UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche – 011SM Fisica

A.A. 2020/2021 Sessione Autunnale – II Prova Scritta – 29.09.2021

Tempo a disposizione: 2 h e 30'

Cognome ....RIGON.... **Nome** ....LUIGI....

Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

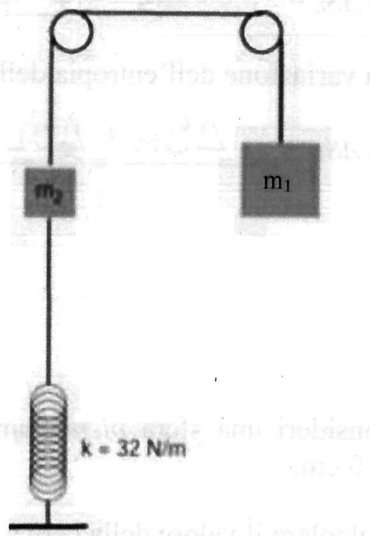
i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1)

Due blocchi di massa m_1 = 5.0 kg e m_2 = 3.0 kg sono connessi fra di loro da una fune di massa trascurabile, che passa attraverso due carrucole, pure di massa trascurabile, che ruotano senza attrito, come in figura.

La massa più piccola è collegata anche ad una molla di costante elastica k = 32 N m^{-1}. Il sistema all'inizio è tenuto fermo in modo che la molla sia a riposo, ovvero non allungata.



Trovare:

a) Il massimo allungamento della molla L:

i) $L = \frac{2(m_1 - m_2)g}{k}$ ii) L = 1,2 m

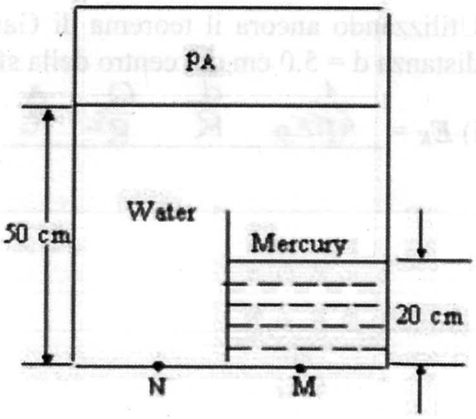
b) La velocità v_1 della massa più grande m_1 dopo che è caduta di l = 1 m

i) $v_1 = \sqrt{\frac{2(m_1 - m_2)gl + kl^2}{m_1 + m_2}}$ ii) v_1 = 0,95 m/s

2)

Il sistema mostrato in figura è realizzato a destra con uno strato di h_M = 20 cm di mercurio, sommerso da uno sratto d'acqua, che nella parte sinistra ha una profondità h_W = 50 cm. Infine, l'acqua è sovrastata da aria alla pressione p_A.

Ricordando che la densità del mercurio è ρ_M = 13.6 g/cm^3, calcolare il valore di p_A per cui la pressione nel punto N è un quarto di quella nel punto M.



i) $p_A = \frac{1}{3}(\rho_M - \rho_W)gh_M - \rho_W g h_W$ ii) p_A = 3,33 KPa

3) Una lattina vuota di alluminio (calore specifico $c_{Al} = 0.21$ cal g^{-1}°C^{-1}) di massa $m = 100$ g, lasciata a terra al sole per molte ore, si trova alla temperatura $T_L = 80$ °C. Un ragazzino raccoglie la lattina da terra e la lancia in mare, la cui temperatura è $T_M = 20$ °C. Calcolare:

a) il calore Q ceduto dalla lattina al mare:

i) $Q = m c_{Al} (T_M - T_L)$ ii) $Q = -5{,}28$ kJ

b) la variazione dell'entropia del mare ΔS_M dopo la fine del processo di trasferimento di calore tra la lattina e il mare:

i) $\Delta S_M = \frac{|Q|}{T_M}$ ii) $\Delta S_M = 18{,}0$ J/K

c) la variazione dell'entropia della lattina ΔS_L dopo la fine del processo:

i) $\Delta S_L = m c_{Al} \ln \frac{T_M}{T_L}$ ii) $\Delta S_L = -16{,}4$ J/K

d) la variazione dell'entropia dell'universo ΔS_U dopo la fine del processo:

i) $\Delta S_U = \Delta S_M + \Delta S_L$ ii) $\Delta S_U = 1{,}6$ J/K

4) Si consideri una sfera *piena*, uniformemente carica, con densità di carica $\rho = 3.5$ μC m^{-3} e raggio R = 10 cm.

