Fluidi

- Si chiama comunemente fluido un mezzo continuo privo di forma propria. Il fluido assume quindi la forma del recipiente che lo contiene
- liquidi
  - fluidi con volume proprio e debole compressibilità
- aeriformi
  - fluidi senza volume proprio e con elevata compressibilità

Statica dei fluidi: fluidi in quiete o corpi immersi in essi

Dinamica dei fluidi: fluidi in movimento o forze che agiscono su corpi in moto in un fluido.

Densita'

Leggi della meccanica dei fluidi si riferiscono non all'intero volume, ma ad una piccola porzione.
Invece della massa m dell'intero liquido si considera la:
densita' ρ (massa per volume unitario)

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Unita' di misura della densita':

kg/m^3, gr/cm^3, gr/litro, kg/litro

Densita' dell'acqua pura a 4^0 C e': 1 gr cm^{-3} oppure 1000 kg m^{-3}

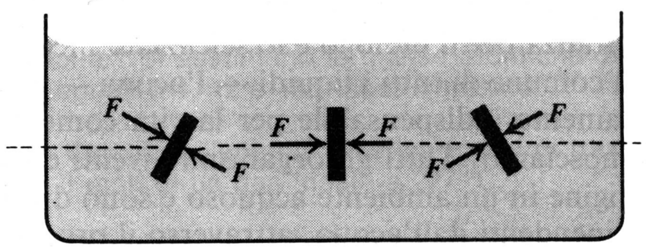
Densita' relativa e' definita come: densita' (liquido)/densita' (acqua)

MATERIAL OR OBJECT	DENSITY (kg/m^3)
Interstellar space	10^{-20}
Best laboratory vacuum	10^{-17}
Air: 20°C and 1 atm	1.21
20°C and 50 atm	60.5
Styrofoam	1×10^2
Water: 20°C and 1 atm	0.998×10^3
20°C and 50 atm	1.000×10^3
Seawater: 20°C and 1 atm	1.024×10^3
Whole blood	1.060×10^3
Ice	0.917×10^3
Iron	7.9×10^3

Idrostatica

La forza che un fluido esercita su una qualunque superficie ha direzione normale all'elemento di superficie stessa in condizioni di equilibrio statico.
Forza esercitata da un fluido in quiete non puo' avere componenti parallele alla superficie perche' ci sarebbero sforzi di taglio e quindi scorrimento.

Consideriamo un piccolo disco di superficie A immerso in un liquido. Liquido esercita su disco forza F su entrambi i lati ed indipendentemente dall'orientamento del disco (se alla stessa profondita') ed agisce sempre perpendicolare alla superficie.



Si definisce la pressione:

$$\text{pressione} = \frac{\text{forza}}{\text{superficie}}$$

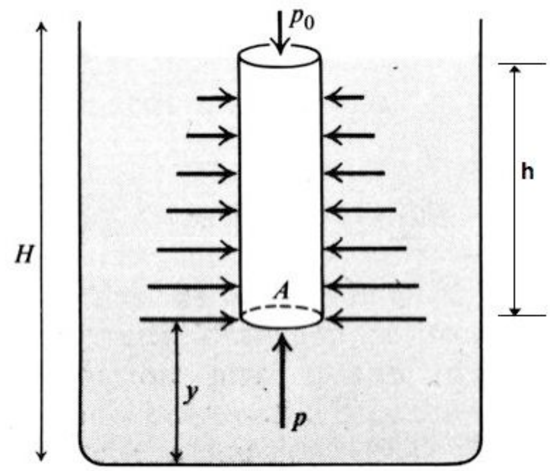
La pressione non dipende dall'orientamento della superficie su cui si manifesta. Alla stessa profondita' il liquido esercita la stessa pressione .

La pressione e' una forma di densita' di energia

$$p = \frac{\text{forza}}{\text{superficie}}\frac{\text{distanza}}{\text{distanza}} = \frac{\text{energia}}{\text{volume}}$$

p e' una densita' di energia di pressione

Equazione fondamentale dell'idrostatica.
Legge di Stevino



Pressione nei fluidi in quiete

Consideriamo colonna di liquido (cilindro alto h e base A) in quiete nello stesso liquido.

Pressioni allo stesso livello sono uguali → forze risultanti da pressioni orizzontali si elidono.

In tutti i punti la pressione e' perpendicolare alla superficie del liquido.

Pressione p a profondita' h e' maggiore che pressione p_0 in superficie per forze verticali dovute al peso della colonna del liquido.

Se p e' pressione alla profondita' h sulla superficie inferiore A ci deve essere forza verso l'alto pari a: p A

Se p_0 e' pressione atmosferica sulla superficie superiore A del liquido allora c'e' forza verso il basso pari a: p_0 A

Forza risultante dovuta alle pressioni agenti sulla colonna liquido:

$(p - p_0)\, A$ verso l'alto

Poiche' il liquido e' in quiete questa forza bilancia la forza peso della colonna di liquido stesso (verso il basso):

$$(p - p_0)\, A = m\, g = \rho\, h\, A\, g$$

ρ = densita' del liquido
$(p - p_0)$ = sovrapressione

Equazione fondamentale dell'idrostatica

Legge di Stevino

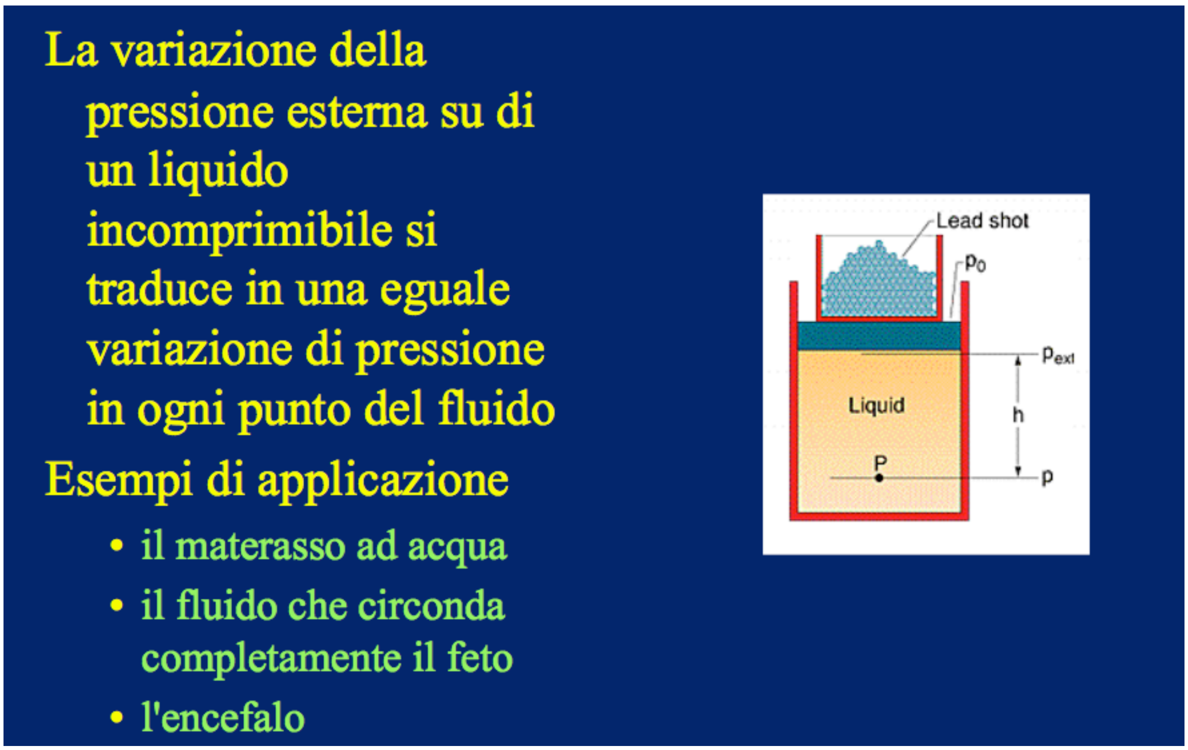
$$\mathbf{p - p_0 = \rho\, g\, h}$$

La pressione ad una certa profondita' h e' la somma della sovrapressione dovuta al liquido piu' la pressione atmosferica

Legge di Pascal

La pressione atmosferica e’ trasmessa in ogni punto del liquido.

