# Testi del Syllabus

| | | |
|---|---|---|
| Resp. Did. | **MEZZETTI EMILIA** | **Matricola: 002830** |
| Docente | **MEZZETTI EMILIA, 9 CFU** | |

| | |
|---|---|
| Anno offerta: | **2021/2022** |
| Insegnamento: | **248SM - GEOMETRIA 1** |
| Corso di studio: | **SM30 - MATEMATICA** |
| Anno regolamento: | **2021** |
| CFU: | **9** |
| Settore: | **MAT/03** |
| Tipo Attività: | **A - Base** |
| Partizione studenti: | **M-Z - Cognomi M-Z** |
| Anno corso: | **1** |
| Periodo: | **Primo Semestre** |
| Sede: | **TRIESTE** |

## Testi in italiano

| | |
|---|---|
| **Lingua insegnamento** | Italiano |
| **Contenuti (Dipl.Sup.)** | Algebra lineare: teoria degli spazi vettoriali, spazi vettoriali euclidei e unitari, e loro applicazioni (lineari, ortogonali, unitarie). Matrici e sistemi lineari. |
| **Testi di riferimento** | F. Bottacin, Algebra lineare e geometria, Esculapio Bologna, 2016<br><br>Testi consigliati:<br>E. Sernesi, Geometria 1, Bollati Boringhieri 2000.<br>S. Lang, Linear Algebra, Springer-Verlag, 1987.<br><br>Appunti della docente disponibili su Moodle: http://moodle2.units.it |
| **Obiettivi formativi** | CONOSCENZA E COMPRENSIONE<br>Al termine del corso lo studente dovrà dimostrare di conoscere i risultati fondamentali sugli spazi vettoriali, sugli spazi vettoriali euclidei e unitari, e sulle loro applicazioni lineari, ortogonali e unitarie.<br>CAPACITà DI APPLICARE CONOSCENZA E COMPRENSIONE<br>Al termine del corso lo studente dovrà saper applicare le conoscenze di algebra lineare acquisite per risolvere facili problemi ed esercizi. Gli esercizi potranno essere proposti anche in veste di elementari risultati teorici.<br>AUTONOMIA DI GIUDIZIO<br>Al termine del corso lo studente saprà riconoscere e applicare le tecniche più elementari dell’algebra lineare e saprà altresì riconoscere le situazioni e i problemi in cui tali tecniche possono essere vantaggiosamente utilizzate.<br>ABILITA` COMUNICATIVE<br>Alla fine del corso lo studente saprà esprimersi in modo appropriato sui temi di algebra lineare, con proprietà di linguaggio e sicurezza di esposizione.<br>CAPACITA` DI APPRENDIMENTO |

| | |
|---|---|
| | Alla fine del corso lo studente dovrà essere in grado di consultare i manuali standard di algebra lineare. |
| **Prerequisiti** | Nozioni di base di teoria degli insiemi e applicazioni fra insiemi. |
| **Metodi didattici** | Lezioni frontali ed esercitazioni. Saranno distribuiti fogli di esercizi da risolvere a casa, che saranno poi corretti e discussi in aula. E’ prevista la collaborazione di un tutore che incontrerà regolarmente gli studenti e gestirà sedute di lavoro di gruppo. |
| **Altre informazioni** | Informazioni sullo svolgimento del programma e materiale didattico saranno inseriti sul sito http://moodle2.units.it<br>******************<br>Eventuali cambiamenti alle modalità qui descritte, che si rendessero necessari per garantire l'applicazione dei protocolli di sicurezza legati all'emergenza COVID19, saranno comunicati nel sito web di Dipartimento, del Corso di Studio e dell'insegnamento.<br>***************** |
| **Modalità di verifica dell'apprendimento** | Sono previsti sei appelli di esami: ognuno consiste di una prova scritta di 3 ore (risoluzione di problemi e semplici dimostrazioni di risultati del corso), e di una prova orale anche questa su teoria e esercizi. Il programma d'esame coincide con i contenuti delle lezioni. Nel corso dell'esame saranno valutate la conoscenza del programma, la capacità di risolvere semplici esercizi anche di tipo teorico, e la proprietà di linguaggio. |
| **Programma esteso** | Gruppi, gruppi abeliani. Relazioni d’equivalenza. Campi. I campi Z_p. Spazi<br>e sottospazi vettoriali. Intersezione e unione di sottospazi. Combinazioni lineari, sottospazio generato. Vettori linearmente indipendenti. Sistemi di generatori. Basi. Teorema di completamento a una base. Dimensione. Relazione di Grassmann. Matrici. Prodotto righe per colonne. Rango. Sistemi lineari di equazioni. Trasformazioni elementari di matrici. Algoritmo di Gauss. Sottospazi affini, giacitura. Teorema di Rouché-Capelli. Applicazioni lineari. Applicazione lineare L(A). Sottospazio immagine. Nucleo. Teorema della dimensione. Endomorfismi. Spazio vettoriale quoziente e sua dimensione. Isomorfismi. Teorema di determinazione di un’applicazione lineare. Hom(V,W), spazio vettoriale duale e biduale, base duale. Matrice di un’applicazione lineare rispetto a basi fissate. Matrici invertibili. Il gruppo lineare GLn(K). Matrice inversa. Matrice del cambiamento di base. Matrici simili. Gruppo simmetrico Sn. Forme multilineari alternanti. Funzioni determinante su uno spazio vettoriale. Formula di Leibniz. Determinante di una matrice quadrata. Teorema di Binet. Gruppo SL(n,K). Matrice aggiunta, espressione della matrice inversa. Sviluppo di Laplace di un determinante. Teorema di Cramer.<br>Autovettori e autovalori di un endomorfismo e di una matrice quadrata. Autospazi. Autovettori relativi ad autovalori distinti sono linearmente indipendenti. Endomorfismi e matrici diagonalizzabili. Teorema di diagonalizzabilità. Polinomio caratteristico. Molteplicità algebrica e molteplicità geometrica. Endomorfismi e matrici quadrate triangolabili. Potenze di un endomorfismo, autospazi generalizzati. Blocchi di Jordan. Teorema di Jordan sulla forma normale di una matrice (senza dimostrazioni). Basi di Jordan. Metodo algoritmico per calcolare la forma normale di Jordan e una base di Jordan di una matrice trangolabile.<br>Forme bilineari simmetriche su spazi reali, e sesquilineari hermitiane su spazi complessi. Prodotti scalari, spazi euclidei e unitari. Norme. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Formula di polarizzazione. Norma associata a un prodotto scalare. Angolo fra due vettori non nulli in uno spazio vettoriale euclideo. Ortogonalità tra vettori e sottospazi. Complemento ortogonale di un sottospazio. Basi ortonormali. Algoritmo di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Somma ortogonale di sottospazi.<br>Endomorfismi ortogonali e unitari. Gruppo ortogonale e unitario. Forma normale per endomorfismi unitari. Diagonalizzabilità di matrici unitarie. Forma normale per endomorfismi e matrici ortogonali. Rotazioni e |

