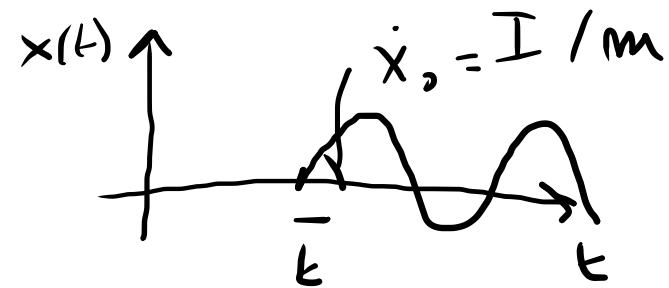


... INTEGRALE DI DUHAMEL

11/11/2021



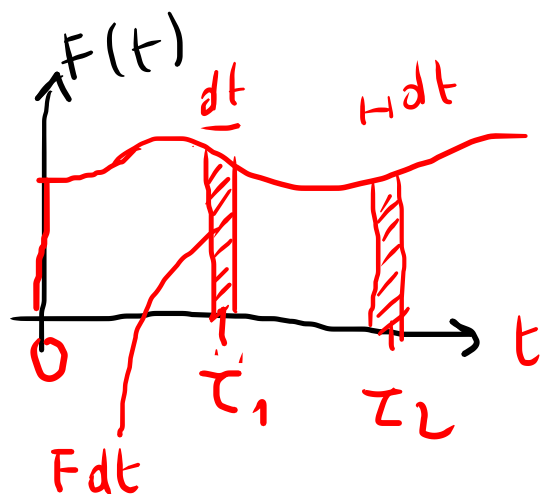
$$x(t) = e^{-\gamma \omega (t - \bar{t})} \left[B_1 \cos \omega_0 (t - \bar{t}) + B_2 \sin \omega_0 (t - \bar{t}) \right] \rightarrow \dot{x}(t) =$$

Le condiz. iniziali dell'oscill. al $\bar{t}$ sono:

$$\begin{cases} x(\bar{t}) = 0 \\ \dot{x}(\bar{t}) = I/m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B_1 = 0 \\ B_2 = \frac{I}{m \omega_0} \end{cases} \rightarrow x(t) = \frac{I}{m \omega_0} e^{-\gamma \omega (t - \bar{t})} \sin \omega_0 (t - \bar{t}) \quad (t \geq \bar{t})$$

FUNZIONE DI RISPOSTA AD UN IMPULSO UNITARIO: $h(t - \bar{t}) = \frac{1}{m \omega_0} e^{-\gamma \omega (t - \bar{t})} \sin \omega_0 (t - \bar{t})$

$$x(t) = \begin{cases} 0, & t < \bar{t} \\ I h(t - \bar{t}), & t \geq \bar{t} \end{cases}$$



$$x(t) = \int_0^t \underbrace{F d\tau}_{I(\tau)} h(t - \tau) = \int_0^t F(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

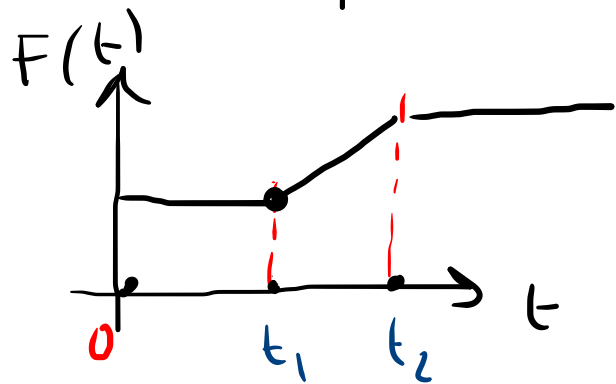
$$x(t) = \int_0^t F(\tau) \frac{1}{m \omega_0} e^{-\gamma \omega (t - \tau)} \sin \omega_0 (t - \tau) d\tau$$

INT. DUHAMEL

- Se $F(\tau) = -F \sin \bar{\omega} \tau$ allora ottengo $x(t)$ dell'oscillatore con forzante sinusoidale.