Cio’ vale per qualunque pressione esterna applicata.



La pressione che si esercita sulla superficie limite di un fluido si trasmette senza attenuazioni in tutto il fluido e alle pareti del contenitore, su cui agisce normalmente.

Il sub in apnea

Supponiamo che un sub tenti di utilizzare un tubo per respirare di lunghezza L = 6 m.

Alla profondità L c'è su di lui una pressione esterna

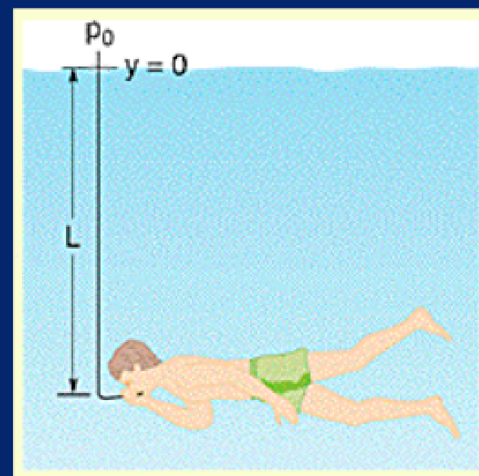
$P = P_0 + \rho g L$

che viene compensata da un'aumento della pressione sanguigna e dell'aria già presente nei suoi polmoni

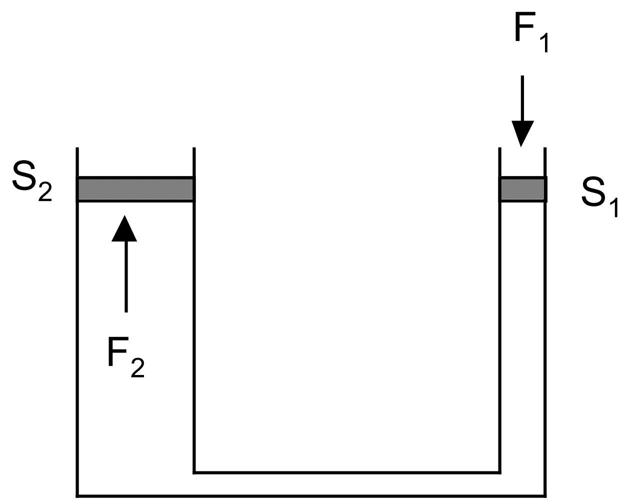
Se il sub tenta di utilizzare il tubo, mette in comunicazione l'aria dei suoi polmoni con aria a pressione inferiore. La differenza di pressione

$\Delta P = P - P_0 = \rho g L = 0.6$ atm

è sufficiente per causare il collasso dei polmoni



Applicazione: **Pressa idraulica o martinetto idraulico**



Vaso destra di sezione S_1. Vaso sinistra di sezione S_2.
Si esercita a destra una forza F_1, normalmente allo stantuffo di minor sezione S_1. Al liquido si comunica una variazione di pressione:

$$\Delta p = \frac{F_1}{S_1}$$

Essa si trasmette a tutti i punti del liquido, quindi anche sul pistone di sezione maggiore S_2.
Sul secondo pistone agisce quindi una forza F_2 tale che:

$$\Delta p = \frac{F_2}{S_2}$$

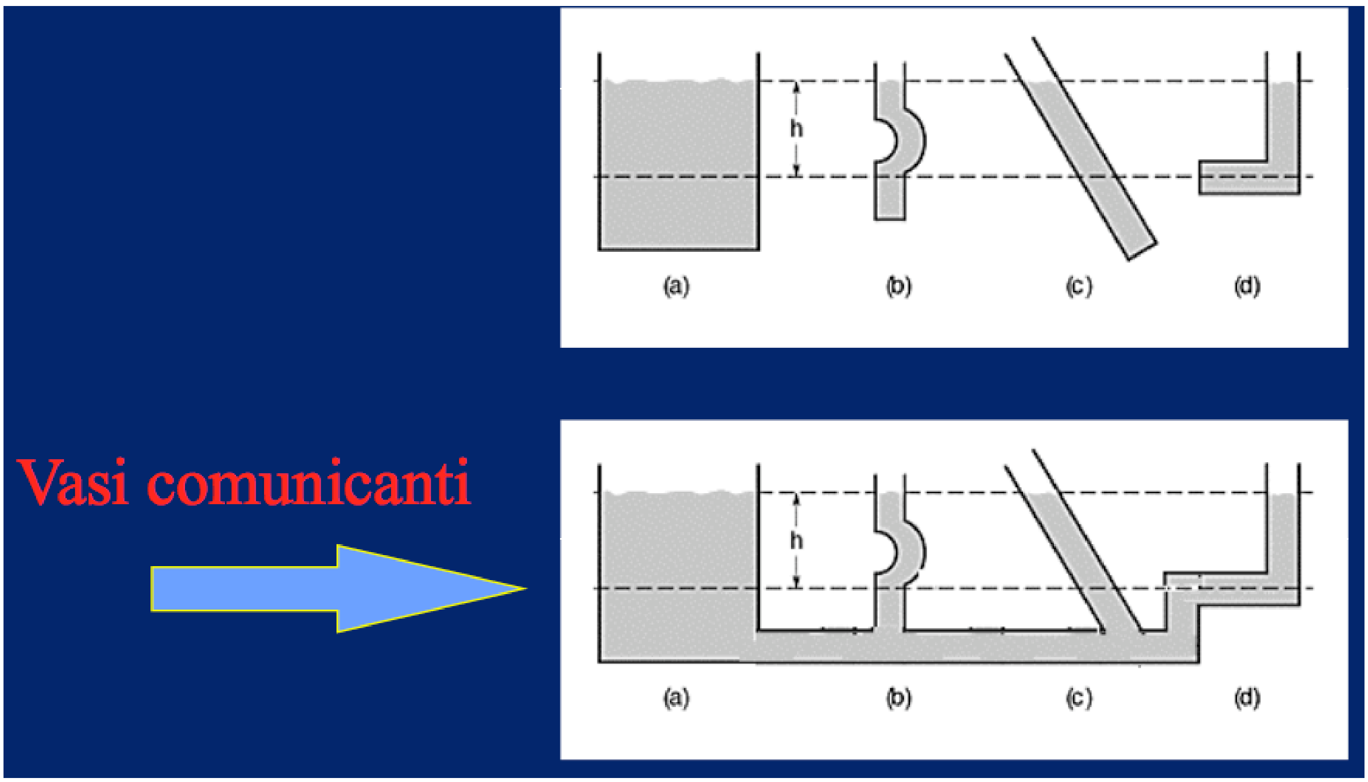
quindi

$$\boxed{F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}}$$

Se S_2 molto maggiore di S_1 → F_2 molto maggiore di F_1
Si ottengono forze di intensita' elevata partendo da forze piccole.

Vasi comunicanti

I recipienti di forma differente contengono lo stesso liquido che raggiunge in essi la stessa altezza:
la pressione e' la stessa in tutti i punti alla medesima profondita' ed e' indipendente dalla forma del contenitore



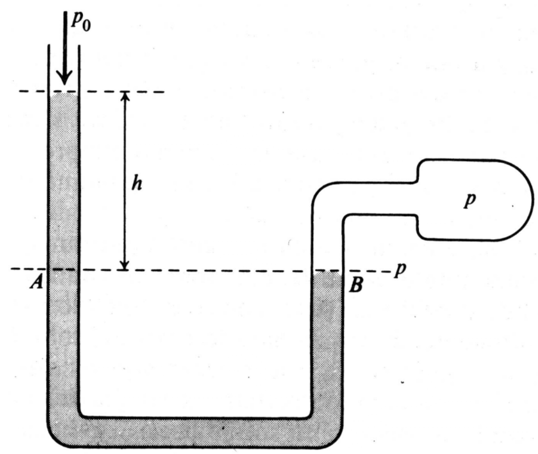
Un liquido in condizione di quiete raggiuge lo stesso livello in recipienti fra loro comunicanti.
Infatti le pressioni ad una certa profondita' h nei contenitori (a), (b), (c), (d) devono essere tutte uguali per Stevino quindi

$$\rho g h_a = \rho g h_b = \rho g h_c = \rho g h_d$$

quindi

$$h_a = h_b = h_c = h_d = h$$

Manometro



Misura pressione nei liquidi e gas.

