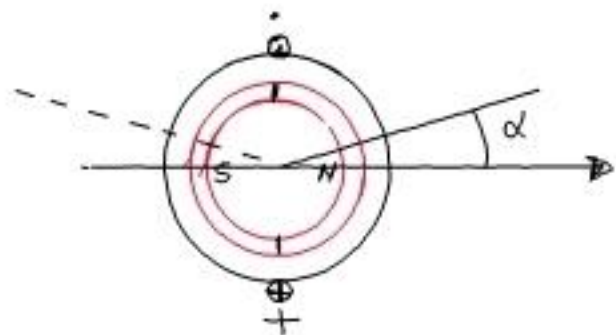


CAMPI DI INDUZIONE IN UN MOTORE BRUSHLESS DC

coordinata angolare (α) è la posizione in cui si analizza il campo



coordin. angol. (θ) la posizione dell'asse dei magneti (posizione del rotore)

$f(\alpha)$: distribuzione dei conduttori nella superficie di stator

consideriamo il settore angolare delimitato da due semirette passanti

in α e $(\pi - \alpha)$

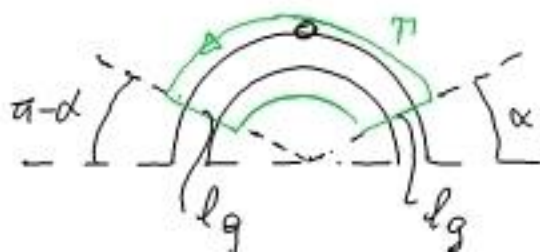
$$F(\alpha) = \int_{\alpha}^{\pi - \alpha} f(\theta) d\theta$$

Sia N il n° di spire.

Si consideri un avvolgim. concentrato disposto come in figura avente N spire. La corrente che circola nell'avvolgimento sia I

Per come è posizionato l'avvolgimento il suo asse è posto in $\alpha = 0$

Calcolo del campo magnetico (induzione) prodotta da una corrente I che circola nell'avvolgim. di stator. Traccio le linee Γ



percorso la linea Γ in senso antiorario.

Ipotizzo che la r.d.t. magnetica tratt in "ferro" sia nulla
e quindi ipotizzo la permeab. magnetica molto grande.

Quindi tutte le f. w. m. prodotte dai conduttori cade al traferro.

Scrivo la relazione della concatenazione magnetica lungo la linea Γ

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = i_c \quad i_c \text{ è la corrente concatenata con } \Gamma$$

Gli unici contributi $\neq 0$ al primo membro sono quelli relativi
ai tratti del traferro (l_g). Per la simmetria della linea Γ
nei due tratti al traferro H_g è uguale e contrario

Il primo membro della concatenazione è allora

$$H_g l_g + H_g l_g = NI \quad \text{e } 2H_g l_g = NI \quad H_g = \frac{NI}{2l_g}$$

$$B_g = \mu_0 H_g = \mu_0 \frac{NI}{2l_g}$$

Se in questo ragionamento si volesse considerare anche la
presenza del materiale dei magneti allora la concatenazione

$$\text{diventa } 2(H_g l_g + H_{am} l_m) = NI$$

[H_{am} è il campo prodotto
dall'avvolgimento nella zona del magnete]

$$H_g = \frac{B_g}{\mu_0} \quad ; \quad H_{em} = \frac{B_{em}}{\mu_0 \mu_{r,em}}$$

sostituisco H_g e H_{em} nella
relazione di prop. prec. e ho:

$$2 \left(\frac{B_g}{\mu_0} l_g + \frac{B_{em}}{\mu_0 \mu_{r,em}} l_m \right) = NI$$

$B_g \approx B_{em}$ raccolto anche μ_0 :

$$2 \frac{B_g}{\mu_0} \left(l_g + \frac{l_m}{\mu_{r,em}} \right) = NI$$

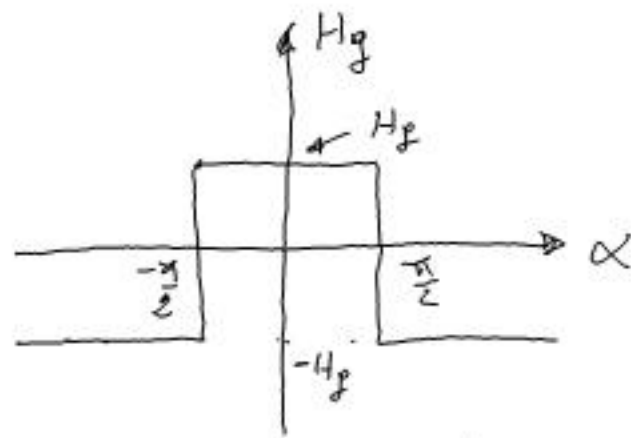
$$B_g \approx B_{em}$$

questo si può pensare che
la sezione di attraversamento
del flusso sia uguale per
il traferro e per il tratto in
materiale ferromagnetico posto
nel rotore

$$2 H_g \left(l_g + \frac{l_m}{\mu_{r,em}} \right) = NI$$

si osserva che il valore di H_g in queste condizioni (di avvolgimento
concentrato) è indipendente dall'angolo α che caratterizza la
linea di circuitazione T per cui il campo al traferro è
costante in valore assoluto con ~~segno~~ ^{segno} positivo nel tratto $-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}$
(campo diretto da rotore a statore) e segno negativo $\frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{3\pi}{2}$
(campo diretto da statore a rotore)

Graficamente



Il flusso dell'induzione al traferro ^{che attraversa il traferro stesso} è uguale e $\Phi_g = B_g \cdot S_g$ dove S_g è la superficie media di un semicilindro ~~con~~ avente per raggio \textcircled{r} il raggio medio della ~~la~~ bobina al traferro e lungo quanto il ~~la~~ bobina (l)

quindi $S_g = \pi r \cdot l$

$$\Phi_g = B_g \cdot \pi \cdot r \cdot l = \mu_0 H_g \pi \cdot r \cdot l$$

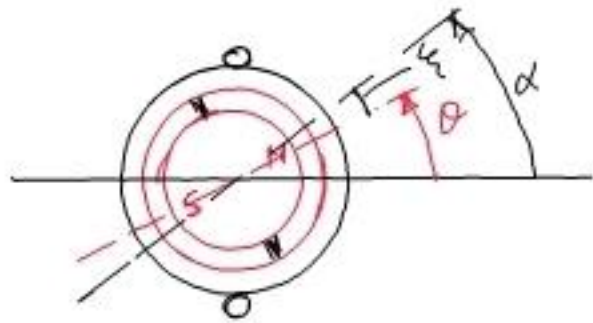
dove ad H_g si sostituiscono un'alternativa:

$$H_g = \frac{NI}{2l_g}$$

$$H_g = \frac{NI}{2 \left(l_g + \frac{l_m}{\mu_{r,m}} \right)}$$

Il flusso concatenato $\lambda_g = N \Phi_g = N \mu_0 H_g \pi r \cdot l$ con l'avvolgimento.

