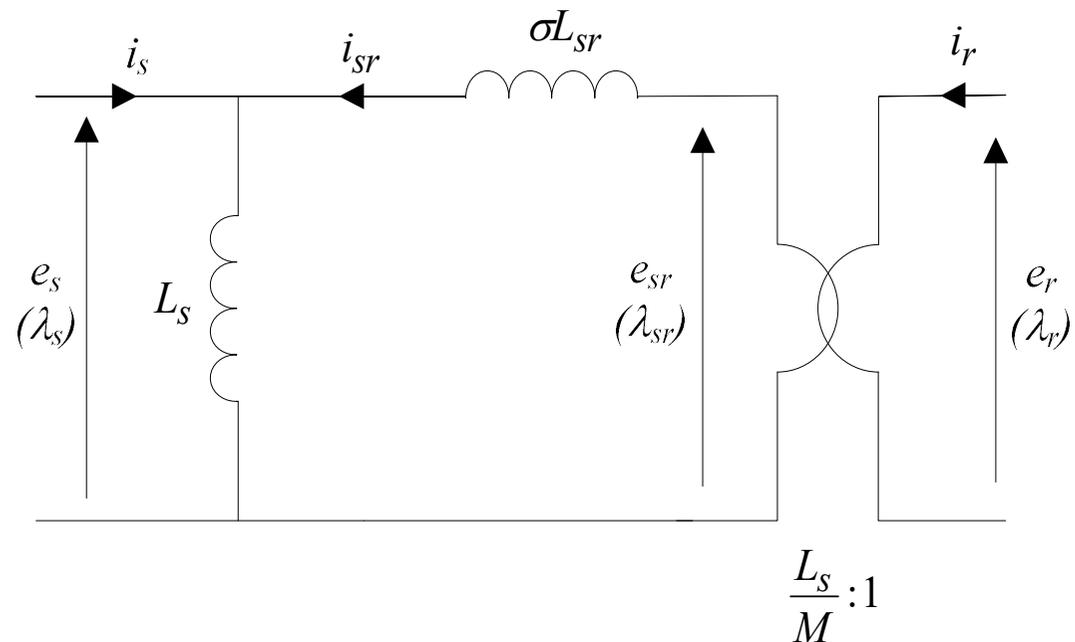
Caratteristiche:

- solo due parametri induttivi
- si ha in *evidenza* il flusso relativo al circuito s: λ_s

$$i_{sr} = \frac{i_r}{L_s / M}$$

$$e_{sr} = \frac{L_s}{L_M} e_r$$

$$\lambda_{sr} = \frac{L_s}{L_M} \lambda_r$$



CIRCUITI MUTUAMENTE ACCOPPIATI DEL MOTORE ASINCRONO

Nel caso del motore asincrono le equazioni di legame della dia 2 sono interpretabili come le equazioni di due circuiti mutuamente accoppiati identici a quelli proposti nella dia 8 ma caratterizzati dai parametri L_s , L_r e L_M definiti nella trattazione del modello del motore asincrono⁽¹⁾ (un po' diversi da quelli "classici" di due circuiti mutuamente accoppiati generici). Le relazioni che legano i parametri delle due rappresentazioni circuitali equivalenti sono formalmente analoghe a quelle riportate nella dia 8:

$$L_s = L_a + L_b$$

$$L_M = \frac{L_b}{n}$$

$$L_r = L_c + \frac{L_b}{n^2}$$

$$L_b = nL_M$$

$$L_a = L_s - nL_M$$

$$L_c = L_r - \frac{L_M}{n}$$

(1) $L_M = \frac{3}{2}L_{ms}$ $L_s = L_{ss} - M_{ss} = L_M + L_{\sigma s}$ $L_r \equiv L_{sr} = L_M + L_{\sigma r}$

RAPPRESENTAZIONI DEL CIRCUITO EQUIVALENTE

Trasportando l'arbitrarietà nella scelta del valore di “n” alla rappresentazione del circuito equivalente del motore asincrono, verranno analizzate le rappresentazioni che si ottengono dai valori di n seguenti:

$n=1$ conduce al circuito equivalente a “T”; (ti)

$n=L_M/L_r$ conduce al circuito equivalente a “ Γ ” (gamma-rovescia);

$n=L_s/L_M$ conduce al circuito equivalente a “ Γ ” (gamma)

RAPPRESENTAZIONE a "T"

Si supponga di scegliere $n=1$.

Ricordando che *nelle equazioni di legame della dia 2 le grandezze di rotore sono riportate a statore*, i parametri del circuito equivalente diventano

$$L_b = L_M \equiv \frac{3}{2} L_{ms}$$

$$L_a = L_s - L_M \equiv L_{\sigma s}$$

$$L_c = L_{sr} - L_M \equiv L_{\sigma sr}$$

in questa e nelle prossime cinque dia, per chiarezza, sono stati re-introdotti i pedici "_{sr}" a indicare le quantità di rotore riportate a statore (*con riporto dovuto al modello*), mentre "_r" indica quantità NON riportate

$$L_{\sigma s} = L_s - L_M$$

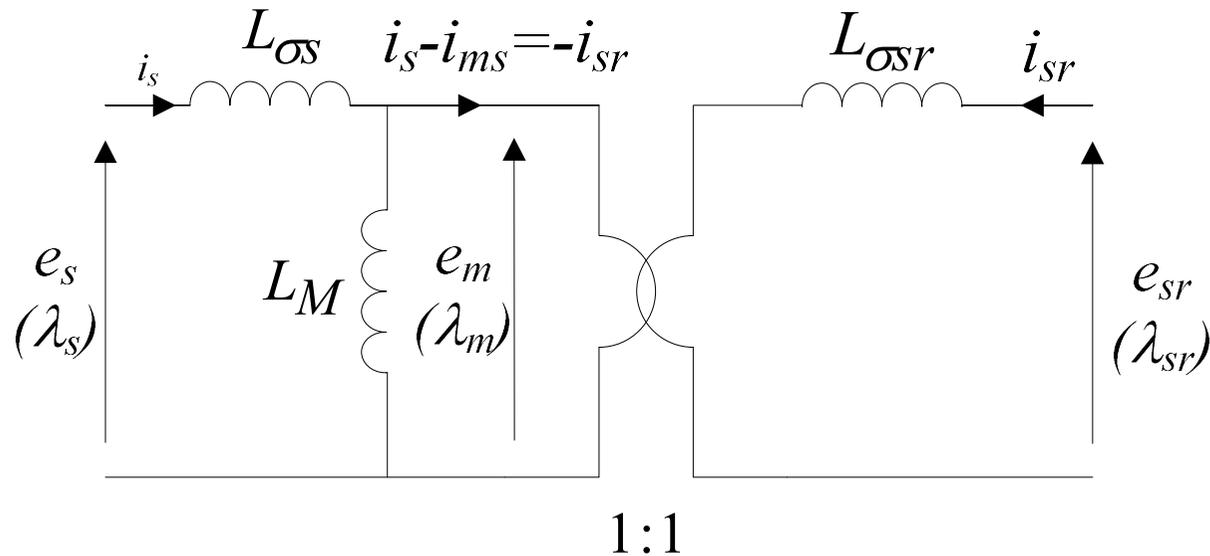
$$L_{\sigma r} = L_r - \frac{L_M}{\left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2}$$

$$L_{\sigma sr} \equiv \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 L_{\sigma r} = L_{sr} - L_M$$

$$L_{sr} = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 L_r$$

RAPPRESENTAZIONE a "T"

Schema circuitale equivalente



NOTA: si ribadisce che i pedici "sr" di questa figura sono quantità di rotore riportate a statore (riporto dovuto al modello) secondo quanto indicato nelle dia 34 e 35 della modellistica del motore asincrono.

RAPPRESENTAZIONE a “T”

espressioni tipiche

Dalle equazioni e dal circuito precedenti si hanno

$$\lambda_s = \lambda_m + L_{\sigma s} i_s$$

$$\lambda_{sr} = \frac{\lambda_m}{N_s / N_r} + L_{\sigma sr} i_{sr}$$

λ_m è il flusso di magnetizzazione ϕ_m concatenato con l'avvolgimento s (sarebbe, con maggior precisione simbolica, λ_{ms})

$$\lambda_m = L_M i_{ms} = L_M (i_s + i_{sr})$$

La corrente che, scorrendo in L_M , produce il flusso λ_m del motore, è chiamata corrente di magnetizzazione del motore (vista da statore)

$$i_{ms} = i_s + i_{sr}$$

PASSAGGIO DA ROTORE A STATORE (ulteriore)

Viene ribadito -una volta ancora- che i circuiti equivalenti introdotti in questa fase sono formalmente sviluppati sulla base delle equazioni di legame dedotte dallo studio del modello matematico del motore asincrono. Le grandezze e i parametri relativi al rotore coinvolti sono quantità **riportate a statore** (vedi dia 35 della modellistica asincrono).

In questi circuiti equivalenti si introduce un **ulteriore passaggio** (quello specifico dei circuiti equivalenti appunto) da rotore a statore per le quantità relative al rotore. Questo lo si indicherà con *riporto o passaggio dovuto al circuito equivalente*.