E' tubo a U contenente mercurio o acqua con ramo aperto verso l'esterno.
Il secondo ramo e' collegato al recipiente

Supponiamo livello ramo aperto e' h rispetto all'altro ramo.

Pressione in A = pressione in B (perche' sono allo stesso livello)

Pressione in B e' p (da misurare)

Si puo' ricavare dalla pressione in A nel braccio aperto:

$$p - p_0 = \rho\, g\, h$$

Barometro di Torricelli

Misura della pressione atmosferica

La pressione P_0 è pari alla pressione esercitata dalla colonna di mercurio alta h

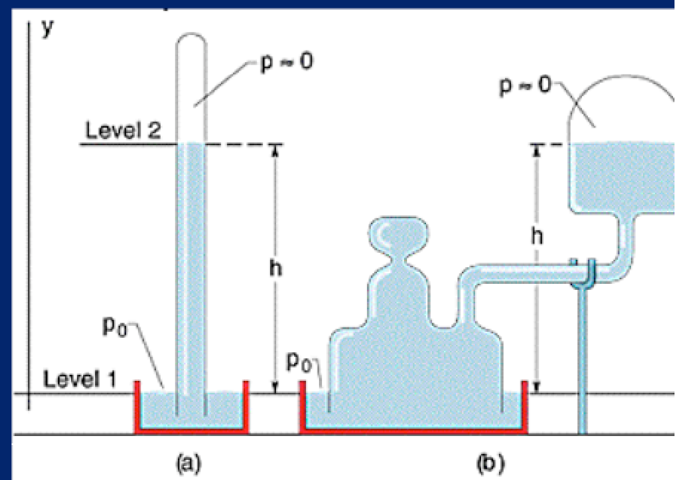
$P_0 = \rho_{Hg} g h$

Al livello del mare h = 760 mm

Per definizione:

P_0 = 760 mmHg = 760 Torr =

= 1 atmosfera



Unita' di misura

MKS **Pascal Pa** = $1N/m^2$

CGS **baria** = $(1\ dina/cm^2) = 0.1\ Pa$
$(1N = 10^5\ dine,\ 1\ m^2 = 10^4\ cm^2)$

Unita' di uso comune

atmosfera (atm)

$1\ atm = 1.013\ 10^5\ Pa = 1.013\ 10^6\ barie = 760\ mmHg$

bar

$1\ bar = 10^5\ Pa = 10^6\ barie$

$1\ mbar = 10^{-3}\ bar = 1\ hPa = 10^2\ Pa$

torr

$1\ torr = 1\ mmHg = \rho gh = 13.6\ gr/cm^3 * 980\ cm/s^2 * 0.1\ cm = 133\ Pa$
$1\ atm = 760\ torr$

Alcune pressioni

	PRESSURE (Pa)
Center of the Sun	2×10^{16}
Center of Earth	4×10^{11}
Highest sustained laboratory pressure	1.5×10^{10}
Deepest ocean trench (bottom)	1.1×10^{8}
Spike heels on a dance floor	1×10^{6}
Automobile tire[a]	2×10^{5}
Atmosphere at sea level	1.0×10^{5}
Normal blood pressure[a, b]	1.6×10^{4}
Best laboratory vacuum	10^{-12}

[a]Pressure in excess of atmospheric pressure.
[b]The systolic pressure, corresponding to 120 torr on the physician's pressure gauge.

Esempio.

Calcolare la sovrapressione alla profondita' di 1 km sotto il mare. La densita' relativa del mare puo' essere assunta uguale ad 1.05.

$p = \rho g h$

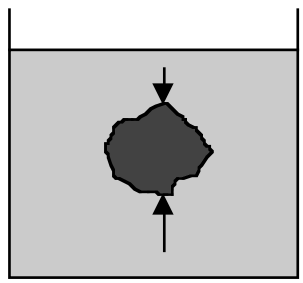
$\rho_{mare} / \rho_{acqua} = 1.05 \rightarrow \rho_{mare} = 1.05*1000\ kg/m^3 = 1050\ kg/m^3$

$p = \rho g h = 1050\ 9.8\ 1000\ Pa = 1.03*10^7\ Pa = 1.02*10^2\ atm$

Il principio di Archimede

Un corpo immerso in un fluido (completamente o parzialmente) subisce una spinta dal basso verso l'alto uguale al peso del volume del fluido spostato.

La spinta e' applicata al centro di gravita' del fluido spostato.
E' detta spinta di galleggiamento.



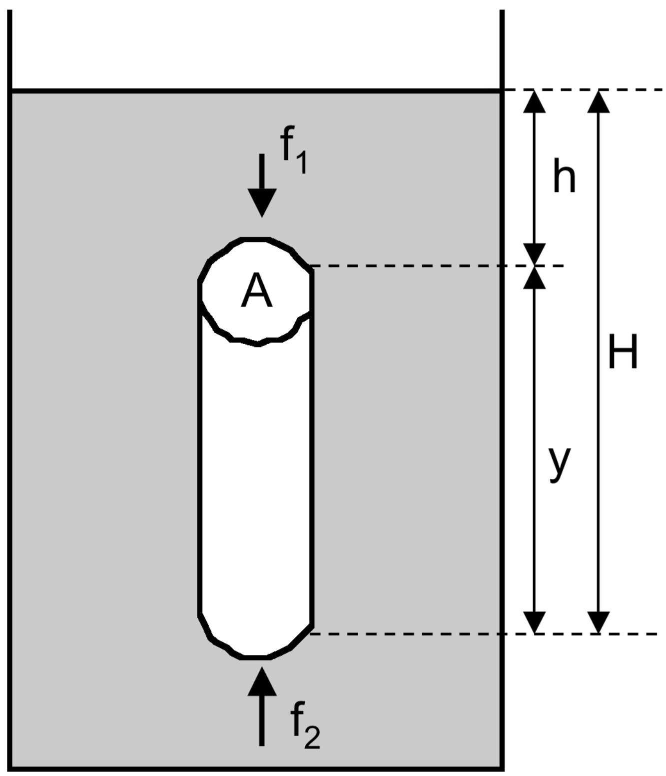
Forze risultante e' verso l'alto perche' la pressione aumenta con la profondita' → la forza e' maggiore nella parte inferiore dell'oggetto

Il ragionamento di Archimede e' il seguente:
Supponiamo di sostituire il corpo con un fluido uguale a quello circostante con la stessa forma e volume del corpo stesso.
Il fluido circostante esercita stessa pressione quindi stessa forza che esercitava sul corpo.
La massa di fluido e' in quiete → risultante delle forze totale agenti su questa porzione di fluido e' nulla quindi:
Forza esercitata dal fluido circostante (verso l'alto) e' uguale al peso (verso il basso) della porzione di fluido che ha sostituito il corpo.
La stessa forza e' anche sentita dal corpo quando e' sostituito al fluido.