Si consideri ora la presenza del magnete e se ne valutino gli effetti (l'avvolgimento è presente ma non percorso da corrente)

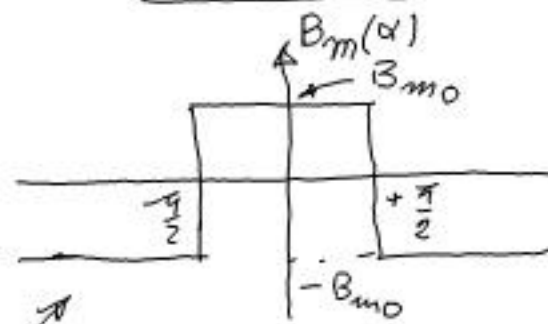


Relazione tra angoli

$$\alpha = \theta + \xi \Rightarrow \xi = \alpha - \theta$$

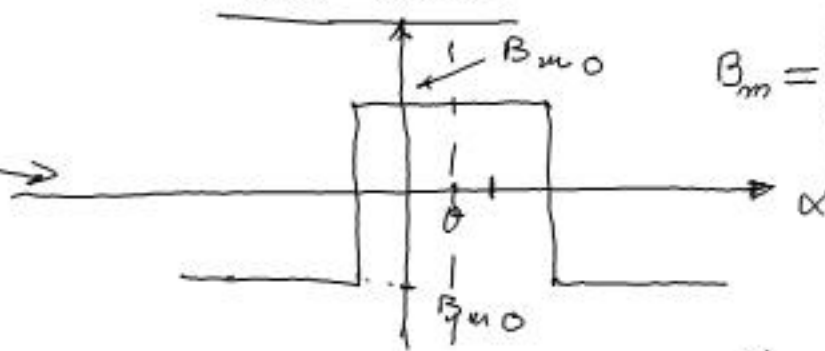
CAMPO DI INDUZIONE
AL TRAFERRO PRODOTTO
DAL MAGNETE

PER $\theta = 0$



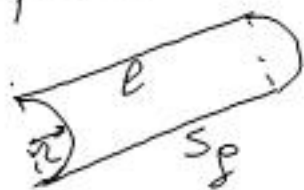
$$B_m(\alpha) = \begin{cases} B_{m0} & -\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2} \\ -B_{m0} & \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

PER $\theta > 0$



$$B_m = \begin{cases} B_{m0} & -\frac{\pi}{2} + \theta < \alpha < \frac{\pi}{2} + \theta \\ -B_{m0} & \frac{\pi}{2} + \theta < \alpha < \frac{3\pi}{2} + \theta \end{cases}$$

Determiniamo il flusso Φ_m di B_m attraverso una regione S_f il cui contorno è delimitato dall'avvolgimento concentrato e che avvolge il traferro



per $\theta = 0$

$$\Phi_m|_{\theta=0} = B_{m0} \cdot \pi \cdot R \cdot l$$

per $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$\Phi_m|_{\theta=\frac{\pi}{2}} = 0$$

per $\theta = -\frac{\pi}{2}$ $\Phi_m|_{\theta=-\frac{\pi}{2}} = -$

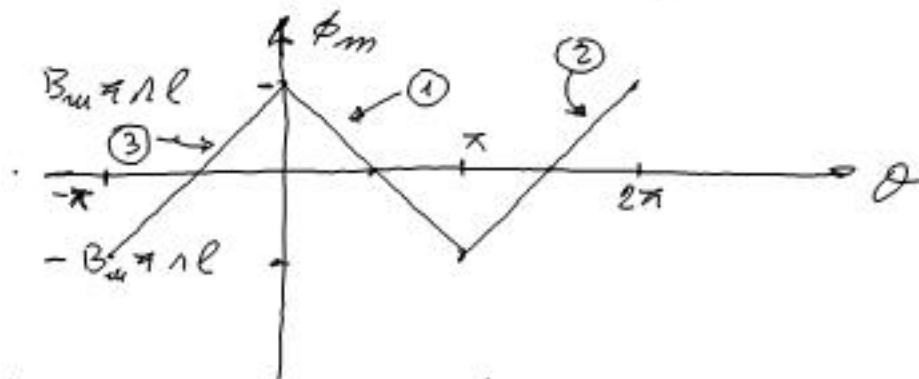
Per θ intermedio

$$\textcircled{1} \quad \phi_m(\theta) = B_{m0} r \cdot l (\pi - 2\theta)$$

$$-0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} \cup \frac{\pi}{2} \leq \theta < \pi$$

$$\textcircled{2} \quad \phi_m(\theta) = B_{m0} r l (2\theta - 3\pi)$$

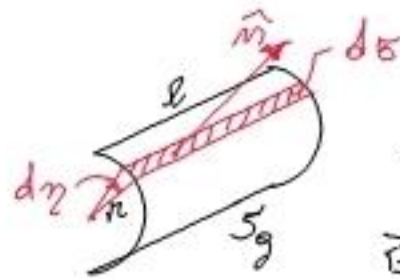
$$\pi \leq \theta < 2\pi$$



$$\textcircled{3} \quad \phi_m(\theta) = B_{m0} r l (\pi + 2\theta) \quad \text{traslazione di un angolo } 2\pi \text{ verso destra: } \theta' = \theta - 2\pi$$

