

Esercizi di Geometria
Ingegneria Industriale e Navale
2021/2022
quinto foglio

October 21, 2021

1. Si considerino i seguenti vettori di \mathbb{R}^3 :

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Si dica se v_1, v_2, v_3, v_4 sono un insieme di generatori di \mathbb{R}^3 .
- (b) Si verifichi che v_1 e v_2 sono linearmente indipendenti.
- (c) Usando l'algoritmo di estrazione si trovi una base di $\text{Span}(v_1, v_2, v_3, v_4)$.
- (d) Si estenda l'insieme $\{v_1, v_2\}$ a una base di \mathbb{R}^3 .
- (e) Si verifichi che v_3 e v_4 sono linearmente indipendenti.
- (f) Si estenda l'insieme $\{v_3, v_4\}$ a una base di \mathbb{R}^3 .
- (g) Siano

$$W := \text{Span}(v_1, v_2), \quad U := \text{Span}(v_3, v_4).$$

Usando la formula di Grassmann, si determini

$$\dim W \cap U.$$

2. Al variare del parametro $t \in \mathbb{R}$, si considerino i vettori di \mathbb{R}^3 :

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_t = \begin{pmatrix} t \\ t^3 \\ t \end{pmatrix}.$$

Si determinino i valori di t per cui u e v_t risultano linearmente indipendenti.