Se il corpo ha volume V e il fluido ha densita ρ' la spinta di Archimede e':

$$\mathbf{S = \rho' V g}$$

Calcolo spinta di Archimede per un cilindro di altezza y, sezione A immerso in un liquido di densita ρ'.
Densita' del corpo immerso e' ρ.



pressione su superficie superiore

$p_1 = \rho' g h \rightarrow f_1 = \rho' g h A$

pressione su superficie inferiore

$p_2 = \rho' g H \rightarrow f_2 = \rho' g H A$

Spinta di Archimede e' risultante delle forze:

Spinta $S = f_2 - f_1 = \rho' g A (H - h) = \rho' g V$ (verso l'alto)

Spinta $S = f_2 - f_1 = \rho' g A (H - h) = \rho' g V$ (verso l'alto)

Peso del corpo $P = \rho g V$ (verso il basso)

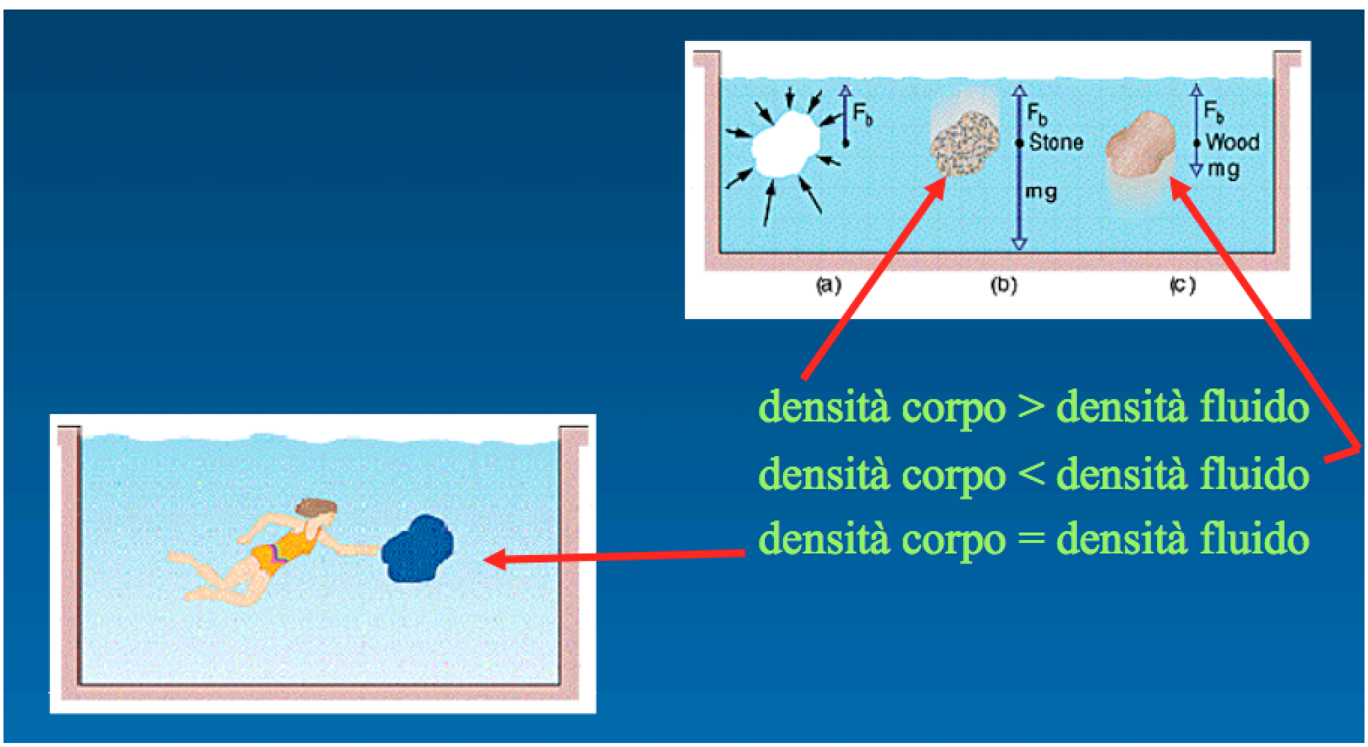
Risultante $= \rho g V - \rho' g V = g V (\rho - \rho')$
(verso positivo e' verso il basso)

Se $(\rho - \rho') > 0 \rightarrow \rho > \rho' \rightarrow$ corpo affonda

Se $(\rho - \rho') < 0 \rightarrow \rho < \rho' \rightarrow$ corpo galleggia

In corpo sale in superficie e si ferma quando la parte immersa fornisce una spinta uguale al suo peso

Se $(\rho - \rho') = 0 \rightarrow \rho = \rho' \rightarrow$ corpo in quiete nel liquido



Esempio

Prendiamo una sfera di ferro e una di piombo, entrambe aventi raggio pari a 12 cm, e immergiamole completamente in un fluido: la spinta di Archimede S che agisce sulla prima e' identica alla spinta di Archimede che agisce sulla seconda.

Per il calcolo di S occorre conoscere solamente la densita' del fluido nel quale sono immerse, oltre al volume del fluido spostato che e' uguale al volume V_{imm} del corpo.

$$\mathbf{S = m_{fluido\ spostato} \cdot g = \rho_{fluido} \cdot V_{imm} \cdot g}$$

Calcoliamo la spinta idrostatica che agisce sulle due sfere se vengono immerse in acqua :

$$S = \rho_{acqua} \cdot V_{imm} \cdot g =$$

$$1000\ \mathrm{kg/m^3} \cdot \frac{4}{3}\pi(0,12\ \mathrm{m})^3 \cdot 9,8\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \simeq 70,93\ \mathrm{N}$$

Se immergiamo le due sfere nell'olio di oliva la spinta di Archimede risulta inferiore a quella calcolata per l'acqua, perche' la densita' dell'olio ($\rho_{olio} = 0.92$ g/cm^3) e' inferiore a quella dell'acqua.

Al contrario, nel mercurio la spinta ha intensita' 13.6 volte maggiore di quella trovata nel caso dell'acqua ($\rho_{mercurio} = 13.6$ g/cm^3).

Condizione di equilibrio per corpo galleggiante

Corpo densita' ρ e volume V; liquido densita' ρ_l: se $\rho < \rho_l$ galleggia
All'equilibrio la spinta di Archimede e' pari al peso del volume del liquido spostato quindi del volume V' della parte immersa del corpo:

$$S = \rho_l\, g\, V'$$

Il peso del corpo galleggiante e':

$$P = \rho\, g\, V$$

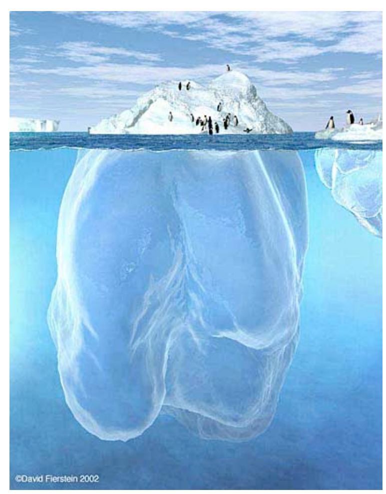
All'equilibrio S = P:

$$\rho_l\, g\, V' = \rho\, g\, V$$

$$\frac{V'}{V} = \frac{\rho}{\rho_l}$$

Rapporto fra volumi sempre <1 ed e' sempre piu' grande quanto maggiore e' densita' ρ del materiale galleggiante.

Applicazione :



volume immerso dell'iceberg

Densita' ghiaccio $\rho = 0.92\ g/cm^3$ e densita' mare $\rho_l = 1.025\ g/cm^3$

Si ottiene che parte immersa dell'iceberg e': $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{0.92}{1.025} \cong 0.90$

Esempio.
Un tronco di legno stagionato (densita' = 450 kg/m^3) viene buttato in mare (densita' = 1028 kg/m3); qual e' la percentuale di volume immerso?

$$V_{\text{imm}} = \frac{d_{\text{corpo}}}{d_{\text{fluido}}} \cdot V_{\text{corpo}} = \frac{450 \text{ kg/m}^3}{1028 \text{ kg/m}^3} \cdot V_{\text{corpo}} \simeq 0,44 \cdot V_{\text{corpo}}$$

Il tronco e' immerso per il 44% del suo volume (il restante 56% del suo volume e' emerso). Il risultato e' indipendente dalla forma del corpo.
Se, ad esempio, il pezzo di legno e' un cubo avente spigolo 180 cm, il livello dell'acqua sara' all'altezza dei 79,2 cm, infatti si moltiplica il valore 0,44 per la lunghezza totale dello spigolo.