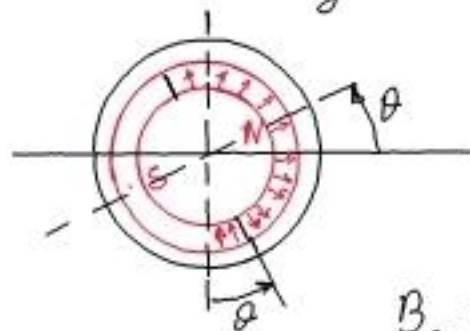
Derivazione di $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$:

$$\phi_m = \int_{S_g} \bar{B}_m \cdot d\bar{s}$$



$$d\bar{s} = dS \cdot \hat{n} = r d\eta \cdot l \cdot \hat{n}$$

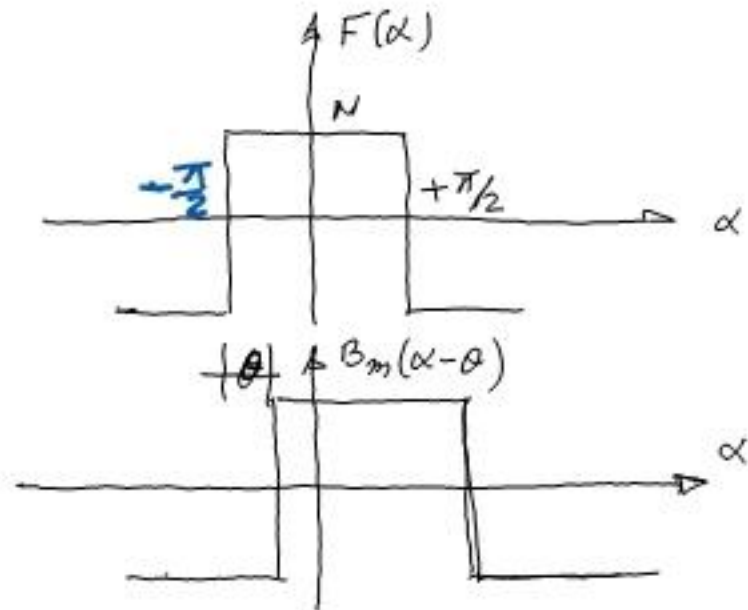
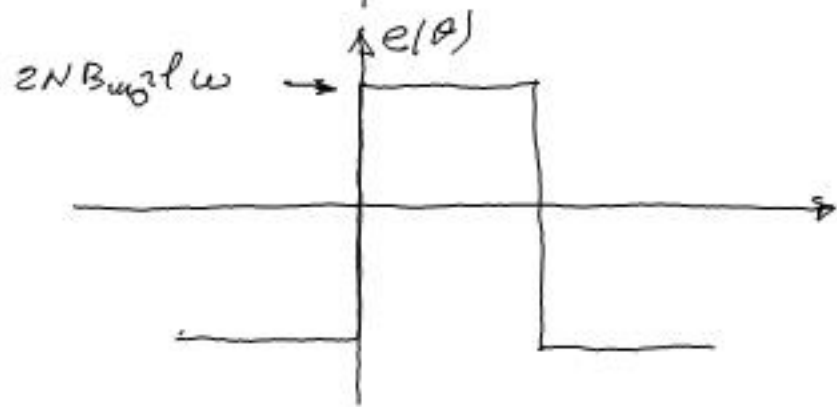
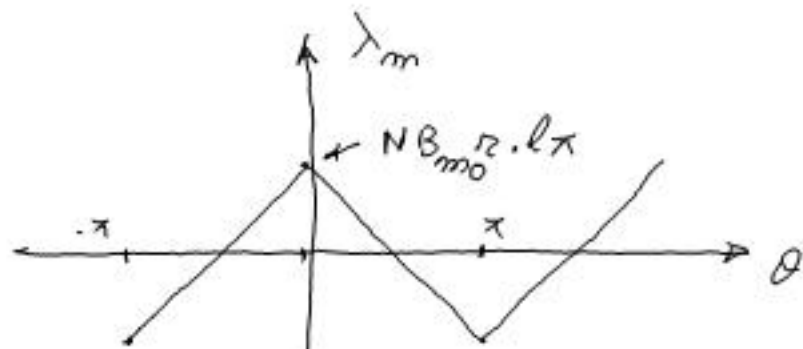
\bar{B}_m è radiale \Rightarrow stessa direzione di \hat{n}



$$\phi_m = B_{m0} r \cdot l \left[\int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2} + \theta} d\eta + \int_{-\frac{\pi}{2} + \theta}^{\frac{\pi}{2}} d\eta \right] = B_{m0} r \cdot l \left[-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - \theta + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - \theta \right]$$

$$= B_{m0} r l (\pi - 2\theta)$$

$$B_m = \begin{cases} -B_{m0} & -\frac{\pi}{2} < \eta < -\frac{\pi}{2} + \theta \\ +B_{m0} & -\frac{\pi}{2} + \theta < \eta < +\frac{\pi}{2} \end{cases}$$



$$\lambda_m = N \phi_m = N B_{m0} r l (\pi - 2\theta) \quad 0 < \theta < \pi$$

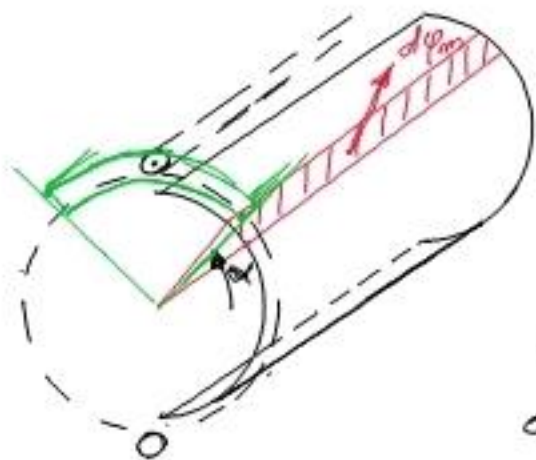
$$\lambda_m = N \phi_m = N B_{m0} r l (\pi + 2\theta) \quad -\pi < \theta < 0$$

$$e = -\frac{d\lambda_m}{dt} = \begin{cases} 2NB_{m0} r l \omega & 0 < \theta < \pi \\ -2NB_{m0} r l \omega & -\pi < \theta < 0 \end{cases}$$

$$e = -\frac{d\lambda_m}{dt} = -\frac{d\lambda_m}{d\theta} \cdot \underbrace{\frac{d\theta}{dt}}_{\omega} \quad \left(\begin{array}{l} \text{funzione} \\ \text{composta} \end{array} \right)$$

Il flusso concatenato λ_m può essere visto come l'integrazione tra il flusso che attraversa il traferro e i conduttori che formano le spire su cui si appoggia la sezione entro la quale vedo e determino il flusso concatenato

Infatti si riprendano i disegni precedenti



$$d\varphi_m(\alpha) = B_m(\alpha) \cdot r \cdot l \cdot d\alpha$$

è il flusso elementare che attraversa la sezione $dS = r \cdot l \cdot d\alpha$

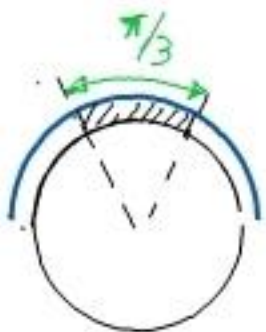
Questo si concatena con tutti i conduttori che si trovano nell'arco (verde)

$\pi - \alpha \leftarrow \rightarrow \alpha$ il numero di questi conduttori è $F(\alpha)$ (vedi definizioni unipolari)

Per cui
$$d\lambda_m(\alpha) = d\varphi_m(\alpha) \cdot F(\alpha)$$

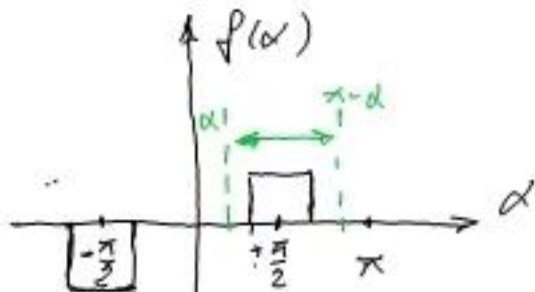
infine
$$\lambda_m = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi_m(\alpha) \cdot F(\alpha)$$

Sostituendo ed integrando si ottengono le formule del paragrafo precedente.

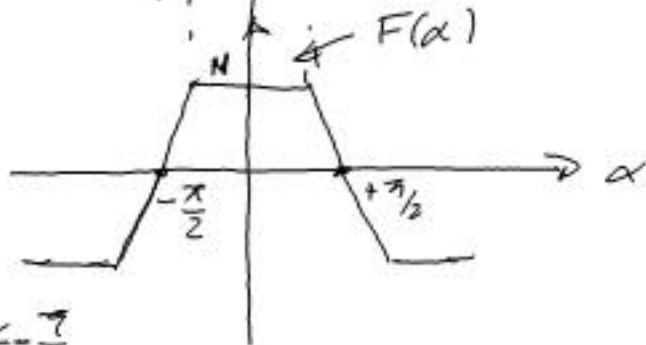


$$f(\alpha) = \frac{N}{\pi/3}$$

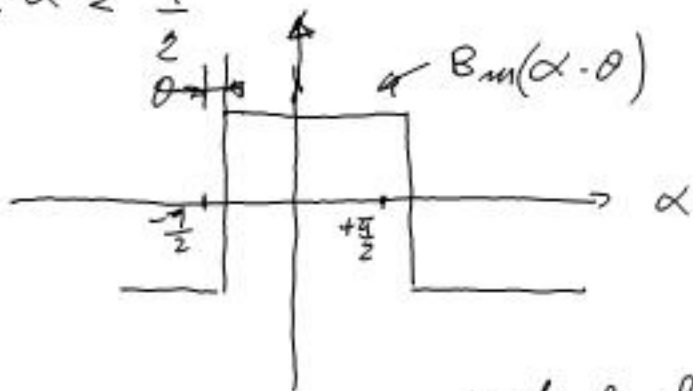
$$+\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} < \alpha < +\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$



$$F(\alpha) = \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} f(\alpha') d\alpha'$$



$$F(\alpha) = \begin{cases} \frac{6N}{\pi} \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) & -\frac{\pi}{2} < \alpha < -\frac{\pi}{3} \\ N & -\frac{\pi}{3} < \alpha < +\frac{\pi}{3} \\ -\frac{6N}{\pi} \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) & \frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

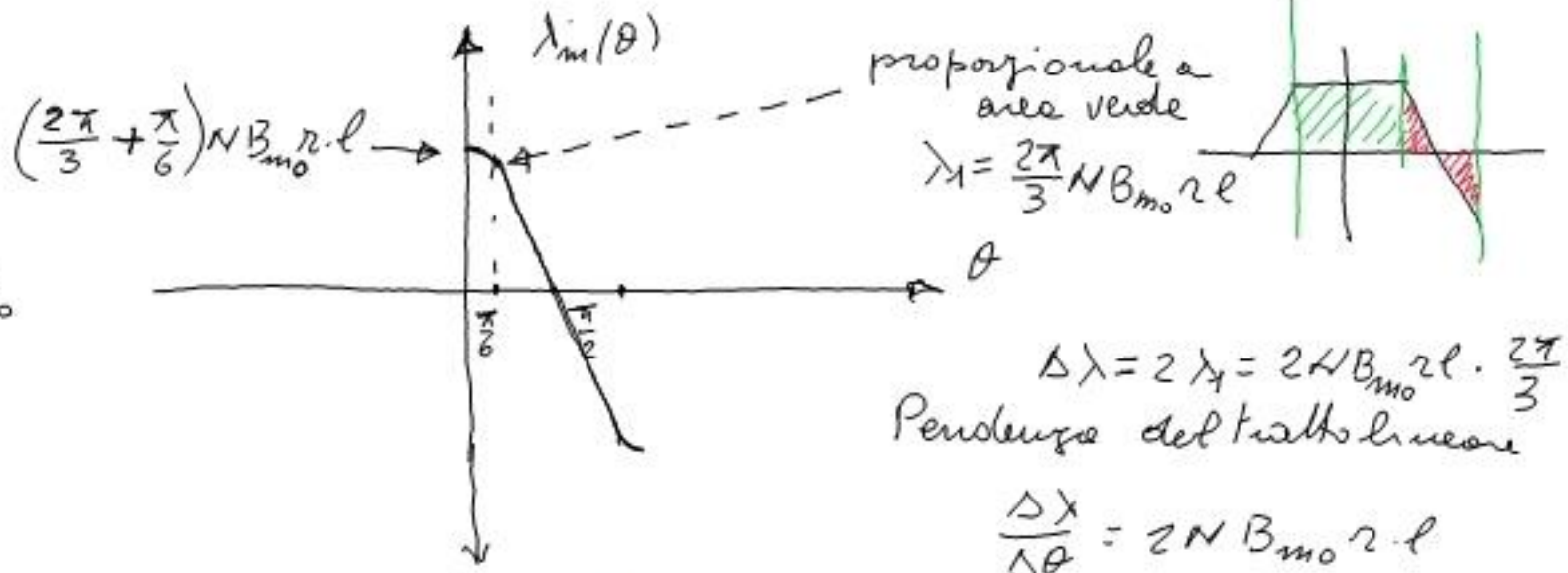


Flusso concatenato $\lambda_m(\theta)$
 prodotto dal magnete
 attraverso l'angolo θ
 distribuito

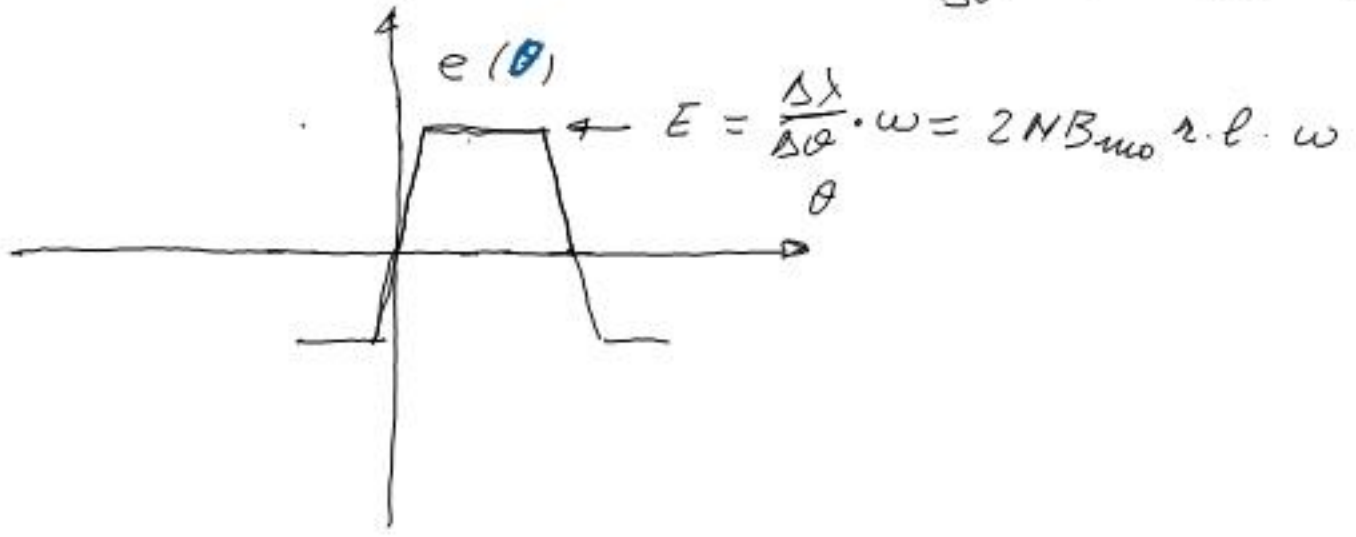
$$\lambda_m(\theta) = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} B_m(\alpha-\theta) r \cdot l F(\alpha) d\alpha$$

Vista la forma di $B_m(\alpha-\theta)$
 questo integrale può essere interpretato
 come quantità proporzionale all'area
 del trapezio $F(\alpha)$ sottesa dall'onda
 rettangolare positiva di B_m

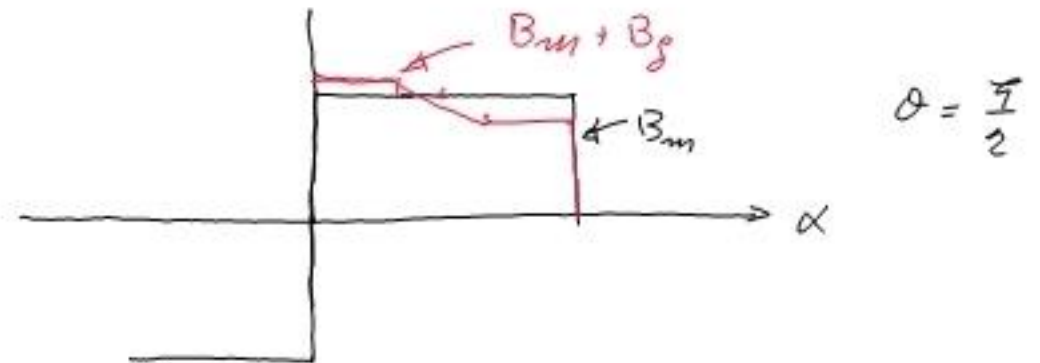
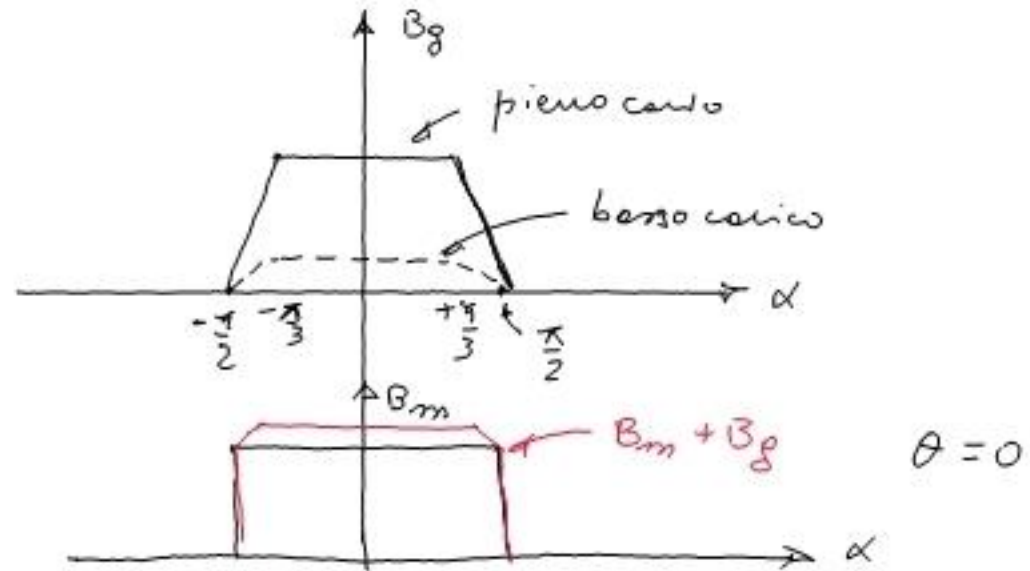
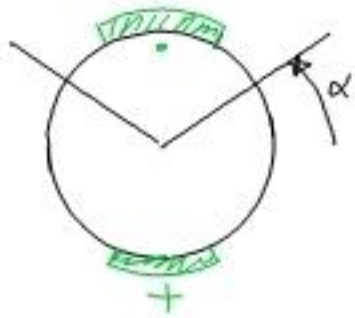
proporzionale all'area del trapezio isoscele di $F(\alpha)$