a) calcolare il valore della carica totale Q della sfera.

i) $Q = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$ ii) $Q = 1{,}47 \cdot 10^{-8}$ C

b) Utilizzando il teorema di Gauss, calcolare il campo elettrico in un punto H che si trova a distanza D = 20 cm dal centro della sfera;

i) $\mathbf{E}_H = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{D^2} \hat{r}$ ii) $|\mathbf{E}_H| = 3300$ V/m

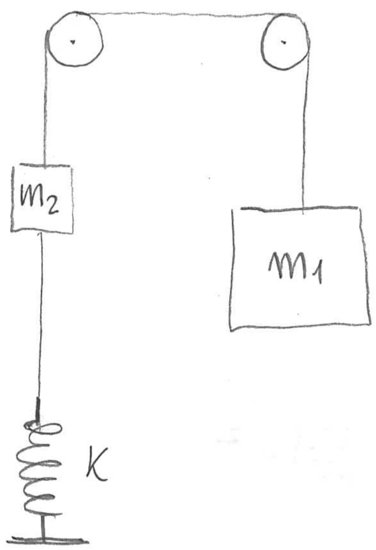
vettore radiale uscente

c) Utilizzando ancora il teorema di Gauss, calcolare il campo elettrico in un punto K che si trova a distanza d = 5.0 cm dal centro della sfera (e quindi interno alla sfera stessa).

i) $\mathbf{E}_K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{d}{R} \frac{Q}{R^2} \hat{r}$ ii) $|\mathbf{E}_K| = 6600$ V/m

vettore radiale uscente

(1)



$m_1 = 5{,}0 \ kg$

$m_2 = 3{,}0 \ kg$

$K = 32 \ Nm^{-1}$

All'inizio il sistema è fermo e la molla è a riposo. Lasciato libero di evolvere, m_1 si muoverà di x verso il basso, m_2 di x verso l'alto e la molla si allungherà di x.

a) Il massimo allungamento $x = L$ si ha quando l'energia ricavata dalla caduta di m_1 uguaglia quella necessaria a sollevare m_2 di L ed ad allungare la molla di L:

$$m_1 g \cancel{L} = m_2 g \cancel{L} + \frac{1}{2} k L^{\cancel{2}}$$

$$\frac{1}{2} k L = (m_1 - m_2) g$$

$$L = \frac{2(m_1 - m_2) g}{K}$$

$$L = \frac{2\,(5{,}0 \ kg - 3{,}0 \ kg) \cdot 9{,}8 \ m/s^2}{32 \ N/m} = 1{,}225 \ m$$

b) Nella posizione $x = \ell$ bisogna tenere conto che l'energia ricavata dalla caduta di m_1 viene in parte utilizzata come energia cinetica, sia da m_1 che da m_2:

$$m_1 g \ell = m_2 g \ell + \frac{1}{2} k \ell^2 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

ove $v_1^2 = v_2^2$, per cui:

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2)\,v_1^2 = (m_1-m_2)\,g\ell - \frac{1}{2}k\ell^2$$

$$v_1^2 = \frac{2\,(m_1-m_2)\,g\ell + k\ell^2}{m_1+m_2}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(m_1-m_2)\,g\ell + k\ell^2}{m_1+m_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(2{,}0\ \mathrm{kg})\cdot 9{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 1\,\mathrm{m} - 32\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\cdot 1\,\mathrm{m}^2}{8{,}0\ \mathrm{kg}}}$$

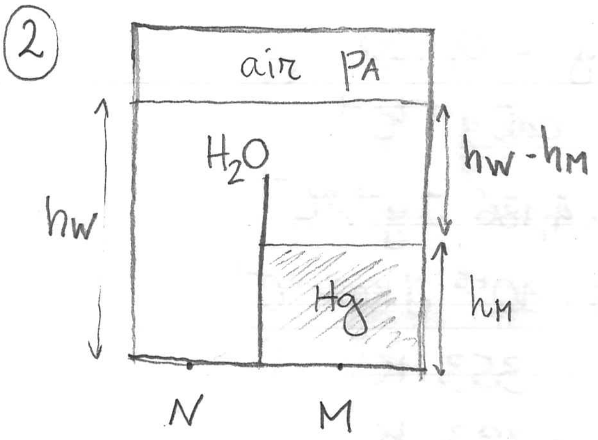
$$= \sqrt{\frac{4{,}0\cdot 9{,}8\ \mathrm{J} - 32\ \mathrm{J}}{8{,}0\ \mathrm{kg}}} = \sqrt{0{,}90\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}} = 0{,}95\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Note.