Esempio.
Una sfera di acciaio (densita' = 7800 kg/m3), avente la massa di 500 g, e' agganciata ad un dinamometro. Cosa segna il dinamometro quando la sfera e' in aria? E in acqua?

Il sistema e' in equilibrio.
La forza peso della sfera e' data da:
P = m · g = 0, 5 kg · 9, 8 N/kg = 4, 9 N

In aria: poiche' nel primo caso non c'e' la spinta di Archimede (quella dovuta all'aria e' trascurabile), il dinamometro indica P = 4,9 N.
Nell'acqua: la forza peso (verso il basso) della sfera e' sempre 4,9 N, ma ora e' presente anche la spinta di Archimede (verso l'alto) S, la risultante e' la differenza (P-S) che e' uguale alla forza indicata dal dinamometro.
La spinta idrostatica vale:

$$F_A = d_{\text{fluido}} \cdot V_{\text{corpo}} \cdot g = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot \frac{0,5 \text{ kg}}{7800 \text{ kg/m}^3} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \simeq 0,63 \text{ N}$$

Il dinamometro segnera' la differenza tra 4,9 N e 0,63 N = 4,27 N

Esempio.
Un corpo agganciato ad un dinamometro segna 2,68 N; se lo immergiamo in acqua segna 2,33 N. Vogliamo sapere di che materiale e' fatto.

Soluzione

$P = 2.68$ N
$P_A = 2.33$ N
La spinta di Archimede S e' data dalla differenza:
$S = (P - P_A) = (2,68 - 2,33)$ N $= 0,35$ N.

Ricordando l'espressione della spinta idrostatica si ha:
$S = \rho_{acqua} \cdot V_{corpo} \cdot g = 0,35$ N

essendo inoltre:

$P = m \cdot g = \rho_{corpo} \cdot V_{corpo} \cdot g = 2,68$ N

Il rapporto P /S e' uguale al rapporto delle densita':

$P/S = \rho_{corpo} / \rho_{acqua} = 2,68 / 0,35 = 7,66$

Da cui:
$\rho_{corpo} = 7,66\ \rho_{acqua} = 7,66$ g/cm^3

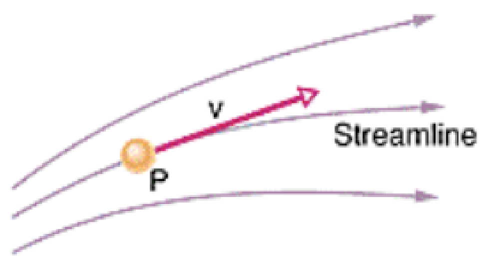
Si tratta del ferro.

IDRODINAMICA

Fluido ideale e': **incomprimibile (densita' costante)**
assenza di forze di attrito (forze viscose)

In assenza di forze viscose c'e' conservazione di energia meccanica → non c'e' attrito fra porzioni adiacenti del liquido (in una sezione tutti i punti hanno la stessa velocita')

Linee di flusso sono curve tangenti alla velocita' del fluido in ogni punto del percorso.

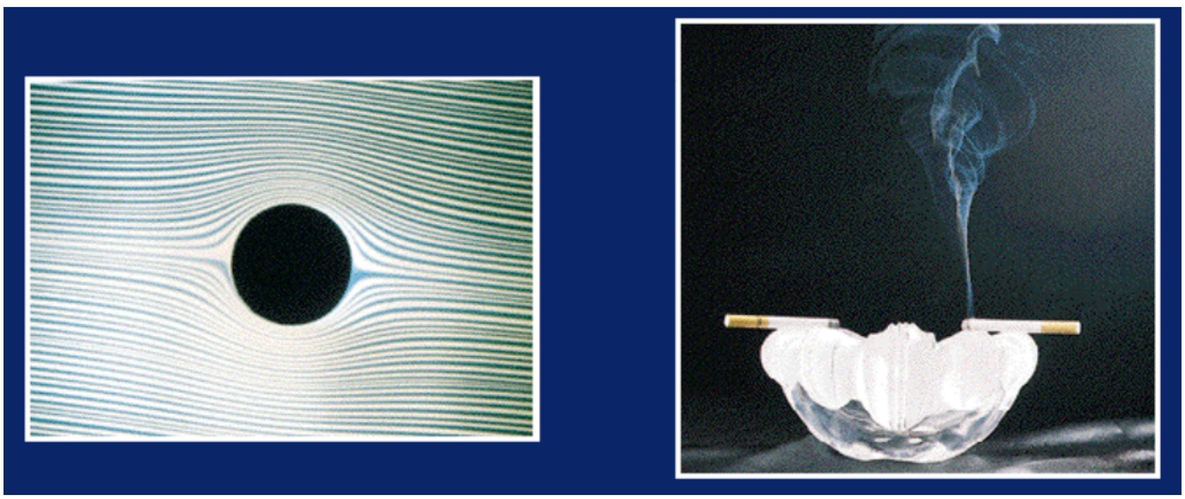


Fluido stazionario. Fluido e' in moto stazionario se le proprieta' in ogni suo punto del percorso non variano nel tempo. La velocita' in ogni punto e' costante nel tempo in modulo, direzione e verso.

Moto laminare = linee di flusso ben definite, ogni particella del liquido segue una traiettoria precisa e non interseca le altre

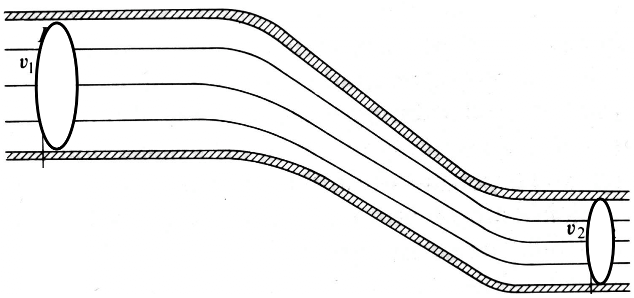
Moto irrotazionale o turbolento = intersezione di linee di flusso perche' flusso e' troppo rapido o se ci sono ostruzioni

Moto laminare **Moto irrotazionale**



Principio di continuita'
Conservazione della massa

Consideriamo un condotto con due sezione diverse A_1 e A_2.
In A_1 passa la massa dm_1 nel tempo dt
In A_2 passa la massa dm_2 nel tempo dt



Per conservazione della massa deve essere:

$$dm_1 = dm_2$$

$dm_1 = \rho\ A_1\, dx_1$
$dm_2 = \rho\ A_2\, dx_2$

La massa che passa nell'unita' di tempo (dividendo per dt) e':

$$\rho A_1 \frac{dx_1}{dt} = \rho A_2 \frac{dx_2}{dt}$$

$$A_1\, v_1 = A_2\, v_2$$

La quantita' v*A (sezione * velocita') e'detta **portata**.
E' volume che attraversa la sezione di tubo nell'unita' di tempo.
E' costante in ogni sezione → **equazione di continuita'**

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1}$$

velocita' inversamente proporzionale alla sezione

Equazione di Bernoulli

E' il principio di conservazione dell'energia meccanica applicato ad un fluido e lega fra di loro le varie forme di energia per unita' di volume

Ipotesi :

1) incomprimibile
2) non viscoso
3) condotto rigido
4) moto stazionario

Il fluido si muove in un campo di forze conservativo (gravitazionale)

Equazione di Bernoulli:

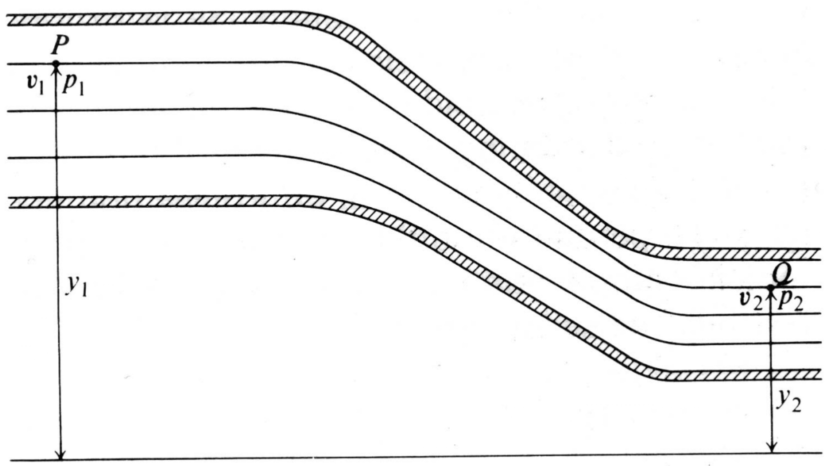
$$p + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = E \text{ (costante)}$$

In un condotto l'energia meccanica e' conservata.

p e' pressione in un certo punto del condotto. E' densita' di energia di pressione.
E' lavoro per unita' di volume fatto dalla forza (p A) dove A e' la sezione del condotto: L = p A x = p V

ρ g h e' densita' di energia potenziale gravitazionale. E' lavoro per unita' di volume fatto della forza di gravita' sul fluido per un dislivello h.

$\frac{1}{2}\rho v^2$ e' densita' di energia cinetica



Se si considerano due diversi punti del condotto si ha:

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^{\ 2} = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^{\ 2}$$

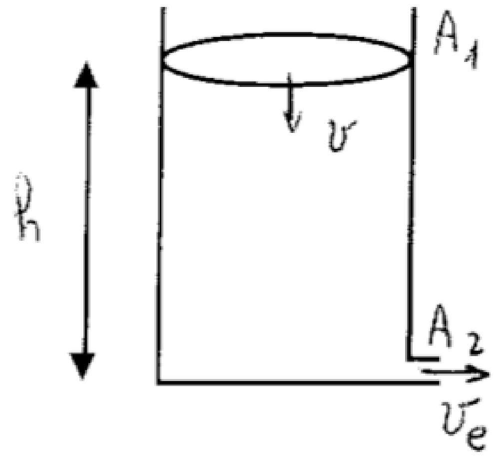
Se v = 0 si ha caso idrostatico

$$p + \rho g h = E \text{ (costante)}$$

dove h e' l'altezza dal livello 0.
Si ricava da Stevino.

Esercizio

Calcolo velocita' di efflusso da un recipiente



Pressione all'uscita del foro di sezione A_2 e' la pressione atmosferica p_0
p_0 e' anche la pressione esercitata sulla superfice del liquido di sezione A_1.

h = differenza di livello
v = velocita' di abbassamento del liquido
v_e = velocita' di uscita

$$\frac{1}{2}\rho v_e^2 + p_0 = \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h + p_0$$

$$v_e^2 = v^2 + 2gh$$

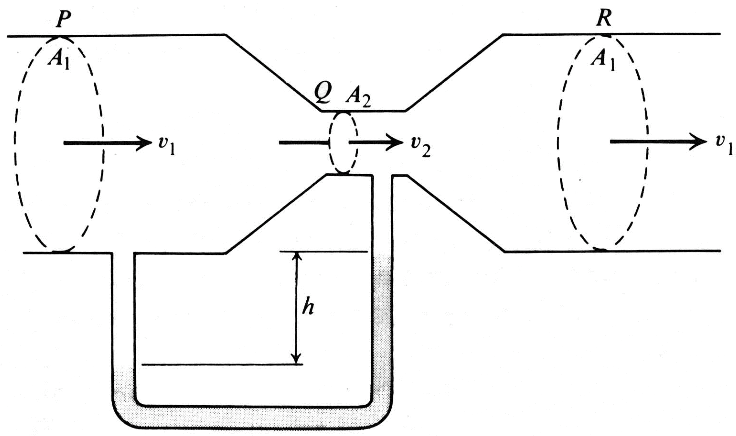
Nel caso in cui il contenitore abbia una sezione A_1 molto maggiore della sezione del foro d'uscita A_2 → $v_e >> v$
Si puo' approssimare l'espressione come:

$$v_e = \sqrt{2gh}$$

Teorema di Torricelli

Nota: la velocita' e' la stessa che si ottiene nella caduta dei gravi con conservazione dell'energia meccanica

Tubo di Venturi



Tubo con strozzatura posto orizzontalmente.
Non c'e' differenza di altezza nelle due sezioni.

L'equazione di Bernoulli diventa:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^{\,2} = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^{\,2}$$

p_1 e' pressione nella sezione A_1
p_2 e' pressione nella sezione A_2

Sappiamo dall'equazione di continuita' che la portata e' costante:

$$A_1\, v_1 = A_2\, v_2$$

Quindi se $A_1 > A_2$ allora:

$$v_2 > v_1$$

Da Bernoulli, velocita' maggiore implica minor pressione, quindi:

$$p_1 > p_2$$

Se un tubo presenta una strozzatura in quel punto la velocita' e' maggiore e la pressione e' minore.

Si puo' misurare la differenza di pressione collegando alle due sezioni un manometro. Se differenza di livello e' h e la densita' del liquido nel manometro e' ρ':

$$\mathbf{p_1 - p_2 = \rho' g h}$$

Dall'equazione di Bernoulli e dall'equazione di continuita' e misurata la differenza di pressione ($p_1 - p_2$) si puo' **trovare velocita' v_1**.

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^{\,2} - \frac{1}{2}\rho v_1^{\,2}$$

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 v_1^{\,2} - \frac{1}{2}\rho v_1^{\,2}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\left(\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right) v_1^{\,2}$$

$$v_1^{\,2} = \frac{2\rho' g h}{\rho\left(\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right)} = \text{costante h}$$

La costante dipende dal tubo di Venturi

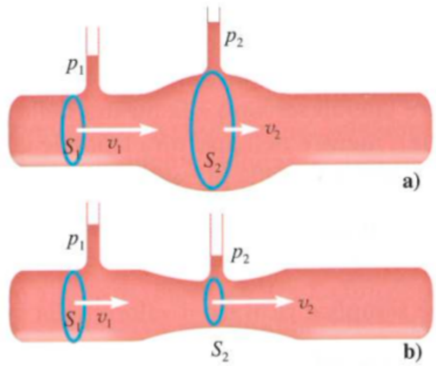
Effetto Venturi e' di importanza medica.

Nella **stenosi** (restringimento di vasi) la velocita' del sangue aumenta , la pressione diminuisce e non si oppone al restringimento che può degenerare

In un **aneurisma** (allargamento dei vasi) la velocita' diminuisce , la pressione aumenta. Quindi la pressione tende a far degenerare l'allargamento.

Calcolo pressione esercitata dal sangue sulla parete di un'arteria in corrispondenza di una **stenosi (strozzatura) o di un aneurisma (rigonfiamento)**.

Effetto Venturi e' di importanza medica.



Consideriamo la portata dell'arteria costante, nella sezione della **stenosi** (restringimento di vasi) la velocita' del sangue aumenta, la pressione e' minore di quella dell'arteria, creando un peggioramento.

In un **aneurisma** (allargamento dei vasi) la velocita' diminuisce , la pressione e' maggiore di quella dell'arteria. Quindi la pressione tende a far degenerare l'allargamento.