riflessioni nel piano. Classificazione delle matrici ortogonali 2x2 e 3x3. Endomorfismi autoaggiunti. Forma normale per endomorfismi autoaggiunti (teorema spettrale). Diagonalizzabilità per matrici simmetriche ed hermitiane. Forme quadratiche. Calcolo degli assi principali per forme bilineari simmetriche. Matrici congruenti. Forma normale per forme bilineari simmetriche e teorema di inerzia di Sylvester. Segno degli autovalori di una matrice simmetrica reale e segnatura. Regola dei segni di Cartesio (senza dim. ). Prodotto vettoriale di due vettori in R3.

## Testi in inglese

Italian

Linear algebra: vector spaces, euclidean and unitary vector spaces and their mappings (linear, orthogonal, unitary). Matrices and linear systems.

F. Bottacin, Algebra lineare e geometria, Esculapio Bologna, 2016
Recommended books:
E. Sernesi, Geometria 1, Bollati Boringhieri 2000.
S. Lang, Linear Algebra, Springer-Verlag, 1987.
Manuscript notes will be available on Moodle: http://moodle2.units.it

KNOWLEDGE AND UNDERSTANDING
By the end of the course the student is expected to be familiar with the fundamental results on vector spaces, on euclidean and unitary vector spaces, and on their linear, orthogonal and unitary maps.
CAPACITY TO APPLY KNOWLEDGE AND UNDERSTANDING
By the end of the course the student is expected to be able to apply the notions of linear algebra and geometry acquired to the solution of easy problems and exercises. The exercises can also be proposed as elementary theoretical results.
JUDGMENT AUTONOMY
By the end of the course the student is expected to be able to recognize and apply the most basic techniques of linear algebra and geometry, and also to recognize the situations and problems in which these techniques can be used advantageously.
COMMUNICATIVE SKILLS
By the end of the course the student is expected to be able to express himself with proficient command of language and exposure security on the topics of linear algebra and geometry.
LEARNING CAPACITY
By the end of the course the student is expected to be able to consult the standard linear algebra manuals

Basic notions of set theory and maps between sets.

Lectures and problem sessions. Regularly we assign to the students some exercises as homework; the solutions are discussed in the classroom. Tutorials involving the collaboration of a tutor are planned; he/she will regularly meet the students and will manage group work sessions.

Information about the progress of the program and teaching materials will be posted on the site http://moodle2.units.it ****************
Any changes to the methods described here, which become necessary to ensure the application of the safety protocols related to the COVID19 emergency, will be communicated on the websites of the Department of Mathematics and Geoscience - DMG and of the Study Program in Mathematics.
*****************

| | |
|---|---|
| | Each year there are six exam terms, each consisting of a written test of three hours (with exercises and easy proofs of results presented in the course) and of an oral test (about theoretical aspects and exercises). The exam program coincides with the content of the lectures. The exam aims to carry out an assessment of the student's familiarity with the program, capacity of solving easy problems even of theoretical nature, and command of language. |
| | Groups, fields, vector spaces. Matrices and linear systems. Linear maps. Determinants. Eigenvectors, characteristic polynomial and diagonalizability. Scalar products, euclidean and unitary vector spaces. Orthogonal, unitary and selfadjoint maps |