Nel caso del circuito a “T” delle slide precedenti, riportando le grandezze dell’avvolgimento *r* all’avvolgimento *s*, le quantità di rotore rimangono inalterate in quanto $n=1$ (si indicano comunque con apice ' le quantità trasportate con questo nuovo passaggio).

$$\lambda_s = L_s i_s + L_M i'_{sr}$$

$$\lambda'_{sr} = L_M i_s + L'_{sr} i'_{sr}$$

$$i'_{sr} = \frac{i_{sr}}{n} = i_{sr}$$

$$\lambda'_{sr} = n \lambda_{sr} = \lambda_{sr}$$

$$L'_{sr} = n^2 L_{sr} = L_{sr}$$

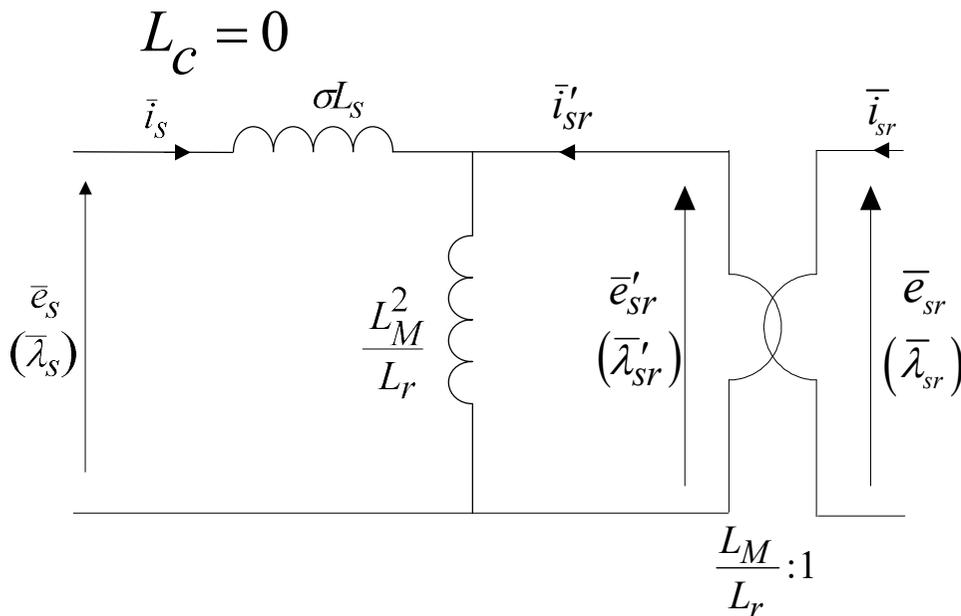
RAPPRESENTAZIONE a “Γ”-rovescia

Altra scelta interessante per il parametro n (libero di essere fissato in maniera arbitraria) è $n = L_M / L_r$, in tal caso:

$$L_b = \frac{L_M^2}{L_r}$$

$$L_a = L_s - \frac{L_M^2}{L_r} \equiv \sigma L_s$$

σL_s è formalmente analoga all'espressione dell'induttanza di dispersione totale vista da statore definita nella dia 14 e dunque possiamo continuare a chiamarla in tal modo (o induttanza transitoria di statore).



$$i'_{sr} = \frac{i_{sr}}{L_M / L_r}$$

$$\lambda'_{rs} = \frac{L_M^2}{L_r} (i_s + i'_{sr}) \quad \lambda'_{rs} = \frac{L_M}{L_r} \lambda_{sr}$$

$$\lambda_{sr} = \frac{L_M^2 / L_r (i_s + i'_{sr})}{L_M / L_r} = L_M (i_s + i'_{sr})$$

RAPPRESENTAZIONE a “Γ”

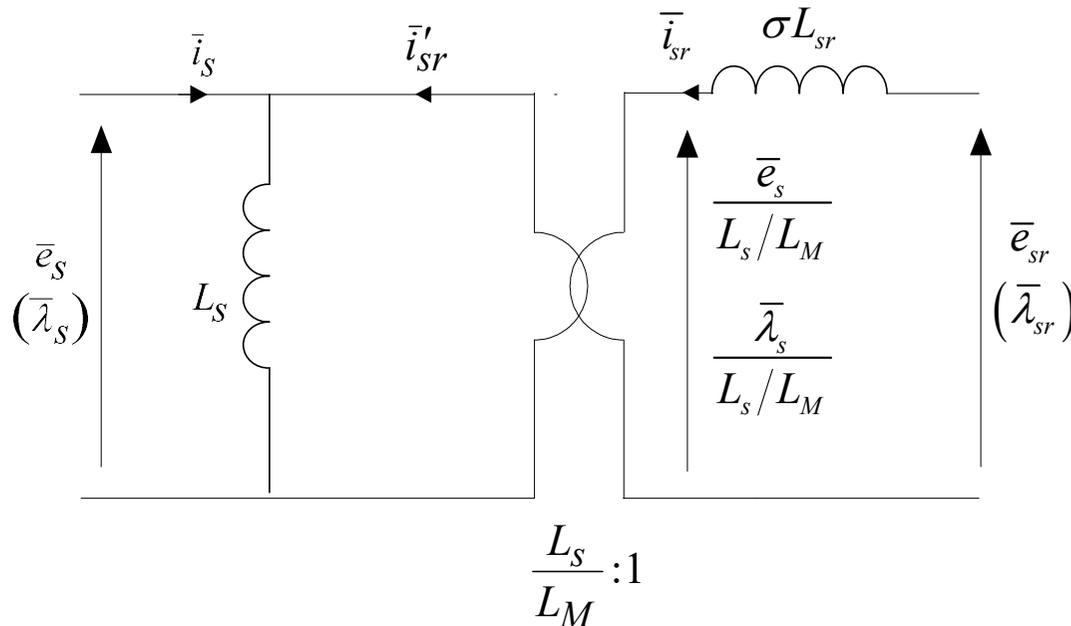
Quando si assuma $n=L_s/L_M$ si hanno

$$L_b = L_s$$

$$L_a = 0$$

$$L_c = L_r - \frac{L_M^2}{L_s} \equiv \sigma L_r$$

σL_r si può ancora continuare a chiamarla induttanza di dispersione totale vista da rotore.



$$\lambda_s = L_s(i_s + i'_{sr})$$

$$i'_{sr} = \frac{i_{sr}}{L_s/L_M}$$

$$\sigma L'_{sr} = \left(\frac{L_s}{L_M} \right)^2 \sigma L_{sr}$$

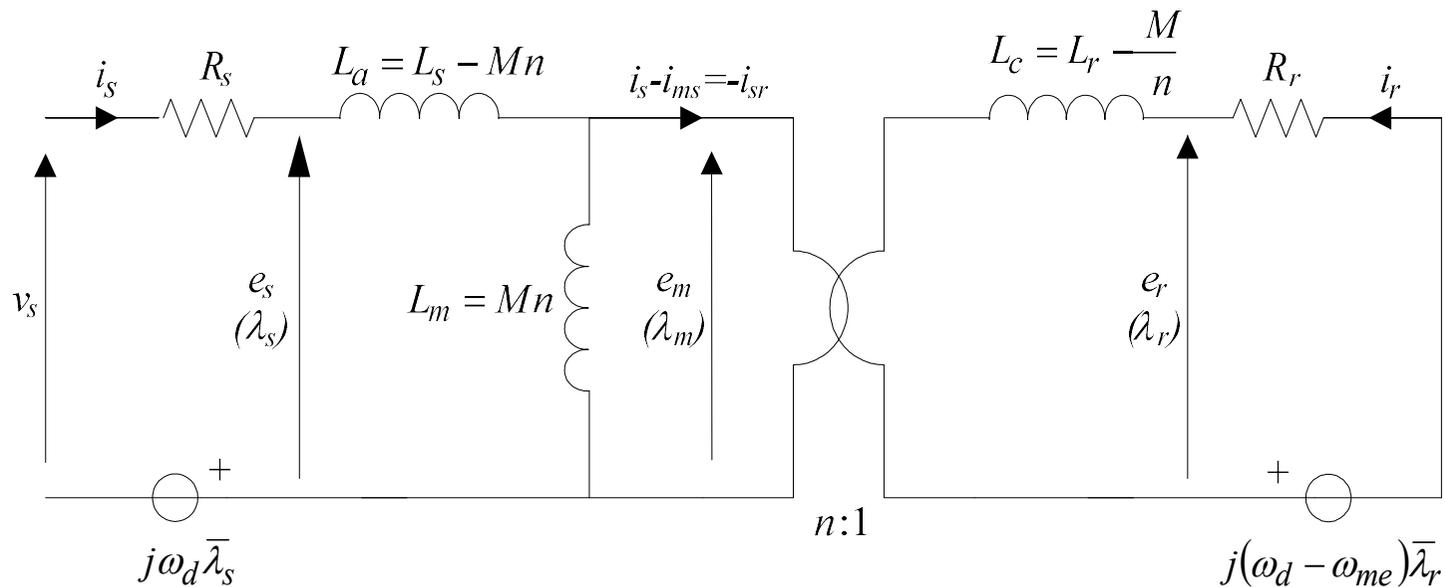
$$\lambda'_{sr} = \lambda_{sr} \frac{L_s}{L_M}$$

NOTA

- Da qui in avanti si ritorna ad una notazione semplificata:
- Pedice “**r**” significa grandezza di rotore riportata a statore con *riporto dovuto al modello*.
- Pedice “**sr**” significa grandezza di rotore riportata a statore con doppio passaggio: *riporto dovuto al modello e in cascata riporto dovuto al circuito equivalente*.

CIRCUITO EQUIVALENTE di un M.A.

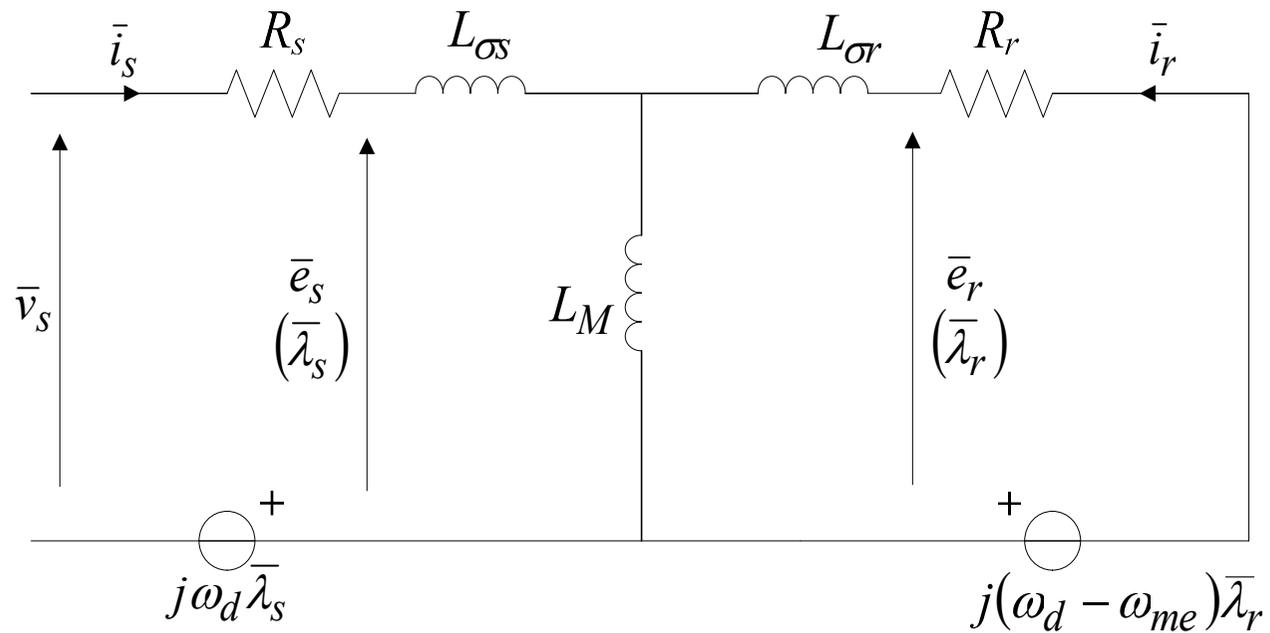
Applicando quanto detto al circuito equivalente di un motore asincrono si ottiene



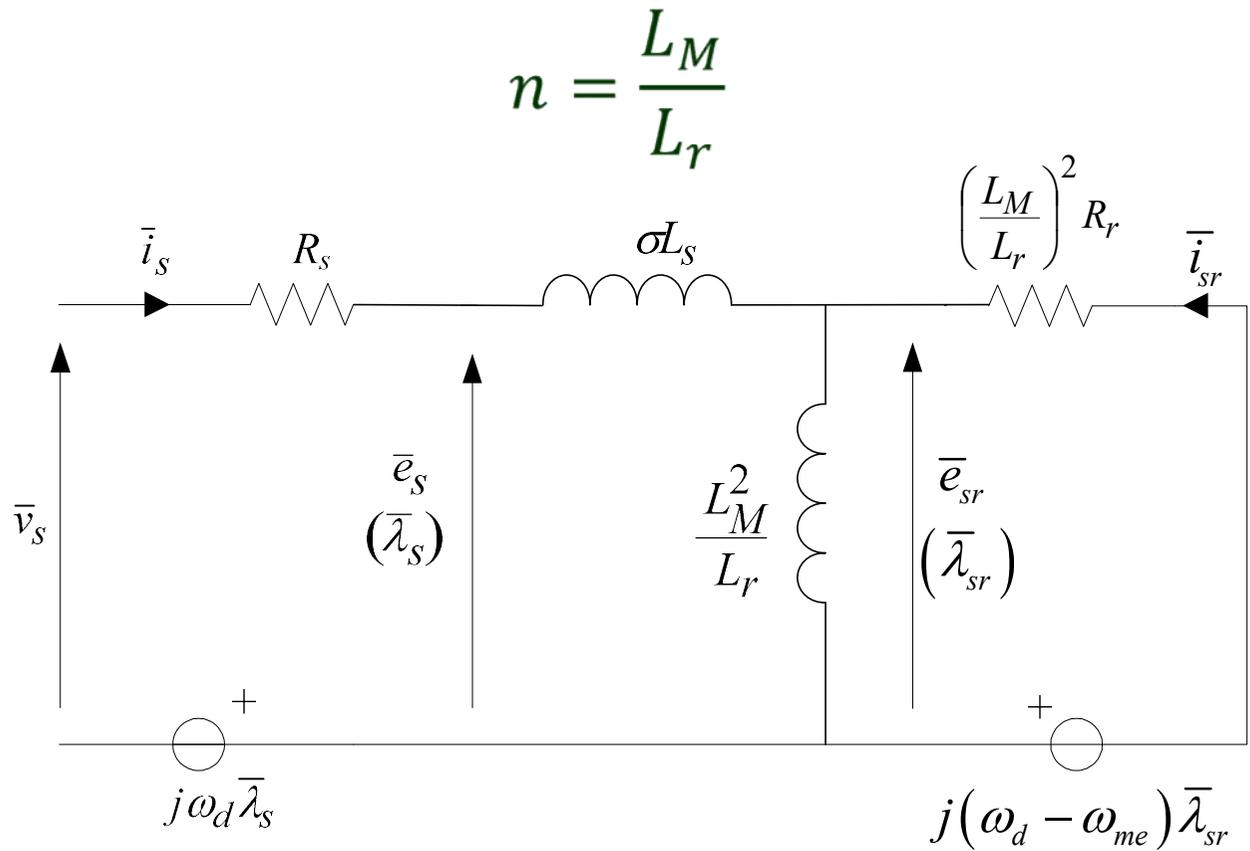
Trasportando il circuito “secondario” o “r” o di rotore a “primario” o “s” o di statore ed assumendo di volta in volta una delle tre scelte per il parametro n si ottengono tre rappresentazioni per il circuito equivalente del m.a.

CIRCUITO a "T"

$$n = 1$$



CIRCUITO a “Γ”-rovescia



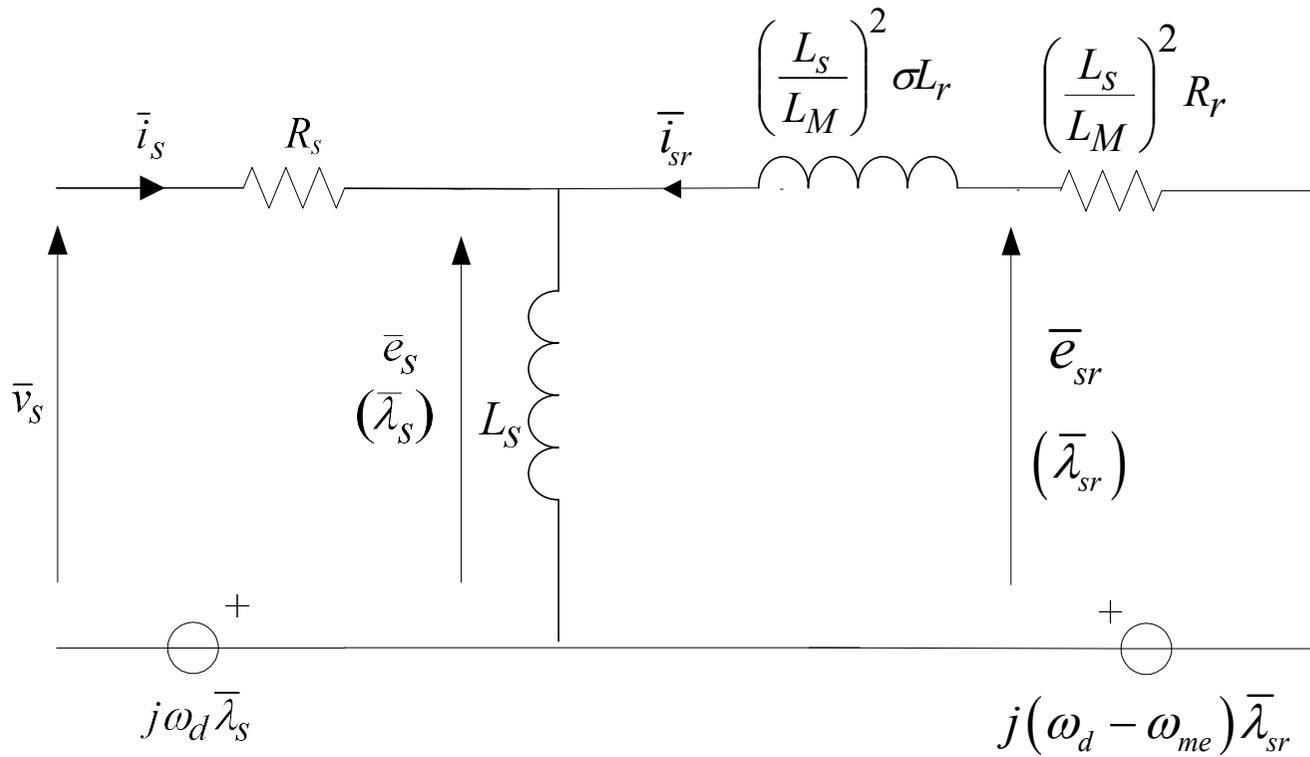
$$e_{sr} = e_r \frac{L_M}{L_r}$$

$$\lambda_{sr} = \lambda_r \frac{L_M}{L_r}$$

$$i_{sr} = \frac{i_r}{\frac{L_M}{L_r}}$$

CIRCUITO a "Γ"

$$n = \frac{L_s}{L_M}$$



$$\bar{i}_{sr} = \bar{i}_r \frac{L_s}{L_M}$$

$$\bar{\lambda}_{sr} = \bar{\lambda}_r \frac{L_s}{L_M}$$

$$\bar{e}_{sr} = \bar{e}_r \frac{L_s}{L_M}$$

EQUAZIONI PER IL REGIME SINUSOIDALE

Scegliendo un riferimento rotante alla pulsazione delle tensioni di alimentazione $\omega_d = \omega_s$ e imponendo uguali a zero le derivate rispetto al tempo si ottengono le equazioni del motore asincrono operante in regime sinusoidale (espresse nell'usuale forma fasoriale).

Si osservi che in un sistema di riferimento stazionario si ha

$$\bar{\lambda}_s = \lambda_s e^{j\omega_s t} \quad \text{e quindi} \quad \frac{d}{dt} \bar{\lambda}_s = \frac{d\lambda_s}{dt} e^{j\omega_s t} + j\omega_s \lambda_s e^{j\omega_s t} = j\omega_s \bar{\lambda}_s$$

Mentre in un sistema di riferimento rotante con velocità ω_s è

$$\bar{\lambda}_s = \lambda_s (\cos \alpha + j \sin \alpha) \quad \text{con } \alpha \text{ costante, quindi} \quad \frac{d}{dt} \bar{\lambda}_s = 0$$

$$\bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j\omega_s \bar{\Lambda}_s$$

$$\omega_{sce} = \omega_s - \omega_{me} = s\omega_s$$

$$\bar{V}_r = 0 = R_r \bar{I}_r + j(\omega_s - \omega_{me}) \bar{\Lambda}_r$$

è la pulsazione di scorrimento

$$0 = \frac{R_r}{s} \bar{I}_r + j\omega_s \bar{\Lambda}_r$$

$$\bar{\Lambda}_s = L_s \bar{I}_s + L_M \bar{I}_r$$

$$\bar{\Lambda}_r = L_M \bar{I}_s + L_r \bar{I}_r$$

EQUAZIONI PER IL REGIME SINUSOIDALE

Con opportune sostituzioni ed elaborazioni si ottengono anche

$$\bar{V}_s = (R_s + j\omega_s L_s) \bar{I}_s + j\omega_s L_M \bar{I}_r$$

$$0 = \left(\frac{R_r}{s} + j\omega_s \right) \bar{I}_r + j\omega_s L_M \bar{I}_s$$

