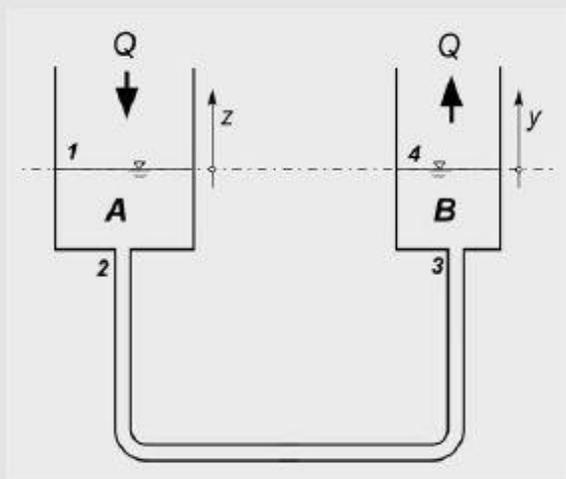


Esercizio 6. Nel sistema illustrato in figura, la condotta che collega i serbatoi A e B è lunga $L=100$ m ed è a sezione circolare con diametro interno $d=0.20$ m. I serbatoi A e B sono cilindrici con sezione orizzontale $\Omega_A=0.3$ m² e $\Omega_B=0.5$ m², rispettivamente. Per $t < 0$ (t è il tempo) il sistema è in quiete con le superfici libere nei due serbatoi alla stessa quota, che può essere assunta come quota di riferimento.

A partire dall'istante $t=0$ viene immessa nel serbatoio A la portata $Q=0.1$ m³/s e la stessa portata viene sottratta dal serbatoio B.

Si valuti, preliminarmente, il legame tra i livelli z nel serbatoio A e y nel serbatoio B. Successivamente, assumendo, per ipotesi, trascurabili le dissipazioni di energia e i termini cinetici, si ricavi, a partire dall'equazione differenziale che esprime la conservazione dell'energia per una corrente unidimensionale, la soluzione generale che descrive l'andamento nel tempo dei livelli z e y . Si valuti inoltre il periodo T dell'oscillazione e l'andamento nel tempo delle velocità nella condotta.

N.B. Nel derivare la soluzione generale vanno evidenziate e giustificate le ipotesi semplificative introdotte.



Esercizio 12. Nel circuito chiuso illustrato in figura la condotta è lunga $L=22$ m ed è a sezione circolare con diametro interno $d=0.04$ m. I serbatoi A e B sono cilindrici con sezione orizzontale $\Omega_A=\Omega_B=0.02$ m². Il riferimento per le quote corrisponde al livello che si stabilisce nei due serbatoi quando il sistema è in quiete.

Per $t < 0$ (t è il tempo) il sistema è in condizioni di moto stazionario e la pompa P è in grado di far scorrere nel circuito una portata $Q_p=0.001$ m³/s. Valutato, preliminarmente, il legame tra i livelli z nel serbatoio B e y nel serbatoio A si valutino, in queste condizioni di moto stazionario, i livelli che si stabiliscono nei due serbatoi assumendo, per la valutazione delle dissipazioni di energia continue, un valore costante della funzione di resistenza nella formula di Darcy-Weisbach, $f=0.02$.

All'istante $t=0$ la pompa viene spenta (interrompendo istantaneamente il flusso lungo il breve tratto tra i nodi 2 e 1, di lunghezza trascurabile).

Assumendo trascurabili le dissipazioni di energia localizzate, i termini cinetici e la lunghezza dei brevi tratti di condotta che collegano i serbatoi al circuito, si ricavi, a partire dall'equazione differenziale che esprime la conservazione dell'energia per una corrente unidimensionale, la soluzione generale che descrive l'andamento nel tempo dei livelli z e y utilizzando, per linearizzare le dissipazioni continue di energia, una velocità caratteristica v_M corrispondente alla velocità di moto permanente. Si rappresenti graficamente la soluzione dopo aver calcolato i livelli z e y in alcuni istanti caratteristici. Si valuti infine il periodo T dell'oscillazione e l'andamento nel tempo delle velocità nella condotta.

N.B. Nel derivare la soluzione generale vanno evidenziate e giustificate le ipotesi semplificative introdotte. Si ricorda che, data l'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti

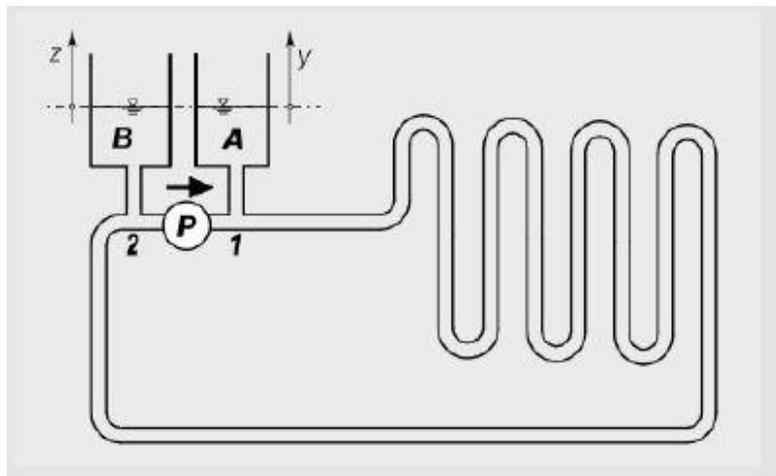
$$\frac{d^2 z}{dt^2} + 2\psi \frac{dz}{dt} + \omega^2 z = \xi \omega^2$$

la soluzione generale, quando è $\psi < \omega$, è del tipo

$$z = e^{-\psi t} [C_1 \sin(\omega_D t) + C_2 \cos(\omega_D t)] + \xi \quad \text{con} \quad \omega_D = \sqrt{\omega^2 - \psi^2}$$

mentre, quando è $\psi > \omega$, è del tipo

$$z = C_1 e^{-(\psi - \omega_D)t} + C_2 e^{-(\psi + \omega_D)t} + \xi \quad \text{con} \quad \omega_D = \sqrt{\psi^2 - \omega^2}$$



Esercizio 15 Nel sistema illustrato in figura, la condotta di mandata è lunga $L=100$ m ed è a sezione circolare con diametro interno $d=0.5$ m. Il pozzo piezometrico inserito a protezione della condotta è cilindrico con una sezione orizzontale $\Omega_A=3.0$ m². Il serbatoio B è anch'esso cilindrico, caratterizzato da una superficie orizzontale di area $\Omega_B=30.0$ m². Per la valutazione delle dissipazioni di energia continue lungo la condotta si può assumere un valore della funzione di resistenza nella formula di Darcy-Weisbach, $f=0.02$.

Inizialmente ($t<0$), il sistema è in quiete, la pompa P è spenta (ed è impedito il flusso attraverso la pompa stessa) e la saracinesca S è completamente chiusa.

All'istante $t=0$ la pompa P viene accesa e comincia, istantaneamente, a sollevare una portata costante pari a $Q_p=0.5$ m³/s, mentre la saracinesca S rimane sempre chiusa.

Assumendo trascurabili le dissipazioni di energia localizzate si ricavi, a partire dall'equazione differenziale che esprime la conservazione dell'energia per una corrente unidimensionale, la soluzione generale che descrive l'andamento nel tempo della velocità in condotta utilizzando, per linearizzare le dissipazioni continue di energia, una velocità caratteristica $v_M=2.0$ m/s. Si rappresenti quindi graficamente la soluzione.

