

# LA III LEGGE DI KEPLERO

## DERIVAZIONE

$$P^2 = K a^3$$

SCRIVO

$$M_1 z_1 = M_2 z_2 \quad \text{PER LA DEFINIZIONE DI CENTRO DI GRAVITA'}$$

$z_1$ ,  $z_2$  SONO LE DISTANZE DELLE STELLE DAL CENTRO DI GRAVITA'

DALL'EQUILIBRIO TRA FORZE CENTRIFUGHE E GRAVITA' DISCENDE CHE:

$$\frac{G M_1 M_2}{(z_1 + z_2)^2} = M_1 \omega_1^2 z_1 = M_2 \omega_2^2 z_2$$

PER AVERE IL CENTRO DI GRAVITA' A VELOCITA' COSTANTE DEVE RISULTARE:

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega$$

PARTO DA

$$M_1 z_1 = M_2 z_2$$

$$\frac{G M_1 M_2}{(z_1 + z_2)^2} = M_1 \frac{4\pi^2 z_1}{p^2}$$

DIVIDENDO PER  $M_1 4\pi^2 z_1$  OTTENGO:

$$\frac{G M_1 M_2}{4\pi^2 z_1 M_1 (z_1 + z_2)^2} = \frac{1}{p^2}$$

ORA RICAVO  $M_2/z_1$  E  $M_2$

$$M_2 = \frac{4\pi^2 z_1 (z_1 + z_2)^2}{p^2 G}$$

$$M_2 = \frac{4\pi^2 z_1 \cdot (z_1^2 + z_2^2 + 2z_1 z_2)}{G p^2}$$

USANDO  $M_1 z_1 = M_2 z_2 \rightarrow M_1 = \frac{M_2 z_2}{z_1}$

$$M_1 + M_2 = \frac{M_2 z_2}{z_1} + M_2 = M_2 \left( \frac{z_2}{z_1} + 1 \right)$$

OUVERO

$$M_1 + M_2 = \frac{M_2}{z_1} (z_2 + z_1); M_2 = \frac{(M_1 + M_2) z_1}{(z_2 + z_1)}$$

USANDO QUESTA EQUAZIONE IN:

$$\frac{G M_2}{4\pi^2 z_1 (z_2 + z_1)^2} = \frac{1}{P^2}$$

SI OTTIENE:

$$\frac{G (M_1 + M_2)}{4\pi^2 (z_1 + z_2)^3} = \frac{1}{P^2}$$

$$M_1 + M_2 = \frac{4\pi^2}{G} \frac{(z_1 + z_2)^3}{P^2} =$$
$$= \frac{4\pi^2}{G} \frac{a^3}{P^2}$$

$$M_1 + M_2 = \frac{4\pi^2}{G} \frac{a^3}{P^2}; \quad K = \frac{4\pi^2}{G (M_1 + M_2)}$$

$$\Rightarrow \boxed{P^2 = K a^3}$$