per la coppia

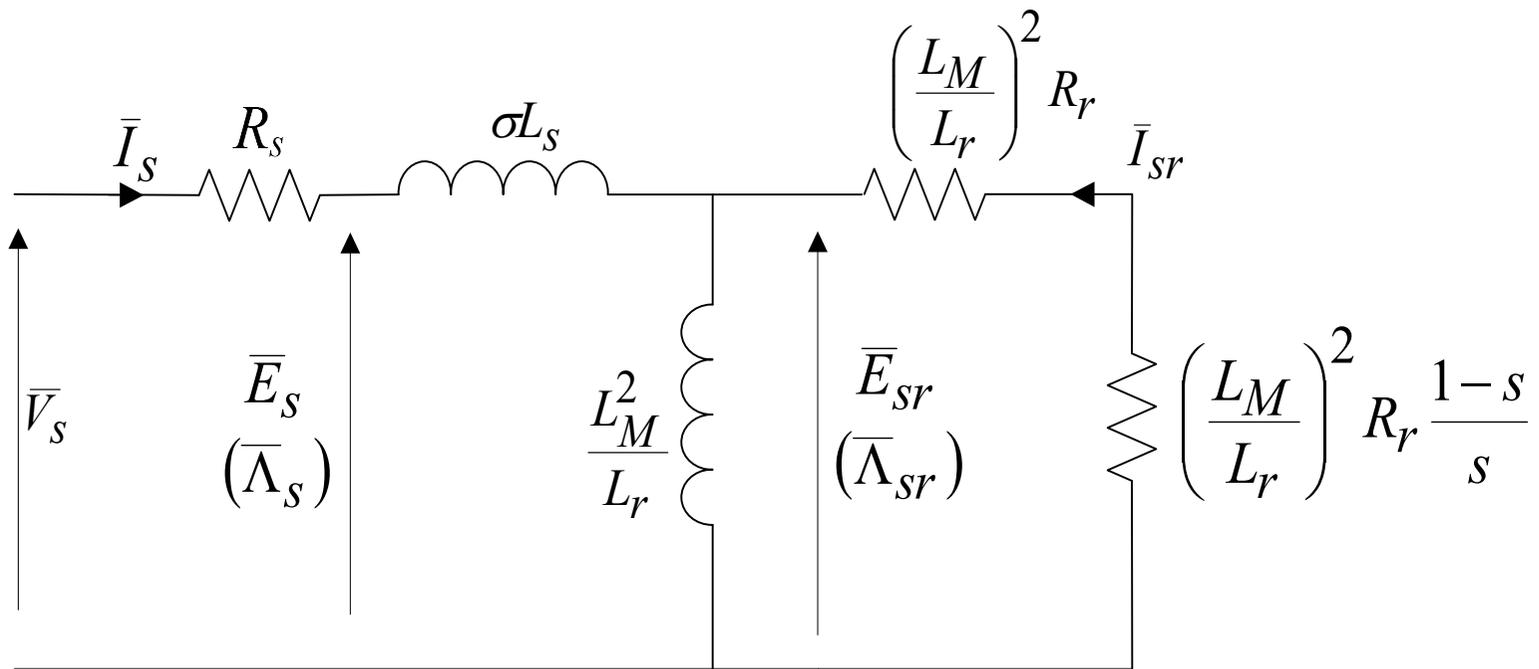
$$C = \frac{3}{2} p \Re \left[\bar{I}_s (j\bar{\Lambda}_s)^* \right]$$

$$C = \frac{3}{2} p \Lambda_s I_s \text{sen}(\theta_{is, \lambda_s})$$

$$C = \frac{3}{2} p [\bar{I}_s \cdot (j\bar{\Lambda}_s)]$$

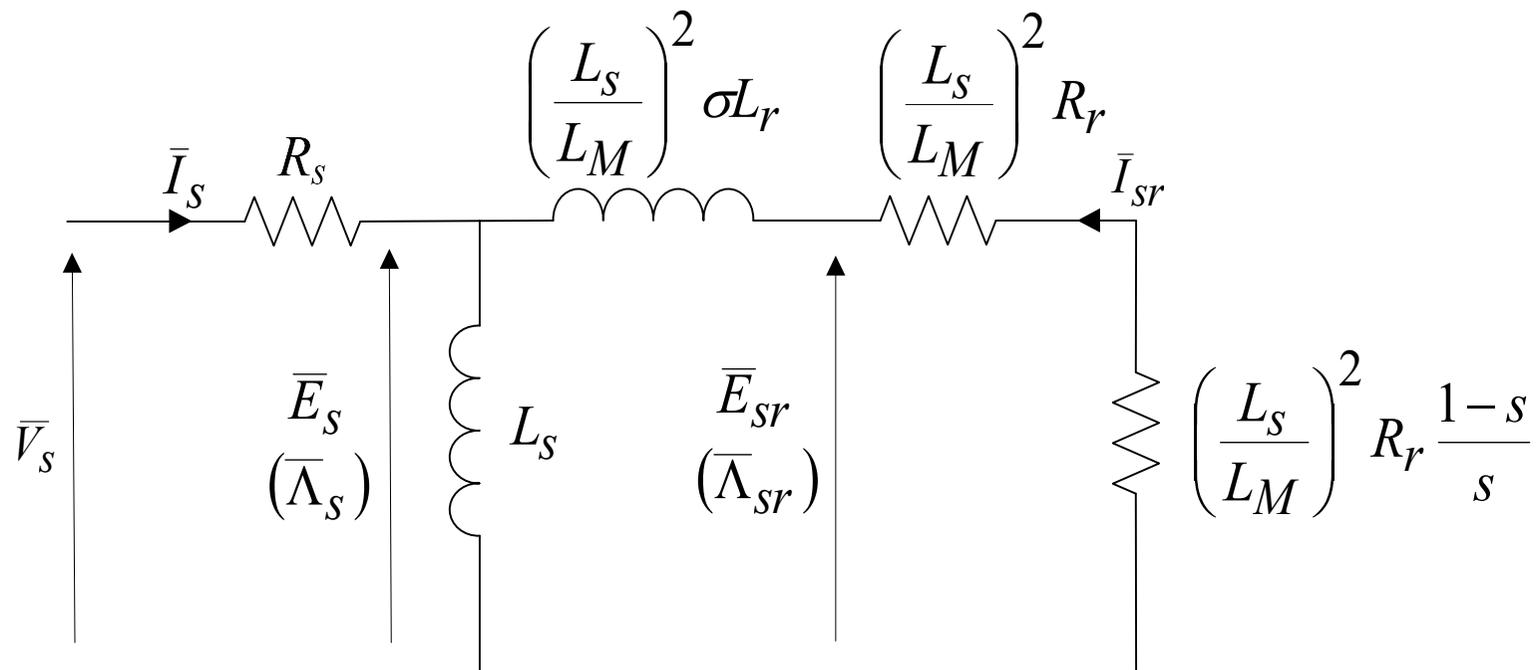
CIRCUITI EQUIVALENTI per il REGIME SINUSOIDALE

$$n = \frac{L_M}{L_r}$$



CIRCUITI EQUIVALENTI per il REGIME SINUSOIDALE

$$n = \frac{L_s}{L_M}$$



RELAZIONI NOTEVOLI 1

Dalle equazioni e dai circuiti equivalenti in regime sinusoidale si possono ricavare alcune utili relazioni.

Si pongano

$$\tau_s = \frac{L_s}{R_s} \quad \sigma\tau_s = \frac{\sigma L_s}{R_s} \quad \tau_r = \frac{L_r}{R_r}$$

$$A_s^2 = L_s \frac{1 + (\sigma\omega_{sce}\tau_r)^2}{1 + (\omega_{sce}\tau_r)^2} I_s^2$$

$$A_s^2 = \frac{1 + (\sigma\omega_{sce}\tau_r)^2}{\left(\frac{R_s}{L_s} - \omega_s \sigma\omega_{sce}\tau_r\right)^2 + \left(\omega_s + \frac{R_s}{L_s} \omega_{sce}\tau_r\right)^2} V_s^2$$

RELAZIONI NOTEVOLI 2

$$C = \frac{3}{2} p \frac{1}{L_s} \frac{\omega_{sce} \tau_r (1 - \sigma)}{1 + (\sigma \omega_{sce} \tau_r)^2} \Lambda_s^2$$

$$C = \frac{3}{2} p \frac{1}{L_s} \frac{\omega_{sce} \tau_r (1 - \sigma)}{\left(\frac{R_s}{L_s} - \omega_s \sigma \omega_{sce} \tau_r \right)^2 + \left(\omega_s + \frac{R_s}{L_s} \omega_{sce} \tau_r \right)^2} V_s^2$$

$$\omega_{sce}|_{C=C_M} = \frac{1}{\tau_r} \sqrt{\frac{1 + \omega_s^2 \tau_s^2}{1 + \omega_s^2 \sigma^2 \tau_s^2}}$$

$$C_M = \frac{3}{4} p \frac{(1 - \sigma)}{\sigma L_s} \frac{V_s^2}{\omega_s R_s \frac{(1 - \sigma)}{\sigma L_s} + \sqrt{\left[\omega_s^2 + \left(\frac{R_s}{L_s} \right)^2 \right] \left[\omega_s^2 + \left(\frac{R_s}{\sigma L_s} \right)^2 \right]}}$$

RELAZIONI NOTEVOLI 3

Rendimento

$$\eta = \frac{\tau_s \tau_r (1 - \sigma) \omega_s^2 (1 - s)s}{1 + \tau_s \tau_r (1 - \sigma) \omega_s^2 s + \tau_r s^2 \omega_s^2}$$

Nell'ipotesi di trascurare le perdite sulla resistenza di statore (equivalente ad imporre $R_s=0$) si trova

$$\eta \cong 1 - s$$

All'aumentare dello scorrimento diminuisce il rendimento.

CONTROLLO DI VELOCITA' del MOTORE ASINCRONO

Ci sono vari modi per variare la velocità di un motore asincrono: alcuni più efficienti e versatili di altri.

Si possono suddividere in due categorie a seconda che l'azione di controllo venga svolta agendo sullo statore o sul rotore.

Controllo da statore

All'interno di questa categoria ci sono due modalità: *controllo della tensione* e *controllo della frequenza*.

Il controllo della frequenza, a cui è sempre associato anche il controllo dell'ampiezza della tensione o della corrente, è il metodo oggi più diffuso ed usuale per cui verrà trattato successivamente in maniera approfondita.

