Computabilità, Complessità e Logica

Lezione 6

Cambio di programma

Diversamente da quanto previsto originariamente approfittiamo di questa lezione per fare ancora esercizi

- Applicazione del pumping lemma per linguaggi regolari
- Chiusura di linguaggi regolari
- Passaggi da NFA a DFA

Pumping Lemma

Mostriamo che i seguenti linguaggi **non** sono regolari:

- $L = \{0^n 1^m 2^n \colon m, n \in \mathbb{N}\}$
- $L = \{0^n 1^m \colon m, n \in \mathbb{N}$ e $n \leq m\}$
- $L = \{0^{2^n} \colon n \in \mathbb{N}\}$, il linguaggio delle stringhe di zeri di lunghezza una potenza di 2
- $L_k = \{0^{n^k} \colon n \in \mathbb{N}\}$ non è regolare per ogni intero $k > 1$
- $L = \{w1^{|w|} \colon w \in \{a, b\}^\star\}$ ovvero le parole seguite da un numero di uni pari alla loro lunghezza

Pumping Lemma

Mostriamo che i seguenti linguaggi **non** sono regolari:

- $L = \{0^n 1^{2n} \colon m, n \in \mathbb{N}\}$
- $L = \{w \in \Sigma^\star \colon |w|$ è un quadrato perfetto$\}$

Perché per i seguenti linguaggi vale il pumping lemma?

- $L = \{00, 01, 10, 11\}$
- $L = \Sigma^\star - \{00, 01\}$

Problemi di decisione e chiusura

- Ideare un algoritmo per determinare se un linguaggio regolare è infinito (si può fare sfruttando il pumping lemma)

- Sia $h : \Sigma \to \Sigma^\star$ una funzione che sostituisce a ogni simbolo di Σ una stringa (anche vuota). h è chiamato **omomorfismo**.

  Mostrare che se L è un linguaggio regolare allora $h(L) = \{h(w) \colon w \in L\}$ è regolare

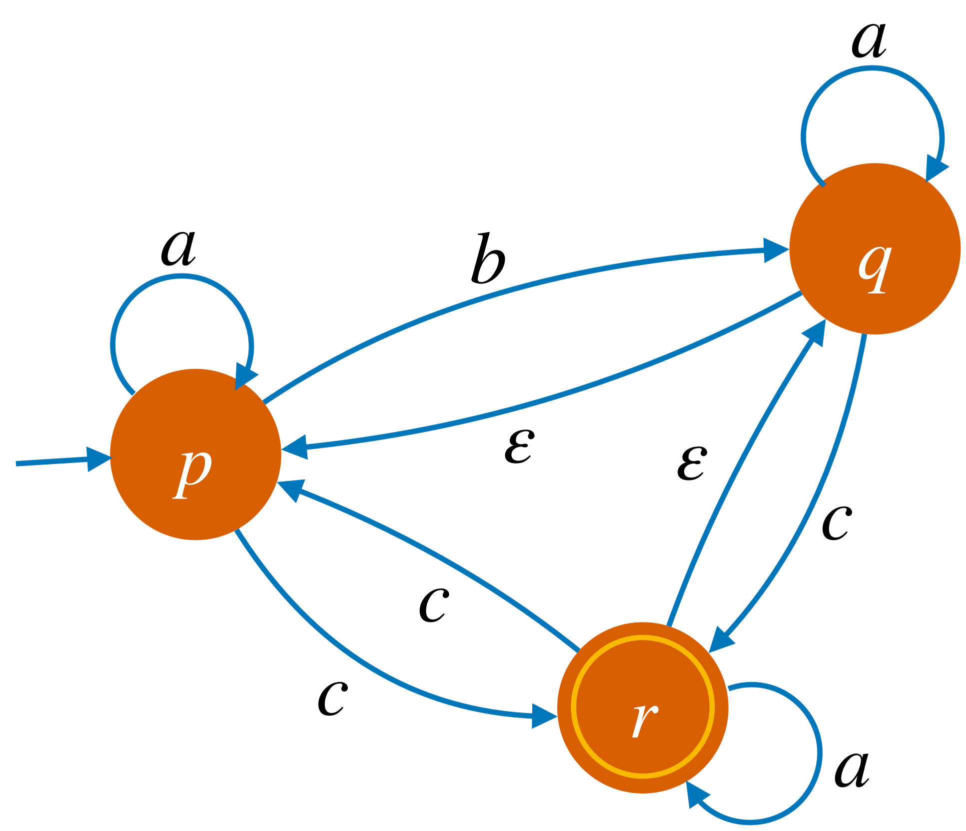
Chiusura dei linguaggi regolari

Mostriamo che i linguaggi regolari sono chiusi rispetto a queste operazioni:

- $\min L = \{w \in L\colon$ nessun prefisso di w è in $L\}$
- $\max L = \{w \in L\colon wx \notin L$ per ogni $x \neq \varepsilon\}$
- $\operatorname{init} L = \{w \in \Sigma^\star\colon wx \in L$ per qualche $x \in \Sigma^\star\}$

Passaggio da NFA a DFA

Trasformiamo il seguente automa da non-deterministico a deterministico:



Passaggio da NFA a DFA

Trasformiamo il seguente automa da non-deterministico a deterministico: