

Geometria 3 – Topologia

Foglio di esercizi 4

Anno accademico 2021-2022

11/11/2021

- 1) Sia (X, d) uno spazio metrico. Dimostrare che la distanza $d: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ è continua.
- 2) Dimostrare l'unicità del limite di successioni in spazi di Hausdorff.
- 3) Dimostrare che uno spazio è T_1 se e solo se tutti i suoi sottoinsiemi finiti sono chiusi.
- 4) Dimostrare che in uno spazio di Hausdorff i sottospazi finiti sono discreti.
- 5) Dimostrare che $[a, b[$ è chiuso nella retta di Sorgenfrey R_l , per ogni $a < b$.
- 6) Dimostrare che se $f: X \rightarrow Y$ è aperta, allora $f \times f: X \times X \rightarrow Y \times Y$ è aperta.
- 7) Sia \sim una relazione d'equivalenza su uno spazio topologico X . Supponiamo che la mappa quoziente $\pi: X \rightarrow X/\sim$ sia aperta. Dimostrare che X/\sim è di Hausdorff se e solo se \sim è una *relazione chiusa*, cioè $\{(x, y) \in X \times X \mid x \sim y\}$ è chiuso in $X \times X$.
- 8) Siano X e Y di Hausdorff. Dimostrare che $X \times Y$ è di Hausdorff.
- 9) Sia X uno spazio T_3 e sia $A \subset X$ un chiuso. Dimostrare che A è intersezione di tutti gli aperti che lo contengono.