- Se $v = 0$, $x(t) = \frac{1}{m\omega} \int_0^t F(\tau) \sin \omega(t-\tau) d\tau$

- L'integrale si risolve in forme chiuse per $F(\tau)$ con espressione analitica "semplice"



Studio $x(t)$ e $\dot{x}(t)$ per $0 \leq t \leq t_1$

A $t=t_1$ studio un nuovo oscillatore con condiz. iniziali

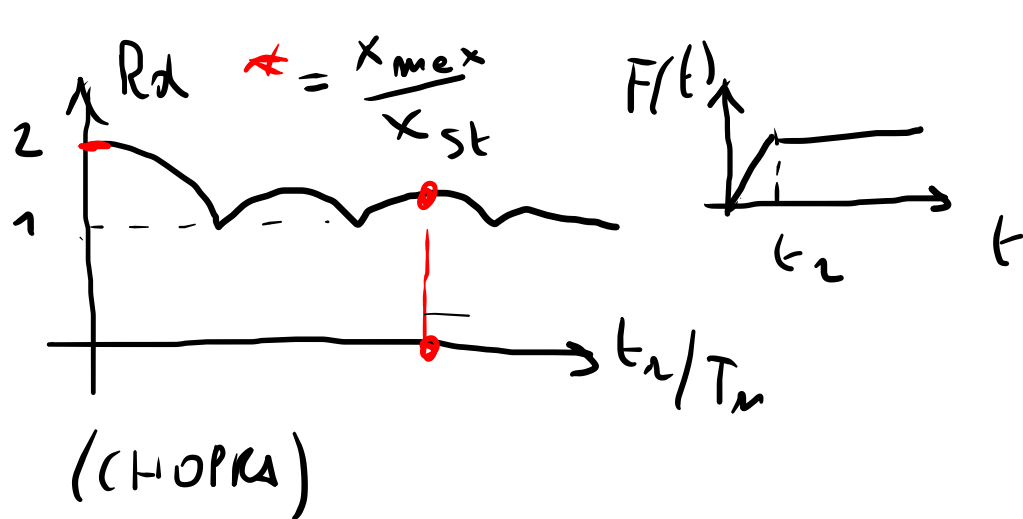
$x(t_1)$ e $\dot{x}(t_1)$

A $t=t_2$ " " " " " " " "

$x(t_2)$ e $\dot{x}(t_2)$

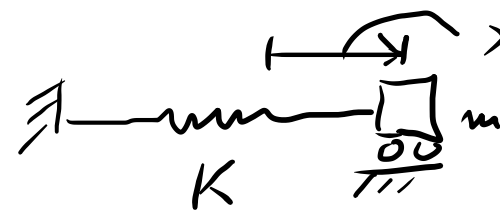
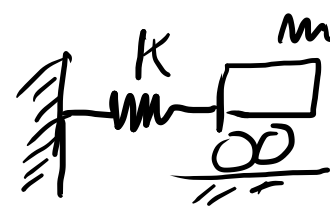
SPETTRI ELASTICI

GRAFICI CHE RIPORTANO I "MASSIMI" EFFETTI INDOTTI DA UNA CERTA FORZANTE IN UN OSCILLATORE. GLI EFFETTI POSSONO ESSERE: SPOSTAMENTO, VELOCITA', ACCELERAZIONE



*: SPETTRO IN TERMINI
DI SPOSTAMENTO

GLI SPETTRI FORNISCONO IMPORTANTI
INFORM PER LA PROGETTAZIONE
DELL'OSCILLATORE.



utile per progettare
la molle in
regime elastico.

$$x_{mex} = R_d x_{st}$$

$$F_{mex} = K x_{mex} = K R_d x_{st}$$

$$F_{mex} = K x_{mex}$$

$= R_d F_{st} \Rightarrow R_d$: amplificatore delle Forze applicate
staticamente al sistema.