$$e = - \frac{d\lambda_m}{dt}$$

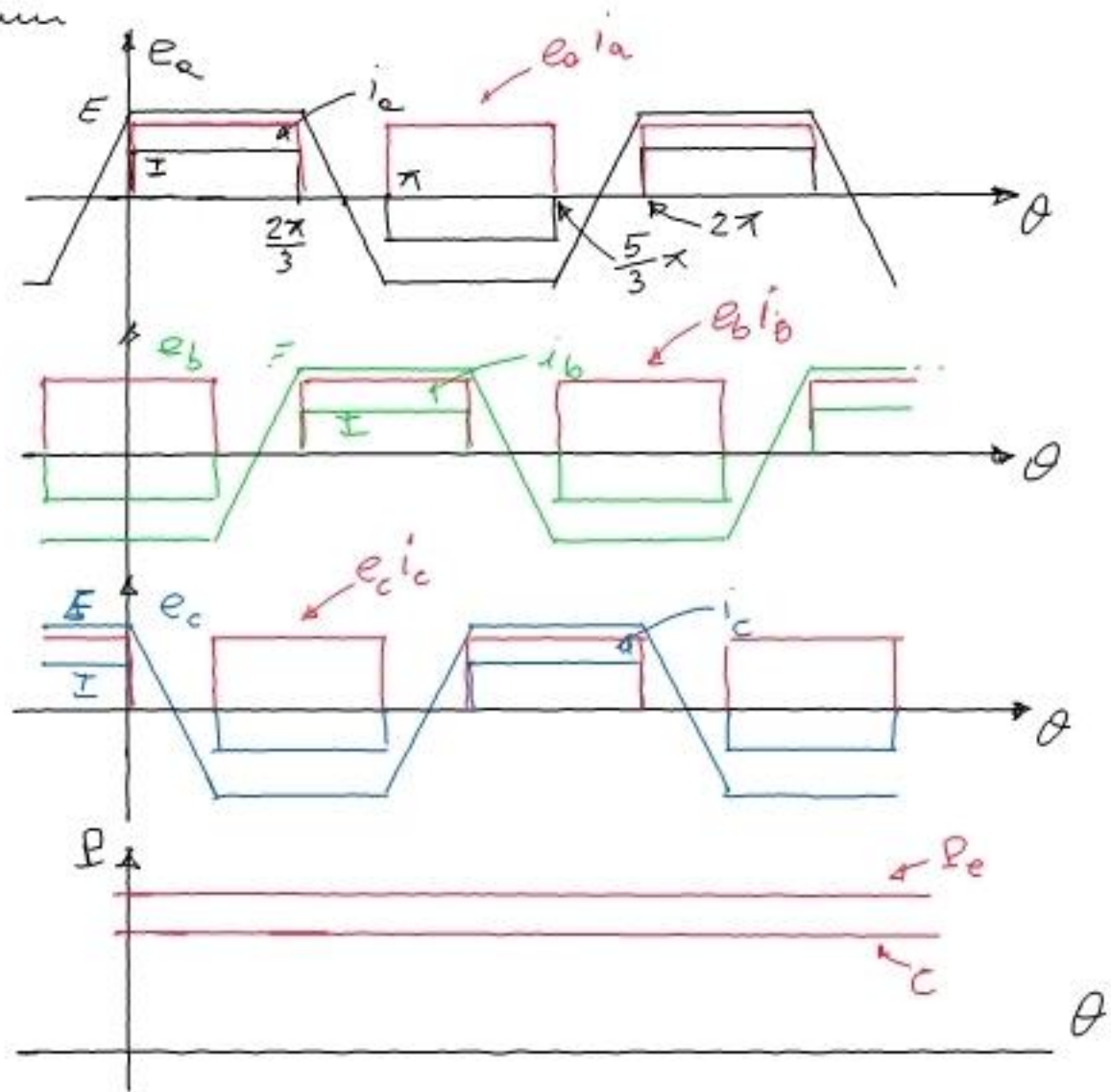
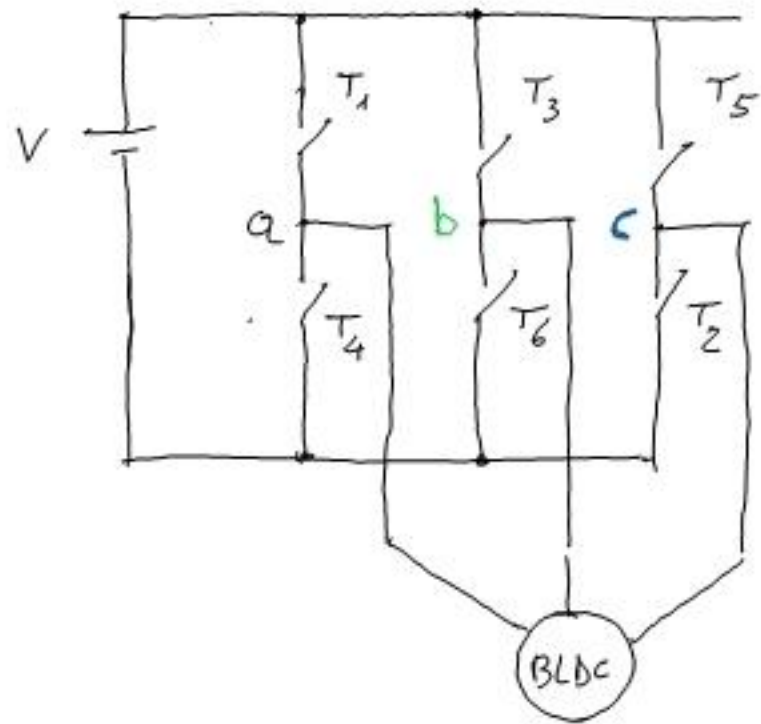