CONTROLLO della TENSIONE di STATORE

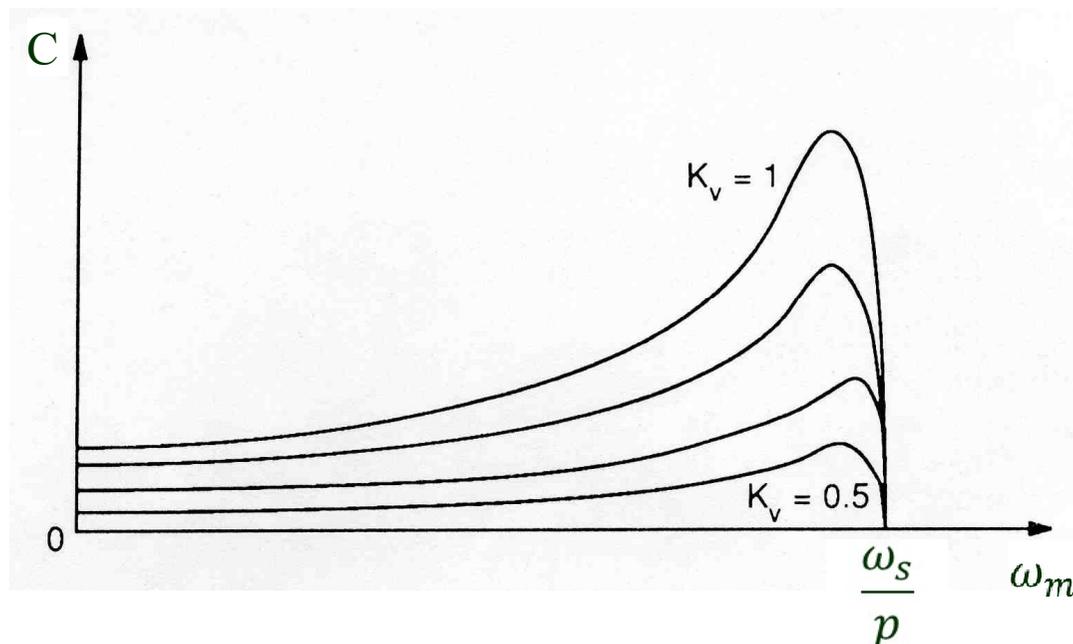
Controllo della tensione di statore.

Questa tecnica implica la variazione dell'ampiezza della tensione applicata agli avvolgimenti di statore mantenendo costante la frequenza.

Dalle relazioni notevoli 2 si osserva che la pulsazione di scorrimento corrispondente alla coppia massima dipende dalla frequenza di alimentazione ω_s ma non dall'ampiezza della tensione.

Mentre il valore della coppia massima dipende dal quadrato dell'ampiezza della tensione di statore e da ω_s . Per cui variando l'ampiezza della tensione di statore si ha una diminuzione del picco di coppia il quale è posizionato sempre in corrispondenza alla stesso valore di pulsazione di scorrimento.

CONTROLLO della TENSIONE di STATORE



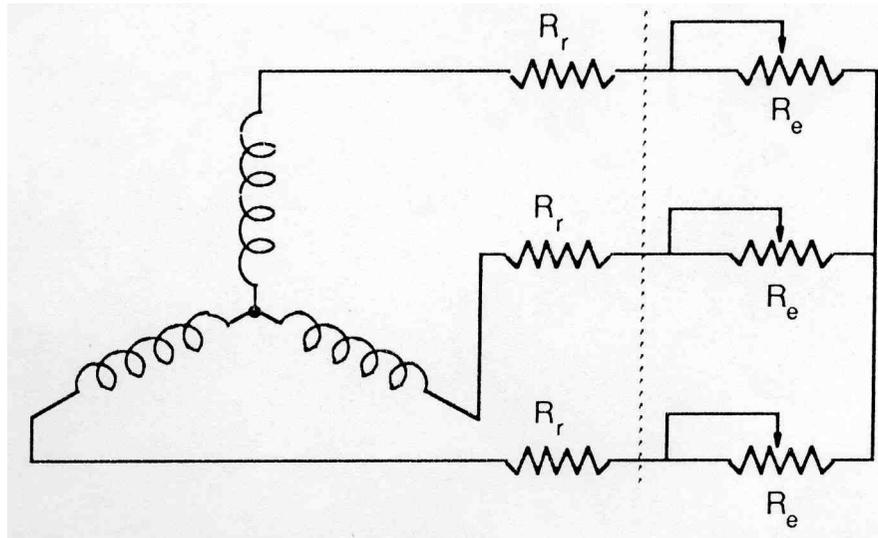
$$K_v = \frac{\text{tensione applicata}}{\text{tensione nominale}}$$

Dal grafico si osserva che al diminuire dell'ampiezza della tensione applicata aumenta la pendenza del tratto stabile della caratteristica (cioè aumenta lo scorrimento del punto di funzionamento) di coppia del motore per cui si ha una piccola variazione della velocità meccanica.

Questo metodo ammette un campo di variazione della velocità molto limitato. Inoltre non è un metodo molto efficiente (si veda l'espressione del rendimento in funzione dello scorrimento).

CONTROLLO dal ROTORE

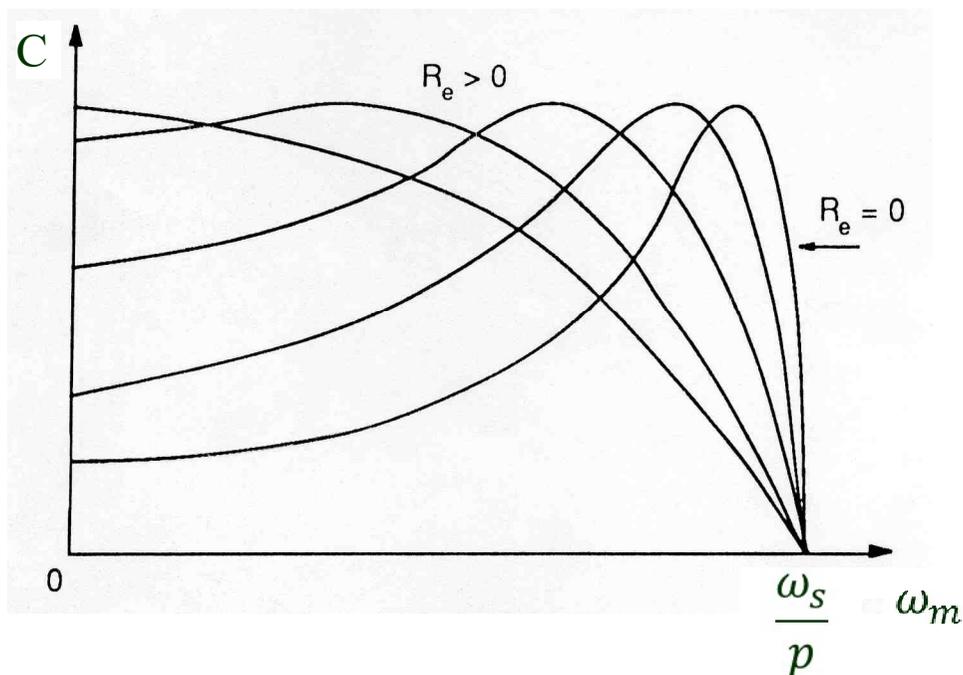
Si basano sullo schema seguente



L'inserimento di una resistenza ausiliaria variabile, in serie con l'avvolgimento di rotore permette di aumentare la resistenza di rotore stessa. Questo diminuisce la costante di tempo di rotore τ_r . Dalle relazioni notevoli 2 si osserva che così aumenta la

pulsazione di scorrimento ω_{sce} corrispondente al picco di coppia, mentre il valore della coppia massima rimane inalterato. L'effetto è di diminuire la pendenza del tratto stabile della caratteristica di coppia (in maniera molto più marcata rispetto a quello ottenuto con la variazione dell'ampiezza della tensione di alimentazione).

CONTROLLO dal ROTORE



Dal grafico si osserva che all'aumentare di R_e la caratteristica di coppia si piega a sinistra per cui riesce ad ottenere una variazione della velocità meccanica.

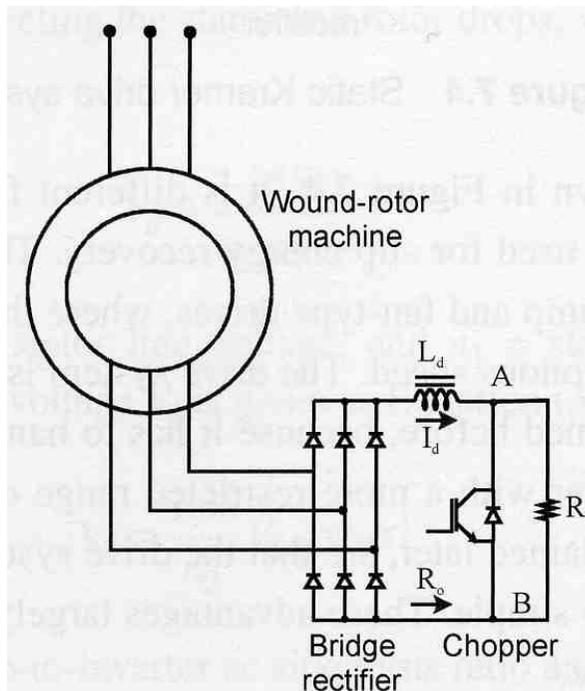
Il principale difetto è la drastica diminuzione del rendimento a causa dell'aumento dello scorrimento ovvero alla dissipazione di potenza sulle resistenze di rotore.

Un'altra controindicazione è la necessità di avere accessibile i terminali degli avvolgimenti di rotore del motore (anelli e spazzole).

CONTROLLO dal ROTORE

Da un punto di vista energetico l'inserimento di resistenze aggiuntive agli avvolgimenti di rotore è equivalente al prelievo di energia dal rotore del motore asincrono.

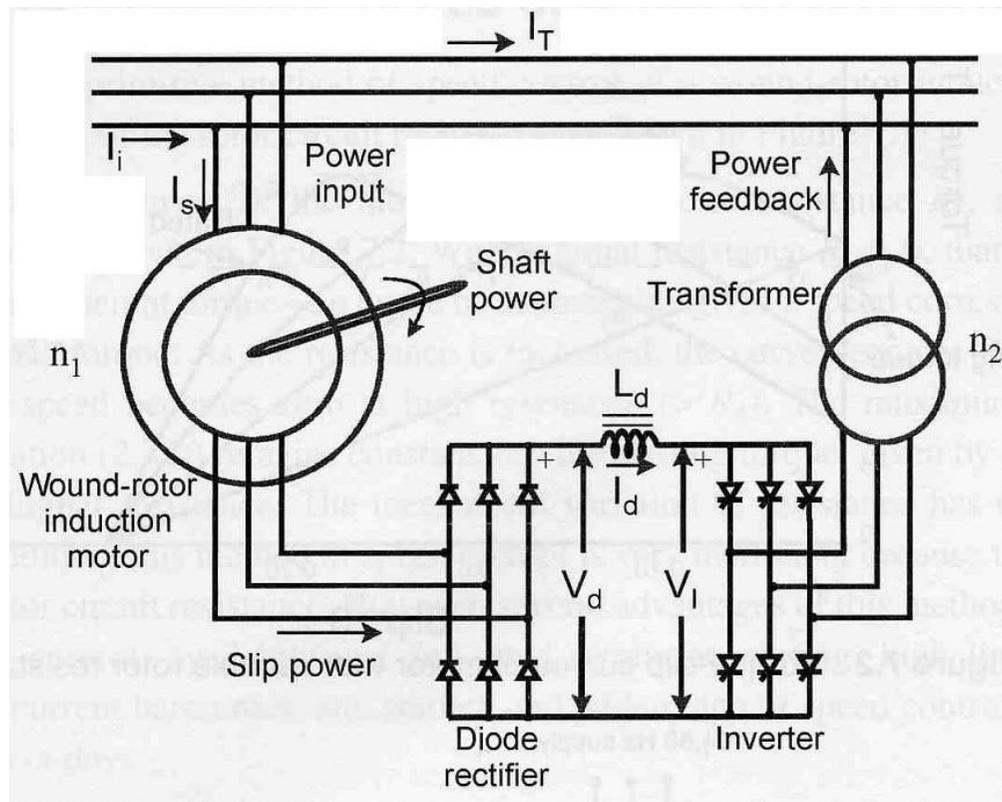
Un altro modo per dissipare potenza sul rotore è quello di usare un raddrizzatore a ponte connesso al rotore e un chopper collegato ad un resistore di dissipazione.