Per esempio nell'aneurisma:

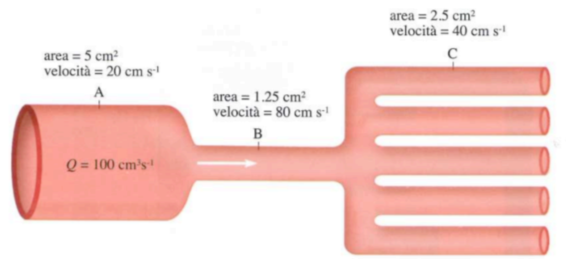
$$v_2 = v_1 \frac{S_1}{S_2} \quad (S_1 < S_2)$$

Quindi velocita' nell'aneurisma e' minore (v2 < v1), quindi pressione e' maggiore perche':

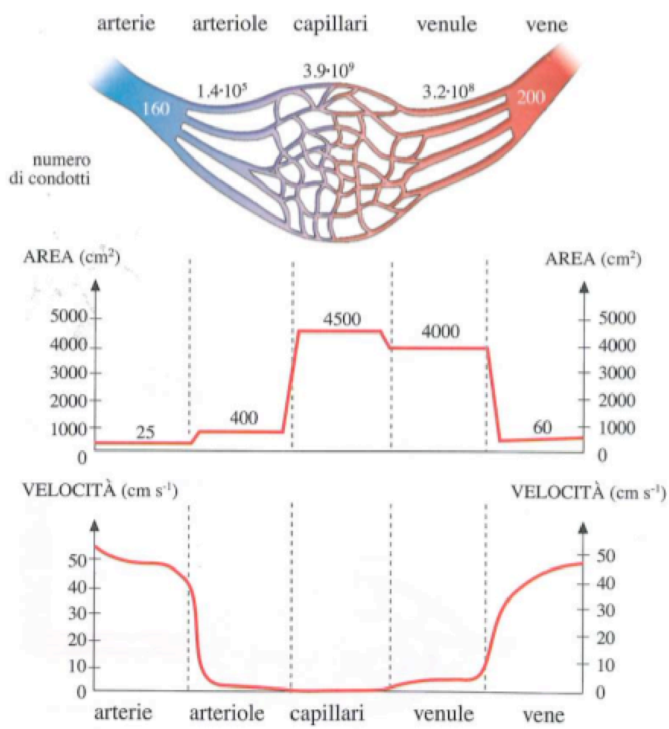
$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{dg} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{dg} \quad (h_1 = h_2)$$

Portata in un sistema idrodinamico

La portata e' costante, quindi velocita' e' inversamente proporzionale all'area della sezione del condotto.
In caso di condotti secondari si calcola l'area della sezione complessiva della rete dei condotti (somma aree delle singole sezioni)



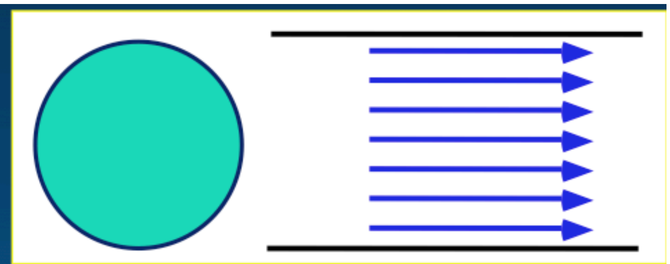
Esempio: in sezione C ci sono 5 condotti uguali di sezione 0.5 cm^2, area totale e' 2.5 cm^2. La velocita' in C e' minore che in B: area in B =1.25 cm^2, piu' grande dei singoli rami di C, ma e' minore della sezione complessiva.



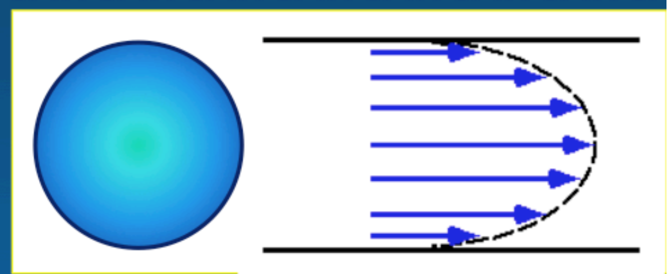
Schema variazione di sezione totale e di velocita' media del sangue nei distretti del sistema circolatorio. Area aumenta dall' aorta ai capillari, quindi la velocita' nei capillari e' molto bassa (~millimetri/sec) facilitando scambi di sostanze fra sangue e tessuti attraverso le pareti capillari.

Fluidi reali

Fluido ideale:
non c'è attrito, la velocità è la stessa
su tutta la sezione e non cambia
nel tempo (moto stazionario)



Fluido reale a bassa velocita':
moto laminare; moto ancora stazionario
Presenza di attrito, velocita' massima al
centro decresce verso pareti, velocita'
zero sulle pareti; profilo parabolico.

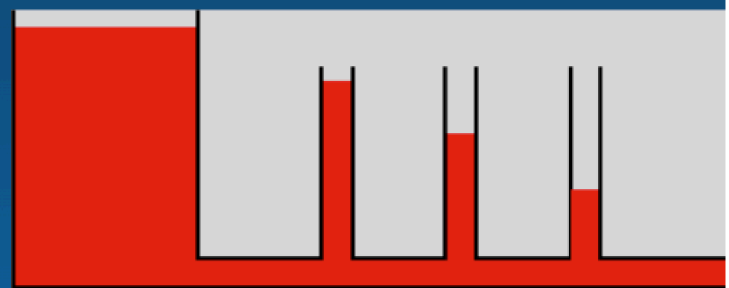


Fluido reale:
Alta velocita' , moto turbolento
su tutta la sezione e non cambia
nel tempo (moto stazionario)

Fluidi reali

Un fluido reale presenta attrito: il flusso può essere mantenuto solo se esiste una forza motrice che vinca l'attrito

In un fluido reale in moto lungo un condotto orizzontale si osserva una caduta di pressione corrispondente all'energia persa per attrito



La proprietà del liquido che determina l'entità della perdità di energia viene chiamata **viscosità** ed indicata col simbolo η

Supponiamo un calo di pressione Δp su tratto di tubo lungo l

$\frac{\Delta p}{l}$ e' detto gradiente di pressione

La portata Q (volume V che attraversa il tubo per unita' di tempo) e':

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{\pi r^4}{8\eta}\frac{\Delta p}{l}$$

Equazione di Poiseuille

r = raggio del tubo
η = coefficiente di viscosita'

Portata e’ proporzionale al gradiente di pressione e dipende dalla quarta potenza del raggio. Per trasferire rapidamente grandi quantita’ di liquido conviene aumentare il raggio (foro con diametro doppio portata 16 volte maggiore)

Si definisce la **velocita’ media** dalla portata Q =velocita’*sezione:

$$v_m = \frac{portata}{sezione} = \frac{\pi r^4}{8\eta}\frac{\Delta p}{l}\frac{1}{\pi r^2} = \frac{r^2}{8\eta}\frac{\Delta p}{l}$$

velocita’ e’ proporzionale al gradiente di pressione e dipende dal quadrato del raggio r del tubo.

Si definiscono **liquidi newtoniani** se seguono la legge di Poiseuille

Esercizio

Il raggio dell'aorta negli uomini e' circa 1 cm e l'efflusso cardiaco e' di circa $5*10^{-3}$ m^3 di sangue al minuto.
Quale e' la **velocita' media di flusso** nell'aorta?