1) Nella posizione di massimo allungamento L il sistema NON è in equilibrio. La forza di richiamo della molla invertirà il moto del sistema, che oscillerà tra la posizione di partenza e quella di massimo allungamento.

2) Nel primo quesito, il sistema potrebbe essere semplificato eliminando m_2 e sostituendo m_1 con una massa $m = m_1 - m_2$.
Questa semplificazione non funziona però nel secondo quesito. Infatti, come già notato, è importante tenere conto dell'energia cinetica di entrambe le masse, m_1 e m_2.

(2)



$h_M = 20\ cm = 0{,}20\ m$

$h_w = 50\ cm = 0{,}50\ m$

$\rho_H = 13{,}6\ g/cm^3 = 13{,}6 \cdot 10^3\ kg/m^3$

$\rho_w = 1{,}0\ g/cm^3 = 10^3\ kg/m^3$

$p_A = ?$

La pressione in N ed M dipende solo dai fluidi che si trovano al di sopra dei punti di interesse.

Quindi

$$p_N = p_A + \rho_w g h_w$$

$$p_M = p_A + \rho_w g (h_w - h_M) + \rho_H g h_M$$

$$\overset{!}{=} p_A + \rho_w g h_w + (\rho_H - \rho_w) g h_M$$

Imponendo ora:

$$p_N = \frac{1}{4} p_M$$

$$p_A + \rho_w g h_w = \frac{1}{4}\left[p_A + \rho_w g h_w + (\rho_H - \rho_w) g h_M\right]$$

$$\frac{3}{\cancel{4}}(p_A + \rho_w g h_w) = \frac{1}{\cancel{4}}(\rho_H - \rho_w) g h_M$$

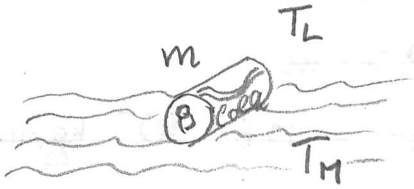
$$p_A = \frac{1}{3}(\rho_H - \rho_w) g h_M - \rho_w g h_w$$

$$\overset{!}{=} \frac{1}{3}\, 12{,}6 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}20\ m - 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2}\ 0{,}50\ m$$

$$\overset{!}{=} 8{,}23 \cdot 10^3\ Pa - 4{,}9 \cdot 10^3\ Pa$$

$$\overset{!}{=} 3{,}33 \cdot 10^3\ Pa$$

③



$m = 100\,g = 0{,}100\,kg$

$c_{Al} = 0{,}21\ cal\,g^{-1}\,°C^{-1}$

$= 0{,}21 \cdot 4{,}186\ J\,g^{-1}\,°C^{-1}$

$= 0{,}88 \cdot 10^{+3}\ J\,Kg^{-1}\,°C^{-1}$

$T_L = 80°C = 353\ K$

$T_M = 20°C = 293\ K$

a) $Q = m\,c_{Al}\,(T_M - T_L)$

$= 0{,}100\,\cancel{kg} \cdot 0{,}88 \cdot 10^3\,J\,\cancel{kg^{-1}}\,\cancel{°C^{-1}}\,(-60\,\cancel{°C})$

$= -5{,}28 \cdot 10^3\ J$

il segno negativo indica appunto calore ceduto, dalla lattina al mare.

b) Il mare assorbe il calore $|Q|$ restando a temperatura T_M:

$$\Delta S_M = \frac{|Q|}{T_M} = \frac{5{,}28 \cdot 10^3\ J}{293\ K} = 18\ \frac{J}{K}$$

c) La lattina cede il calore Q, ma scende in temperatura da T_L a T_M durante il processo:

$$\Delta S_L = \int_i^f \frac{dQ}{T} = \int_{T_L}^{T_M} \frac{m\,c_{Al}\,dT}{T} = m\,c_{Al}\,\ln\frac{T_M}{T_L}$$

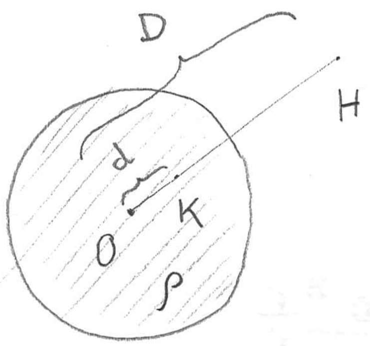
$$= 0{,}100\,\cancel{kg} \cdot 0{,}88 \cdot 10^3\,J\,\cancel{kg^{-1}}\,K^{-1} \cdot \ln\frac{293}{353} = -16{,}4\ \frac{J}{K}$$

d) $\Delta S_U = \Delta S_M + \Delta S_L$

$= (18 - 16{,}4)\ \frac{J}{K} = 1{,}6\ \frac{J}{K}$

La variazione di entropia dell'universo è positiva, come deve essere per un processo spontaneo.