La velocità del motore è controllata variando il rapporto di parzializzazione (duty-cycle) del chopper. Si ottiene così una variazione virtuale della resistenza di rotore. Il controllo elettronico della resistenza di rotore è migliore rispetto a quello di tipo meccanico, ma rimane la scarsa efficienza del metodo.

CONTROLLO dal ROTORE

Invece di dissipare la potenza prelevata dal rotore su un resistore, essa può essere recuperata e re-immessa in rete per mezzo di un opportuno sistema costituito da un raddrizzatore e da un invertitore



Il sistema è noto col nome di Kramer (o cascata iposincrona in quanto il motore funziona con velocità inferiori a quella di sincronismo).

CONTROLLO dal ROTORE

Il sistema è convenientemente usato in impianti di grossa potenza in particolare in applicazioni in cui l'escursione di velocità è limitata ad una campo vicino (ma inferiore) alla frequenza di sincronismo (iposincrono).

Il sistema ha diversi vantaggi:

- è molto efficiente

- il convertitore ha potenza limitata in quanto è coinvolto dalla sola potenza del rotore

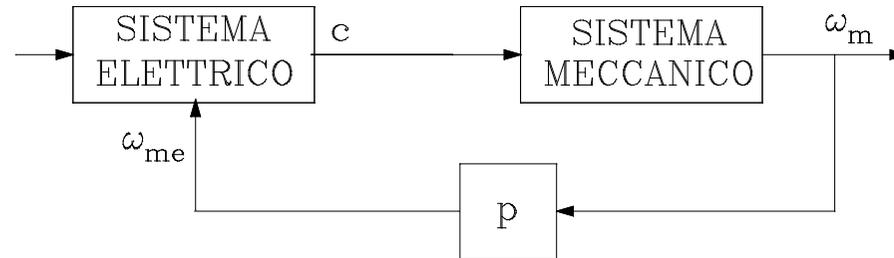
- il controllo è molto semplice, simile a quello di un motore a c.c.

Questi vantaggi sono tali da far superare l'inconveniente di dover usare un motore asincrono a rotore avvolto con anelli e spazzole.

Se al posto di un raddrizzatore a diodi si usa un ponte di tiristori il sistema funziona sui quattro quadranti (e prende il nome di sistema Scherbius).

DINAMICA DEL MOTORE ASINCRONO

Il motore asincrono è un sistema elettromeccanico formato da due sottosistemi interagenti: quello elettrico e quello meccanico.



Il sistema elettrico ha come ingresso le tensioni (o le correnti) di alimentazione e come uscita la coppia elettromagnetica.

Il sistema meccanico ha come ingresso la coppia elettromagnetica e come uscita una grandezza meccanica (per esempio la velocità).

Pertanto il sistema elettrico agisce su quello meccanico per mezzo della coppia elettromagnetica (azione in avanti) mentre il sistema meccanico agisce su quello elettrico per mezzo della velocità che appare nelle fem mozionali presenti nelle equazioni che descrivono il funzionamento del sistema elettrico (azione indietro o retroazione).

Il sistema meccanico è spesso un sistema lineare del primo ordine, il sistema elettrico è invece un sistema più complicato.

DINAMICA DEL MOTORE ASINCRONO

Si supponga di alimentare il sistema elettrico in tensione e si assuma che gli effetti della retroazione del sistema meccanico siano trascurabili. Ciò significa assumere costante la velocità del motore e, quindi, trattarla alla stregua di un parametro nelle equazioni del sistema elettrico. Il sistema elettrico è formato da due circuiti mutuamente accoppiati, uno lungo l'asse d e l'altro lungo l'asse q . Ciascuno dei due circuiti è un sistema lineare del secondo ordine e quindi il sistema elettrico è un sistema lineare del quarto ordine. Si può dimostrare che il suo comportamento dinamico è oscillatorio smorzato con ampiezza e frequenza delle oscillazioni che dipendono dai parametri elettrici della macchina e dalla velocità.

Si assuma ora che la velocità del motore sia una grandezza variabile. Nell'ipotesi che il sistema meccanico sia del primo ordine, il sistema complessivo è un sistema non lineare del quinto ordine. Se si linearizzano le equazioni del sistema con la tecnica dei piccoli segnali si può dimostrare che, in certe condizioni, il comportamento del sistema può diventare instabile.

DINAMICA DEL MOTORE ASINCRONO

La dinamica del sistema meccanico è in genere molto più lenta della dinamica del sistema elettrico.

SOLLECITAZIONE A GRADINO (ingresso con elevata dinamica)

Se si applica una sollecitazione a gradino ai morsetti di un motore funzionante in regime permanente la conseguente risposta dinamica del motore può essere suddivisa in due fasi.

Nella prima fase il sistema elettrico evolve in modo indipendente dal sistema meccanico pervenendo ad una condizione di funzionamento in regime permanente prima che la velocità sia variata apprezzabilmente. Il comportamento del sistema complessivo è dunque imposto dalla dinamica del sistema elettrico.

Quando la variazione di velocità diventa apprezzabile il sistema elettrico ne risente ed evolve attraverso condizioni di funzionamento in regime permanente (successivi stati di equilibrio): è la seconda fase.

DINAMICA DEL MOTORE ASINCRONO

Nella seconda fase della risposta dinamica il comportamento del sistema complessivo è imposto dalla dinamica del sistema meccanico.

Il fenomeno termina quando il sistema elettrico e quello meccanico si portano a funzionare nelle condizioni corrispondenti alla sollecitazione applicata.

L'azione del sistema elettrico su quello meccanico è quindi assimilabile ad un comando di coppia.

Nella prima fase tale comando di coppia ha la dinamica del sistema elettrico e dunque esso viene filtrato dal sistema meccanico. Tale effetto di filtraggio termina quando finisce la prima fase.

Infatti durante la seconda fase il comando di coppia assume proprio la dinamica del sistema meccanico.

L'azione del sistema meccanico su quello elettrico è invece assimilabile alla lenta deriva di un parametro (la velocità).

DINAMICA DEL MOTORE ASINCRONO

SOLLECITAZIONE CON DINAMICA INTERMEDIA

Se invece si applica al motore una sollecitazione variabile più lentamente della dinamica del sistema elettrico ma più velocemente della dinamica del sistema meccanico, il sistema elettrico evolve attraverso condizioni di regime permanente in cui la velocità, come nella seconda fase del fenomeno precedentemente analizzato, gioca il ruolo di un parametro soggetto ad una lenta deriva mentre il comportamento del sistema complessivo è dettato unicamente dalla dinamica del sistema meccanico.

DINAMICA DEL MOTORE ASINCRONO

Negli azionamenti la dinamica della risposta di coppia determina la dinamica della risposta di velocità. Pertanto si può fare riferimento alla risposta di coppia per caratterizzare le prestazioni dinamiche di un azionamento.

Nelle applicazioni in cui la risposta di coppia può avere una dinamica più lenta di quella del sistema elettrico, si comanda il motore asincrono con grandezze variabili lentamente e il sistema elettrico evolve attraverso condizioni di regime permanente.

In queste applicazioni sono impiegate le tecniche **scalari di controllo**.

Esse sono caratterizzate dal fatto che le equazioni di controllo sono ricavate dalle equazioni elettriche del motore in regime sinusoidale.

TECNICHE SCALARI DI CONTROLLO

In un invertitore di tensione V_s e ω_s sono le grandezze di comando.

Nelle moderne applicazioni la pulsazione è scelta in modo che il motore ruoti alla velocità desiderata mentre l'ampiezza della tensione è scelta in modo da utilizzare al meglio il circuito elettromagnetico del motore.

Di solito si opera per mantenere costante e pari al valore nominale il flusso di magnetizzazione al variare di ω_s e quindi della velocità. In queste condizioni il motore è in grado di sviluppare la coppia nominale al variare di ω_s e, nel contempo, mantenere le perdite magnetiche al loro valore nominale.

Flussi maggiori produrrebbero perdite magnetiche eccessive.

Con flussi minori il motore non svilupperebbe la coppia nominale ma sarebbe sede di perdite magnetiche minori.

Nel seguito si assumerà di agire su V_s per mantenere il flusso di magnetizzazione costante e pari al valore nominale.

TECNICHE SCALARI DI CONTROLLO

Si consideri il circuito equivalente a “T” del motore.

Se si trascura la caduta di tensione sull'impedenza di statore si riconosce che la tensione V_s deve variare in modo proporzionale a ω_s .

Questa tecnica di controllo del motore asincrono è chiamata V/f.

Essa è applicabile per pulsazioni ω_s comprese tra zero e il valore nominale, valore a cui corrisponde la tensione nominale. Oltre questo valore di ω_s , la tensione sul motore non può più salire e il flusso cala al crescere di ω_s .

TECNICHE SCALARI DI CONTROLLO

Quando il motore sia alimentato in corrente le grandezze di comando sono il valore di picco I_s e la pulsazione ω_s della terna di correnti.

L'ampiezza della corrente è scelta anche in questo caso in modo da mantenere costante e pari al valore nominale il flusso di magnetizzazione.

Se si trascura la caduta di tensione sull'induttanza di dispersione di rotore si riconosce che I_s deve variare in modo proporzionale alla pulsazione elettrica di scorrimento ω_{sce} .

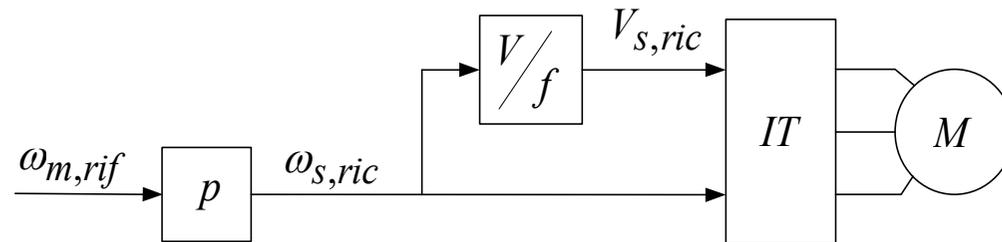
Questa tecnica di controllo del motore asincrono è chiamata I- ω .