Effetto di una corrente che circola sull'avvolgimento distribuito



ALIMENTAZIONE e CONTROLLO di UN MOTORE BLDC

Si abbia un motore trifase, viene alimentato con un invertitore di tensione a tre rami



Se si vo a calcolare $e_a i_a$
 $e_b i_b$, $e_c i_c$

$$P_e = e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c = 2EI$$

$$C = \frac{P_e}{\Omega_m}$$

Limiti di funzionamento.

essi sono limiti di velocità e di coppia

le curve sono di tipo f_{me} ; collegate con sollecitazioni elettriche, termiche, meccaniche.

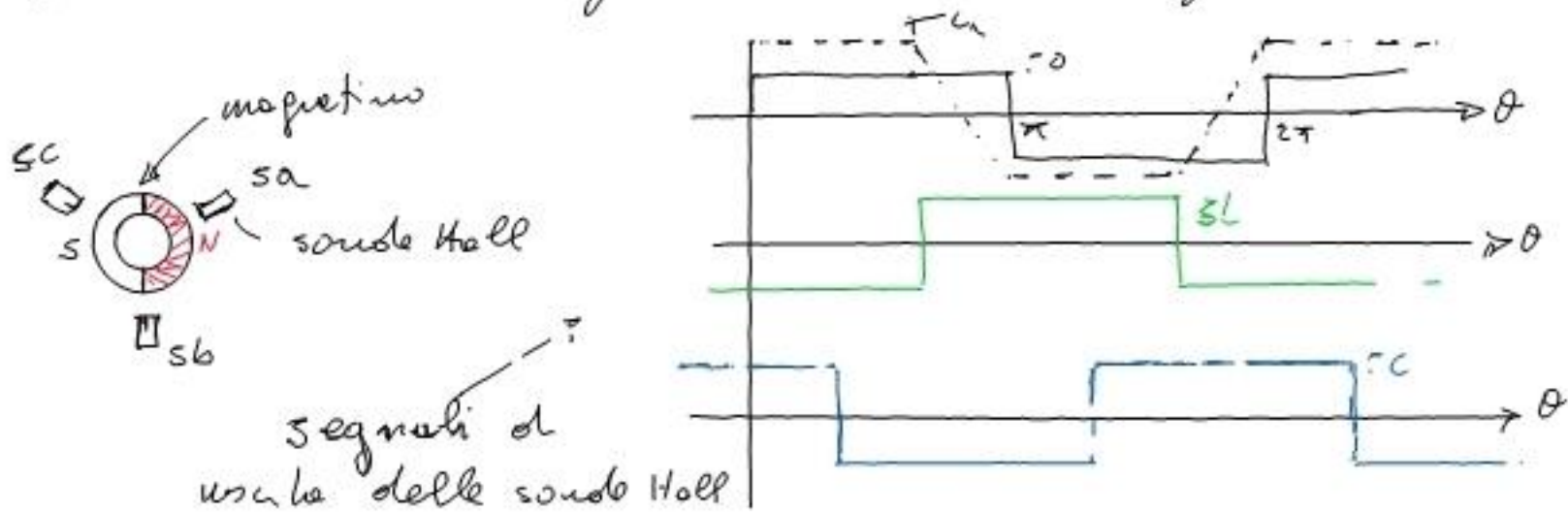
Limiti di corrente prodotta da fenomeni termici impongono un limite di coppia

nel caso di motori che prevedono delle commutazioni di corrente un limite nella corrente è determinato anche dalla massima corrente che si riceve e commutatore

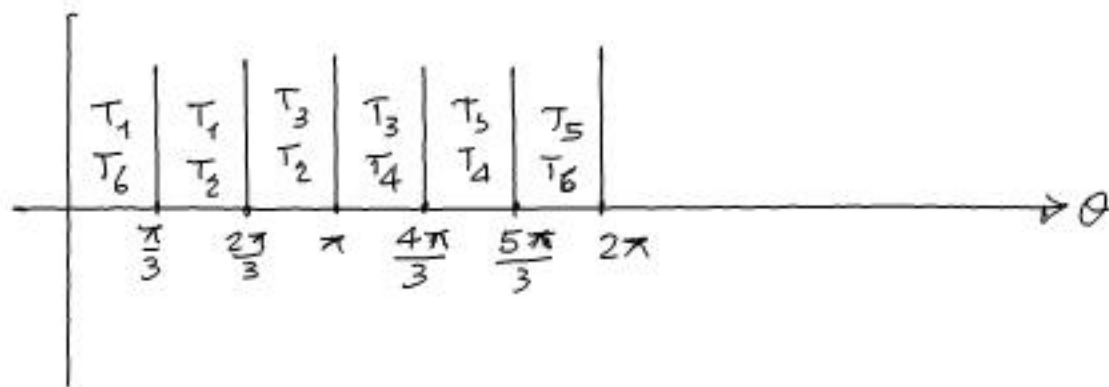
Dall'esame della figura si osserva che le correnti nelle fasi devono essere sincronizzate con l'andamento delle f.e.m. nella macchina.

Poiché le correnti di fase saranno fornite tramite un invertitore di tensione ne consegue che le commutazioni degli interruttori dell'invertitore dovranno essere a loro volta sincronizzate con le f.e.m.

