PROVA SCRITTA DI SISTEMI DINAMICI
A.A. 2018/2019

4 febbraio 2019

nome e cognome:
numero di matricola:

Note: Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

Soluzione Es. 1.1

Esercizio 1

Domanda 1.1

Si consideri un segnale sinusoidale

$$r(t) \;=\; 2\,\cos(50\,t)\,\cdot\,1(t)$$

e si supponga di campionarlo con una pulsazione di campionamento pari a

$$\Omega_s \;=\; 50\,\mathrm{rad/s}$$

Mostrare che l'**aliasing** indotto dalla scelta del periodo di campionamento produce nel segnale campionato una **componente continua**, cioè nel segnale ottenuto dal campionamento esiste una componente di regime costante.

$$r(t) \xrightarrow{\Delta} r^*(t)$$

$$r^*(t) = \sum_{0\,k}^{+\infty} r(t)\,\delta(t - k\Delta)$$

$$\Omega_s = 50 \text{ rad/s} = \frac{2\pi}{\Delta} \rightarrow \Delta = \frac{2\pi}{\Omega_s} = \frac{2\pi}{50}$$

$$R^*(s) = \mathcal{L}\{r^*(t)\} = \sum_{0\,k}^{+\infty} r(k\Delta)\, e^{-k\Delta s}$$

$$r(k\Delta) = 2\cos(50 \cdot k\Delta) = 2\cos\left(\cancel{50} \cdot k \frac{2\pi}{\cancel{50}}\right)$$

$$= 2\cos(2k\pi) \qquad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$= 2 \qquad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$R^*(s) = \sum_{0\,k}^{+\infty} r(k\Delta)\, e^{-k\Delta} = \sum_{0\,k}^{+\infty} 2\, e^{-\frac{2\pi k}{50} s}$$

$$z = e^{s\Delta}$$

$$R(z) = \mathcal{Z}\{r(k\Delta)\} = \sum_{0\,k}^{+\infty} 2 z^{-k} = 2 \frac{1}{1 - z^{-1}} = 2 \cdot \frac{z}{z-1}$$

$$r(k\Delta) = 2 \cdot 1(k\Delta)$$

$$R(z) = 2 \cdot \frac{z}{z-1}$$

$$R^*(s) = \sum_{0}^{+\infty} {}_k\, 2e^{-\frac{2\pi k}{50}s}$$

Aliasing $\qquad \Omega = \Omega_s$!