Essa è applicabile per pulsazioni ω_{sce} comprese tra zero e il valore nominale, valore a cui corrisponde la corrente nominale. Oltre questo valore di ω_{sce} , la corrente nel motore non può più salire e il flusso cala al crescere di ω_{sce} .

Le tecniche V/f e I- ω costituiscono **le tecniche scalari di controllo**; esse utilizzano come grandezze di comando pulsazione e ampiezza della tensione o della corrente di alimentazione del motore.

TECNICA di CONTROLLO V/f

Si consideri un azionamento formato da un invertitore trifase di tensione e da un motore asincrono. La tecnica V/f consente di controllare a catena aperta la velocità del motore per mezzo dello schema costruttivo



Il controllo di velocità avviene imponendo $\omega_{m,rif}$ pari al valore della velocità desiderata, la pulsazione delle tensioni è allora

$$\omega_{s,ric} = p \omega_{m,rif}$$

a vuoto la velocità del motore coincide praticamente con $\omega_{m,rif}$, mentre a carico si ha

$$\omega_m = \frac{\omega_s}{p} - \omega_{sc}$$

ω_{sc} è la pulsazione di scorrimento in unità meccaniche.

A carico si ha dunque un errore sulla velocità di uscita il quale dipende dal carico stesso

$$\omega_{m,rif} - \omega_m = \omega_{sc}$$

LEGGE V/f

Dal circuito equivalente del motore asincrono in regime sinusoidale

$$\bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j\omega_s L_{\sigma s} \bar{I}_s + j\omega_s \bar{\Lambda}_m$$

Imponendo che il modulo del flusso di magnetizzazione sia uguale al valore nominale Λ_{mN} e calcolando il modulo di V_s si ottiene la legge V-f
Se si trascura la caduta di tensione sull'impedenza di statore si ha

$$V_s \cong \omega_s \Lambda_{mN}$$

e la legge V/f è una costante di valore $2\pi\Lambda_{mN}$.

La relazione è verificata con buona approssimazione quando ω_s è sufficientemente elevata in modo che la f.e.m. indotta nell'induttanza di magnetizzazione sia preponderante rispetto alla caduta di tensione sull'impedenza di statore.

LEGGE V/f a vuoto

Per semplificare la legge V-f e osservando che nella pratica il flusso di statore ha un'ampiezza poco diversa da quella del flusso di magnetizzazione, si può operare in modo da mantenere costante l'ampiezza del flusso di statore anziché del flusso di magnetizzazione

$$\bar{A}_s = L_{\sigma s} \bar{I}_s + \bar{A}_m = \bar{A}_{\sigma s} + \bar{A}_m$$

L'equazione di statore si può scrivere (vedi circ. equiv a "Γ")

$$\bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j\omega_s \bar{A}_s$$

Inizialmente, si consideri il funzionamento del motore a vuoto: $\bar{I}_s = \frac{\bar{A}_s}{L_s}$

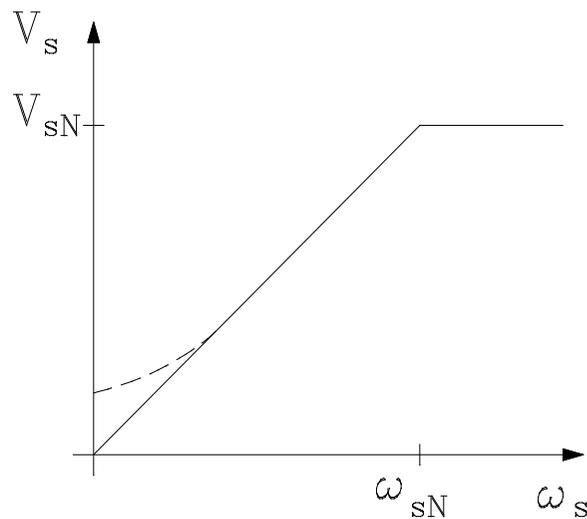
Il modulo della tensione di statore diventa

$$V_s = \omega_s \Lambda_{sN} \sqrt{\left(\frac{1}{\tau_s \omega_s}\right)^2 + 1} = R_s \frac{\Lambda_{sN}}{L_s} \sqrt{1 + (\tau_s \omega_s)^2}$$

Λ_{sN} è il valore nominale del flusso di statore

LEGGE V/f a vuoto

La relazione precedente fornisce la legge V-f a vuoto ed è tracciata nel grafico sottostante (linea tratteggiata)

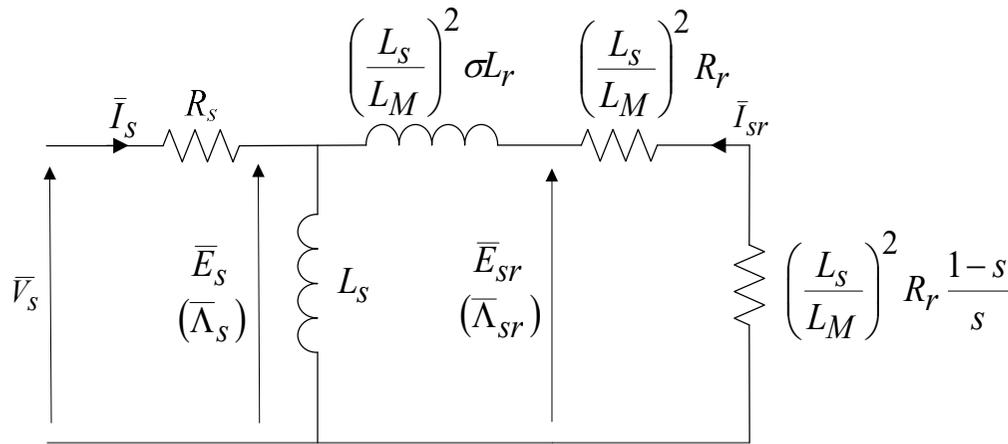


La curva continua si ottiene ponendo $R_s=0$, ossia trascurando la caduta di tensione sulla resistenza di statore.

La figura mostra che le due curve differiscono apprezzabilmente solo per piccoli valori di ω_s mentre per $\omega_s \gg 1/\tau_s$ sono pressochè coincidenti

LEGGE V/f a carico

Nel funzionamento a carico, la legge V-f può essere calcolata utilizzando il circuito equivalente a “Γ” del motore asincrono



$$\bar{I}_s = \frac{\bar{\Lambda}_s}{L_s} + \frac{j\omega_s \bar{\Lambda}_s}{\left(\frac{L_s}{L_M}\right)^2 \left(\frac{R_r}{s} + j\omega_s \sigma L_r\right)}$$

$$\bar{I}_s = \frac{1 + j\omega_{sce} \tau_r}{1 + j\omega_{sce} \sigma \tau_r} \frac{\bar{\Lambda}_s}{L_s}$$

da cui

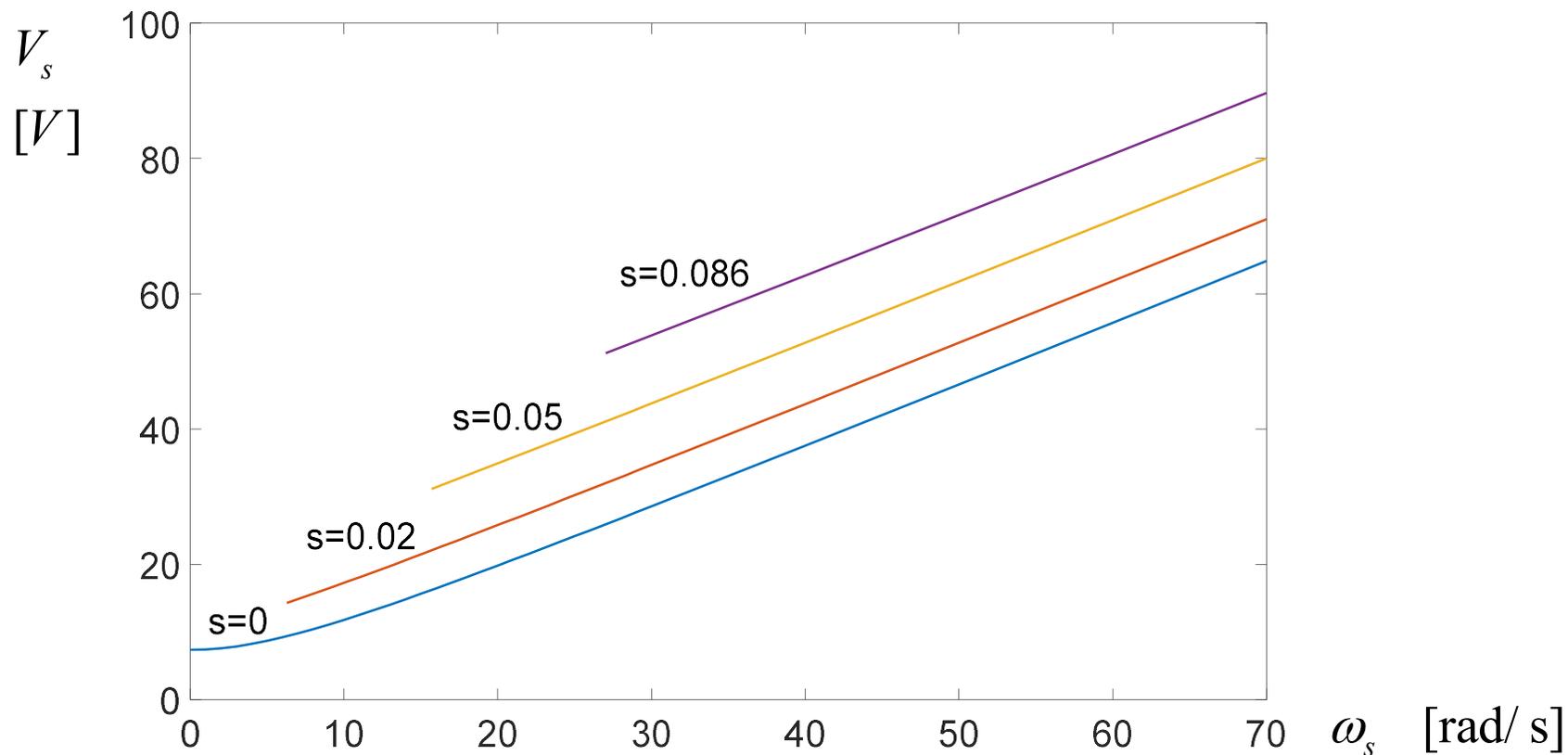
$$V_s = \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{\omega_s \tau_s} - \sigma \omega_{sce} \tau_r\right)^2 + \left(1 + \frac{1}{\omega_s \tau_s} \omega_{sce} \tau_r\right)^2}{1 + (\sigma \omega_{sce} \tau_r)^2}} \omega_s \Lambda_{sN}$$

LEGGE V/f a carico

La relazione precedente fornisce la legge V-f in una generica condizione di funzionamento.