Portata = v_m* A

$A = \pi r^2 = \pi (10^{-2})^2 m^2$

Portata = $5*10^{-3}$ m^3 /minuto = $5*10^{-3}$ /60 m^3/s

v_m = portata/A = $(5*10^{-3} /60)*(\pi 10^{-4})$ = 0.265 m/s = 26.5 cm/s

Coefficiente di viscosita’

Il coefficiente di viscosita’ varia molto con la temperatura (decresce rapidamente al crescere della temperatura)

Unita’ di misura:

MKS Pa s (Pascal * secondo)

CGS barie * s = poise (simbolo: P)

Poiche’ 1 Pa = 10 barie e’ anche 1 Pa*s = 10 P

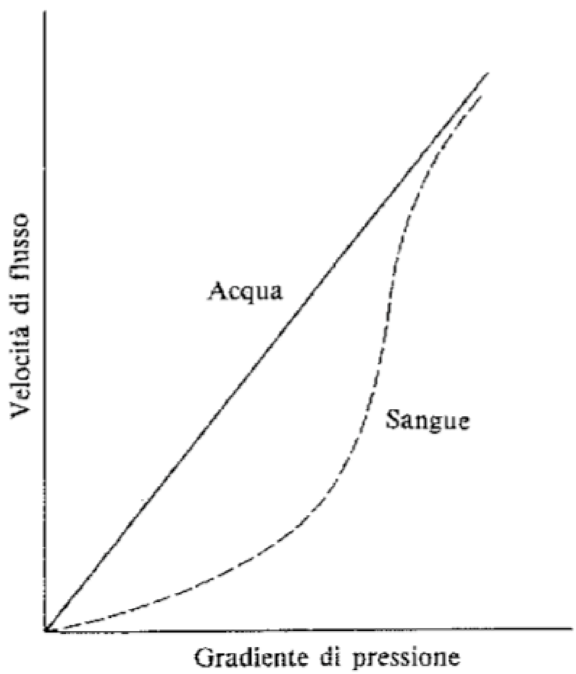
Molto usato il centesimo di poise = cP

Sostanza	Coeff. di Viscosità
H_2O (20 °C)	1.0×10^{-2} Poise
glicerina (20 °C)	1.0 Poise
vetro (20 °C)	10^8 Poise

Il sangue

Il **sangue non e' un liquido newtoniano** perche' la portata in funzione del gradiente di pressione **non** e' lineare.

Se la differenza di pressione fra due estremita' raddoppia, la portata e quindi la velocita' puo' anche triplicare o quadruplicare.



La viscosita' del sangue diminuisce con l'aumento delle forze di taglio.
Infatti nel sangue sono presenti particelle in sospensione allungate a forma di bastoncini.
Forze di taglio allineano le particelle parallelamente alla direzione del moto e la viscosita' diminuisce.

Legge di Stokes

Viscosita' del fluidi crea una forza contraria al moto su un oggetto in moto nel fluidi (attrito).
Consideriamo una piccola sfera di raggio r e densita' ρ che si muove con velocita' v in un fluido di densita' ρ_0.
La forza dovuta alla viscosita' e':

$F = 6 \pi r \eta v$ Legge di Stokes

Se una sferetta cade per effetto della gravita' le forze presenti sono:

Forza di Stokes (opposta al moto): $6 \pi r \eta v$

Forza peso (nel verso del moto): $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$

Spinta di Archimede (opposta al moto): $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 g$

L'equazione del moto e':

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 g - 6\pi r \eta v = ma$$

Si raggiunge la velocita' di regime costante quando l'accelerazione a=0

$$v = \frac{2r^2(\rho - \rho_0)g}{9\eta}$$

Velocita' di sedimentazione
Dipende dalla forma e dimensioni del corpuscolo e della densita' della sostanza che lo costituisce.
Se in un liquido ci sono molti corpuscoli di natura, forma e dimensione diverse ognuno avra' una diversa velocita' di sedimentazione.
Il sistema puo' essere frazionato asportando dal fondo i sedimenti che via via si raccolgono.

Sedimentazione dei globuli rossi.
Si raccolgono sul fondo di una provetta gli eritrociti o globuli rossi che si separano per gravita' dal plasma. La misurazione della **velocita' di eritrosedimentazione** (**v.e.s.**) e' importante per determinare alcuni stati patologoci.

Esercizio
Un globulo rosso e' approssimato ad una sferetta di diametro $4*10^{-4}$ cm e densita' 1.3 g/cm^3.
(a) Si calcoli velocita' di sedimentazione a 25^0C dei globuli rossi nel plasma (velocita di eritrosedimentazione) sapendo che a tale temperatura il plasma ha densita' 1.03 g/cm^3 e viscosita' 1.65 cP.
(b) Quanto tempo deve trascorrere perche' le particelle sedimentino di 5 cm?

$$v = \frac{2r^2(\rho - \rho_0)g}{9\eta}$$

r = $2*10^{-4}$ cm
v = $1.425 *10^{-4}$ cm/s
t = h/v = $5/1.425 *10^{-4}$ s = 9.7 ore

Numero di Reynolds

Turbolenza

Quando un fluido viscoso è in moto con una certa velocità può accadere che i vari strati di fluido non scorrano più l'uno sull'altro, ma si mescolino creando dei vortici.

Si parla allora di **flusso turbolento**

Per capire se il flusso di un fluido in un condotto di raggio R avviene o no in regime turbolento si può utilizzare il numero di Reynolds

$$N_R = \frac{2\rho\bar{v}R}{\eta}$$

$N_R < 1000$ → flusso laminare

$1000 < N_R < 3000$ → flusso instabile

$N_R > 3000$ → flusso turbolento

Esempio: flusso in un'arteria

Arteria di raggio $R = 2$ mm

Velocità media del sangue = 10 cm/s

$\Rightarrow$ portata $= \pi R^2 v = 1.25\ cm^3/s$

A 37 ˚C:

densità del sangue = 1.06 g/cm^3 viscosità del sangue = 2.08×10^{-2} P

NR ~ 200 $\Rightarrow$ flusso laminare

Supponiamo di ridurre il raggio a 0.3 mm

Se la portata non varia $\Rightarrow$ Velocità media del sangue = 4.4×10^2 cm/s

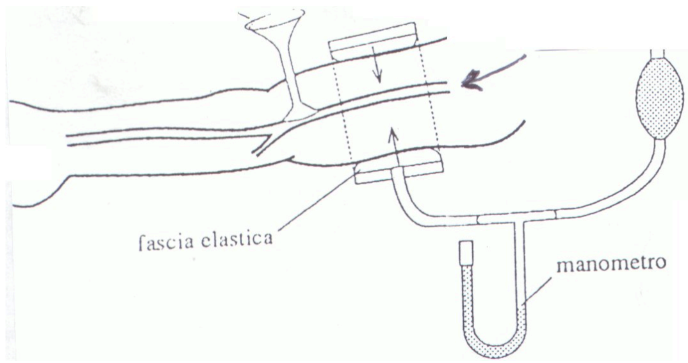
NR ~ 1300 $\Rightarrow$ flusso turbolento

$\Rightarrow$ applicazione: lo sfigmomanometro

Misura della Pressione del Sangue-Sfigmomanometro

La pressione del sangue è la pressione **INTRAMURALE** ovvero la differenza fra la pressione esercitata dal sangue sulle pareti interne del vaso e la pressione esterna al vaso stesso che è la pressione atmosferica.

La pressione arteriosa viene misurata dallo **SFIGMOMANOMETRO** (Materiale non elastico, camera elastica con aria in pressione, pompa aria con valvola, Stetoscopio, Manometro per misurare la pressione nella camera).



Il sistema viene applicato all'articolazione interna dell'avambraccio perché:

- Misure all'avambraccio danno valori molto vicini a quelli del cuore perché sono alla stessa altezza e perché nelle grandi arterie la perdita di Energia e quindi di Pressione per attrito interno è modesta.
- Nell'articolazione interna dell'avambraccio scorre superficialmente l'arteria che può facilmente essere auscultata con lo Stetoscopio.
-

Si pompa aria ad una pressione **P > Pressione Sistolica** in modo da bloccare il trasporto di sangue nella arteria sottostante. Arresto pulsazioni rilevato dallo Stetoscopio.
Agendo sulla valvola si diminuisce lentamente la pressione e con lo stetoscopio si rileva la ripresa del rumore pulsato dovuto alla successiva apertura e chiusura della arteria
(P < Psistolica.-- **Pressione Massima**)

Con il diminuire della pressione le pulsazioni allo Stetoscopio cessano di nuovo quando nella fascia la pressione P < **Pressione Distolica** (**Pressione Minima**). In questa situazione **l'arteria è sempre completamente aperta , il flusso è laminare e quindi silenzioso.**
La misura ha una precisione di qualche millimetro di mercurio