④



$\rho = 3{,}5\ \mu C/m^3$

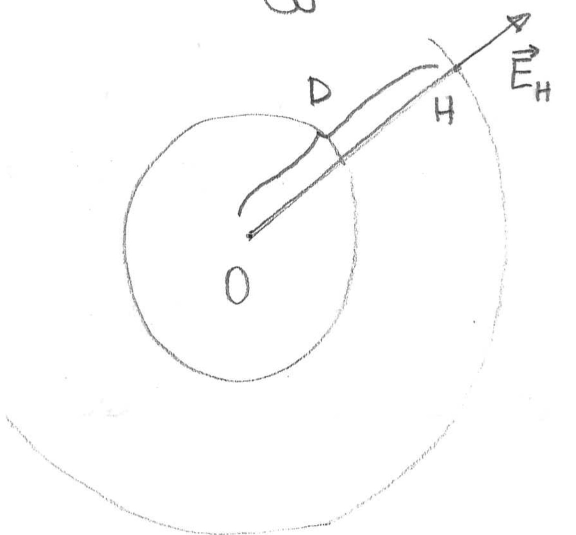
$R = 10\ cm = 0{,}10\ m$

$D = 20\ cm = 0{,}20\ m$

$d = 5{,}0\ cm = 0{,}050\ m$

a) $Q = \rho V = \rho \frac{4}{3}\pi R^3 = 3{,}5 \cdot 10^{-6} \frac{C}{\cancel{m^3}} \cdot \frac{4}{3}\pi (10^{-1}\cancel{m})^3 = 1{,}47 \cdot 10^{-8}\ C$

b) Applico il teorema di Gauss ad una superficie sferica di raggio D. In ogni punto di tale superficie il



campo è radiale, uscente, ed ha la stessa intensità E_H.

Pertanto il flusso attraverso tale superficie vale:

$$\phi_b = E_H \cdot 4\pi D^2 \qquad (I)$$

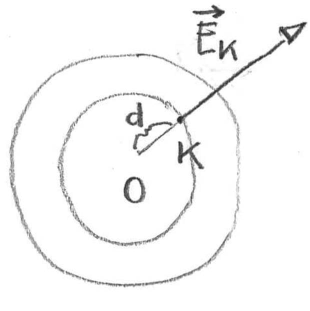
Ma per Gauss è anche

$$\phi_b = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad (II)$$

Uguagliando (I) e (II) si ha:

$$E_H = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{D^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{N\cancel{m^2}}{\cancel{C^2}} \cdot \frac{1{,}47 \cdot 10^{-8}\cancel{C}}{(0{,}20\ \cancel{m})^2} = 3300\ \frac{N}{C} = 3300\ \frac{V}{m}$$

c)



Applico il teorema di Gauss ad una superficie sferica di raggio d.

$$\phi_c = E_K \cdot 4\pi d^2 \qquad (III)$$

Ma per Gauss è anche

$$\phi_c = \frac{\cancel{\frac{4}{3}}\pi d^3}{\cancel{\frac{4}{3}}\pi R^3} \cdot \frac{Q}{\varepsilon_0} = \left(\frac{d}{R}\right)^3 \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad (IV)$$

Uguagliando (III) e (IV) si ha:

$$E_K = \frac{1}{4\pi d^2}\left(\frac{d}{R}\right)^3 \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{d}{R}\cdot\frac{Q}{R^2}$$

$$= 9\cdot 10^9\,\frac{N\cancel{m^2}}{C^{\cancel{2}}}\,\frac{1}{2}\cdot\frac{1{,}47\cdot 10^{-8}\,\cancel{C}}{(10^{-1}\,\cancel{m})^2}$$

$$= 6{,}6\cdot 10^3\,\frac{N}{C} = 6600\,\frac{V}{m} = 2\cdot E_H$$