Essa mostra che V_s dipende, oltre che da ω_s , anche dalla pulsazione di scorrimento (in unità elettriche) ω_{sce} e quindi dal carico.

Inoltre mostra che la legge V-f dipende dai parametri del motore.



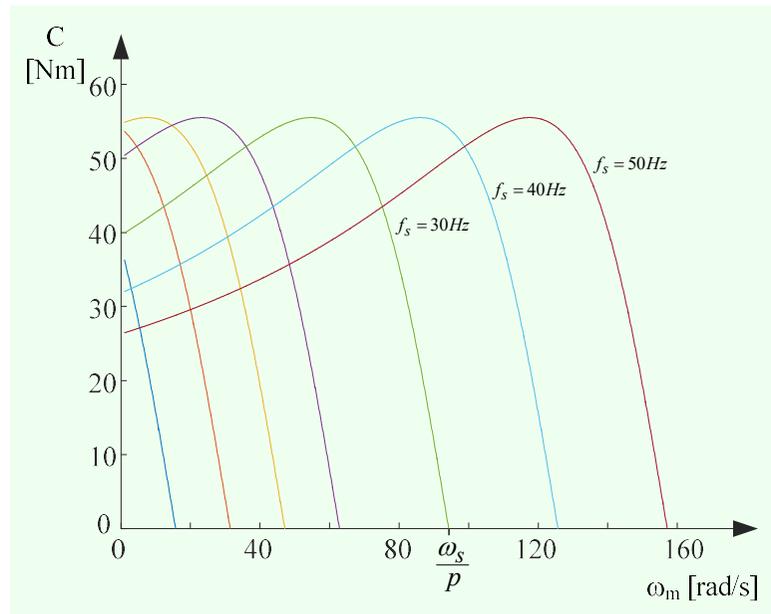
COPPIA ELETTROMAGNETICA

L'espressione della coppia elettromagnetica è

$$C = \frac{3}{2} p \frac{1}{L_s} \frac{\omega_{sce} \tau_r (1 - \sigma)}{1 + (\sigma \omega_{sce} \tau_r)^2} A_{sN}^2$$

L'espressione della coppia è **indipendente da ω_s** .

Ciò significa che nel funzionamento a *flusso di statore costante* la forma della caratteristica meccanica rimane inalterata al variare di ω_s mentre la sua posizione trasla in senso orizzontale in modo da attraversare l'asse delle velocità in corrispondenza della velocità a vuoto ω_s/p .



COMPENSAZIONE DELLA VELOCITA'

Per aumentare la precisione del controllo di velocità senza inserire un trasduttore di velocità si può eseguire la compensazione dell'errore che è dato da ω_{sc} .

A tal fine si misura la corrente assorbita dal motore e si calcola ω_{sce} in funzione della corrente. Assumendo che il flusso di statore sia uguale al valore nominale, si ha

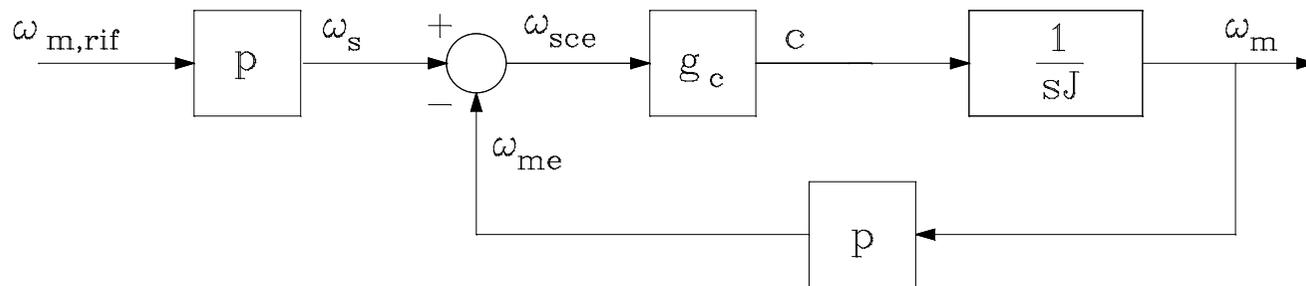
$$\hat{\omega}_{sce} = \frac{1}{\tau_r} \sqrt{\frac{\left(\frac{L_s I_s}{\Lambda_{sN}}\right)^2 - 1}{1 - \left(\frac{\sigma L_s I_s}{\Lambda_{sN}}\right)^2}}$$

La pulsazione di statore è quindi calcolata mediante

$$\omega_{s,ric} = p\omega_{m,rif} + \hat{\omega}_{sce}$$

SCHEMA A BLOCCHI

Nell'ipotesi che la dinamica di ω_s sia sufficientemente lenta e che il flusso di statore sia costante e pari al valore nominale l'azionamento può essere rappresentato con lo schema di funzionamento seguente



g_c e' un blocco statico che esprime la relazione tra la coppia e ω_{sce} . Linearizzando l'espressione della coppia attorno ad un punto di lavoro P caratterizzato da un assegnato valore di ω_{sce} , si ha

$$g_c = \left. \frac{\partial C}{\partial \omega_{sce}} \right|_P$$

g_c e quindi anche lo schema a blocchi (e la descrizione del funzionamento tramite f.d.t.) dipendono dal punto di lavoro.

SCHEMA A BLOCCHI

Per valori di ω_{sce} tali che $\omega_{sce} \sigma \tau_r \ll 1$, l'equazione della coppia si semplifica in

$$C \cong \frac{3}{2} p \frac{1}{L_s} \omega_{sce} \tau_r (1 - \sigma) A_{SN}^2$$

e inoltre g_c diventa

$$G_c = \frac{3}{2} p \frac{1}{L_s} \tau_r (1 - \sigma) A_{SN}^2$$

Il valore di g_c così ottenuto è indipendente dal punto di lavoro.

La condizione di lavoro suddetta significa operare nel tratto stabile della caratteristica di coppia del motore (quello che può essere assunto appunto come tratto lineare della caratteristica).

PREGI E DIFETTI

Pregi del controllo V/f:

- Semplicità costruttiva (non servono trasduttori elettromeccanici nè, almeno nella sua versione classica, elettrici)
- Semplicità dell'algoritmo (legge V/f semplice)
- Robustezza (la legge V/f, almeno quella usualmente utilizzata, non contiene parametri del motore)

Difetti del controllo V/f:

- Scarsa dinamica (tecnica scalare)
- Errore intrinseco di velocità dipendente dal punto di lavoro
- Degrado delle prestazioni di coppia alle basse velocità (causa c.d.t. resistive di statore)
- Problema della variazione (“salti”) del riferimento di velocità (vedi dia seguente)

LIMITI del CONTROLLO V/f

Lo schema mette in evidenza un inconveniente dell'azionamento considerato.

Si supponga che la dinamica di ω_s sia più veloce della dinamica del sistema meccanico ma non di quella del sistema elettrico.

In tal caso può accadere che la pulsazione di scorrimento ecceda i limiti di funzionamento. In particolare, se ω_{sce} diventa maggiore del valore nominale la corrente del motore cresce oltre il valore nominale.

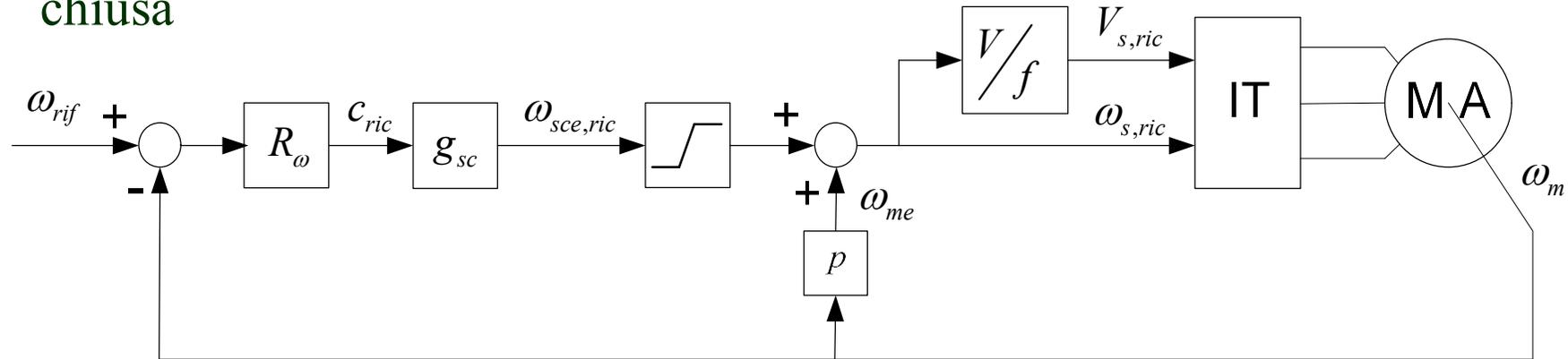
Se ω_{sce} diventa maggiore della pulsazione di scorrimento di coppia massima, il funzionamento dell'azionamento potrebbe anche diventare instabile.

Per evitare questi inconvenienti, si fa variare la velocità di riferimento (e quindi ω_s) a rampa con pendenza pari all'accelerazione stimata del carico.

Qualora poi la dinamica di ω_s sia più veloce anche della dinamica del sistema elettrico, la relazione tra pulsazione di scorrimento e coppia non è più rappresentabile con un guadagno e per analizzare il comportamento dell'azionamento è necessario ricorrere alle equazioni del motore in regime transitorio.

CONTROLLO DI VELOCITA' A CATENA CHIUSA

Lo schema precedente può essere inserito in un controllo a catena chiusa



$$g_{sc} = \frac{1}{g_c}$$

$$G_{sc} = \frac{L_s}{\frac{3}{2} p \tau_r (1 - \sigma) \Lambda_{sn}^2}$$

Nelle ipotesi dette in precedenza, g_{sc} diventa costante e indipendente dal punto di lavoro (diventa G_{sc}) per cui spesso viene inglobato nel regolatore di velocità.

Questo schema ha anche il vantaggio di rendere disponibile la richiesta di pulsazione di scorrimento che quindi può essere limitata.

Esso è noto anche come *controllo di scorrimento*.