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

$$\dot{x}(t) = A \omega \cos(\omega t + \phi)$$

$$\ddot{x}(t) = -A \omega^2 \sin(\omega t + \phi)$$

$$\max(x(t)) = A$$

$$\leadsto R_d = S_d \quad S_v$$

$$\max(\dot{x}(t)) = A \omega$$

$$\leadsto R_d \omega = \text{SPETRO 'VELOCITA'}$$

$$\max(\ddot{x}(t)) = A \omega^2$$

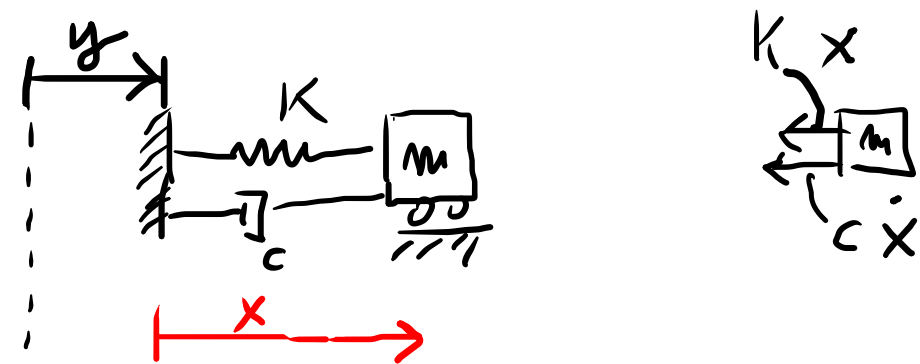
$$\leadsto R_d \omega^2 = \text{SPETRO ACCELERAZ}$$

S_a

Se ho S_e allora la MAX FORZA NEL SISTEMA, AI FINI PROFETTUALI:

$$F_{max} = (m \ddot{x}) = m S_a$$

MOTO IMPRESSO ALLA BASE



RIF. ASSOLUTO

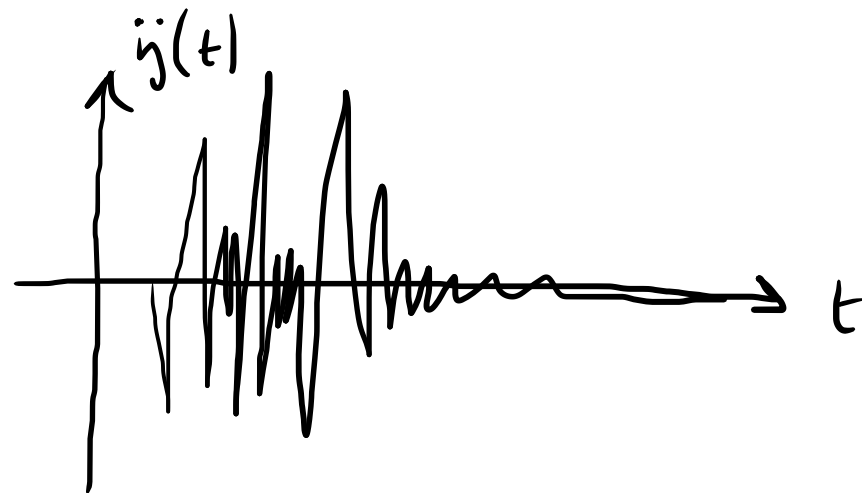
EQ. DINAMICA:

$$m(\ddot{y} + \ddot{x}) = -Kx - c\dot{x}$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = -m\ddot{y}(t)$$

$\ddot{y}(t)$: ACCELERAZ. DELLA FONDAZIONE

↳ ACCELEROGRAMMA



ASSEGNATO $\ddot{y}(t) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ DETERMINAZ. DEGLI
SPETTRI ELASTICI.