La sincronizzazione sarà garantita da una semplice apparecchiatura costituita da tre sonde ad effetto Hall sollecitate da un piccolo magnete calcolato sull'albero di rotore. Le sonde Hall sono inserite nello statore e disposte a 120° una rispetto all'altra



Sincronizzazione degli interruttori dell'invertitore con la f.e.m.
 Ci si basa sul grafico precedente



In questo modo, nel ^{caso} di commutazioni ideali, si riesce ad ottenere in uscita dal motore una coppia costante al variare della posizione del motore.

$$C = \frac{P_e}{\Omega_m} = \frac{2 E I}{\Omega_m}$$

$$E = 2N B_{mo} r l \cdot \omega = 2N B_{mo} r l \cdot I \Omega_m$$

dove P è il n° di coppie poli

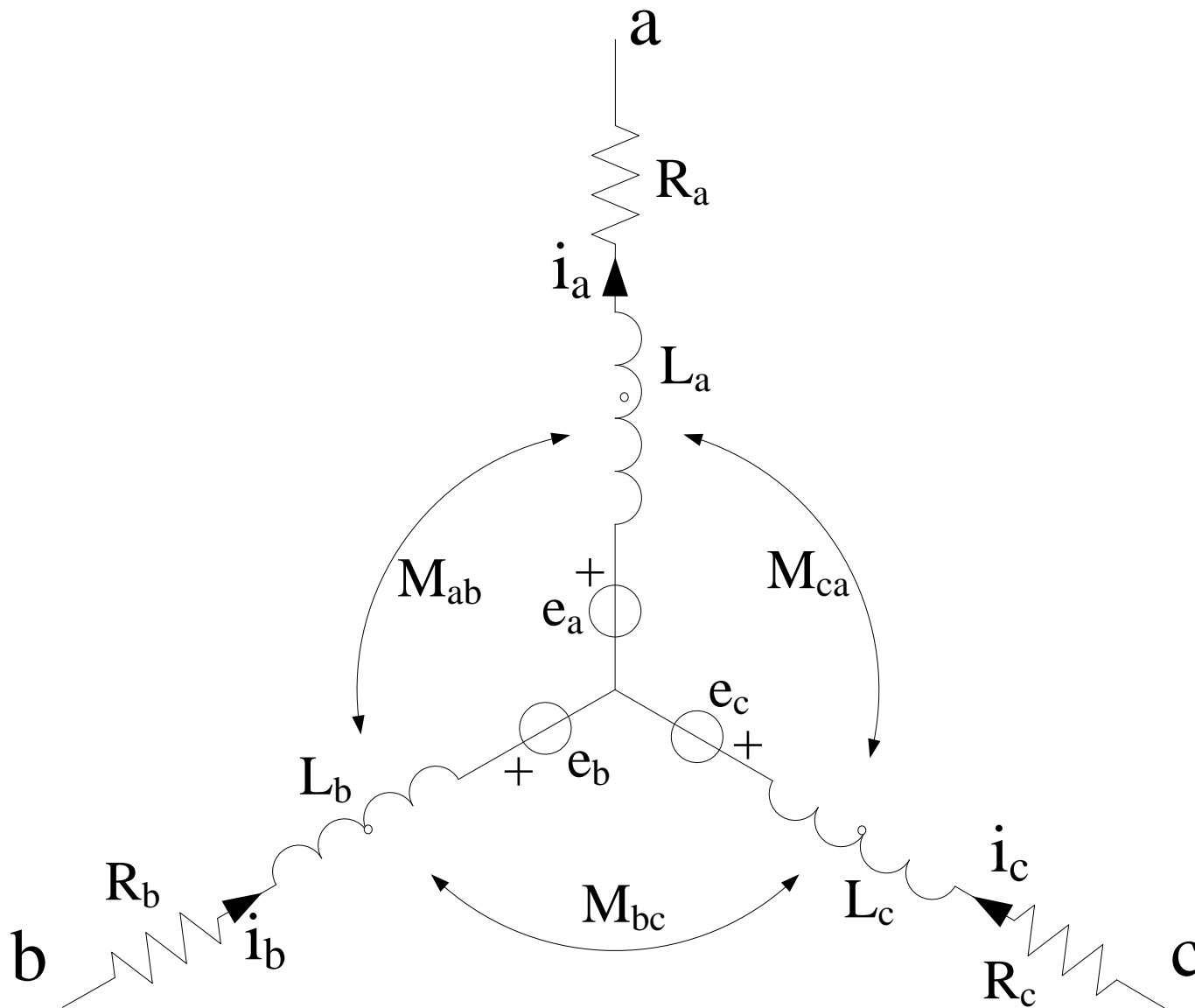
$$E = K_t \Omega_m$$

il valore massimo
 (quello della parte fatta)
 della f.e.m. è proporzionale
 alla velocità angolare meccanica

$$C = \frac{2 K_t \Omega_m I}{\Omega_m} = 2 K_t I$$

La coppia prodotta dal motore è proporzionale al valore dell'ampiezza della corrente di fase che circola nel motore.

MODELLO CIRCUITALE DEL BLDC



Modello matematico del motore BLDc

$$v_i = R_i i_i + \frac{d\lambda_i}{dt} \quad \text{con } i = a, b, c$$

$$\lambda_a = L_a i_a + M_{ab} i_b + M_{ac} i_c + \lambda_{a,m}$$

$$\lambda_b = L_b i_b + M_{ba} i_a + M_{bc} i_c + \lambda_{b,m}$$

$$\lambda_c = L_c i_c + M_{ca} i_a + M_{cb} i_b + \lambda_{c,m}$$

Avvolgimenti tutti e tre uguali

$$L_a = L_b = L_c = L_s$$

$$M_{ab} = M_{ac} = M_{bc} = -|M|$$

Sostituendo le condizioni viste si ottengono: $\left\{ \begin{array}{l} i_a + i_b + i_c = 0 \\ (\text{centro stella isolato}) \end{array} \right.$

$$\lambda_a = L_s i_a - |M| (i_b + i_c) + \lambda_{a,m}$$

$$\lambda_b = L_s i_b - |M| (i_a + i_c) + \lambda_{b,m}$$

$$\lambda_c = L_s i_c - |M| (i_a + i_b) + \lambda_{c,m}$$

tenendo conto delle
si ottengono

$$\lambda_a = (L_s + |M|) i_a + \lambda_{a,m}$$

$$\lambda_b = (L_s + |M|) i_b + \lambda_{b,m}$$

$$\lambda_c = (L_s + |M|) i_c + \lambda_{c,m}$$

Quando, indicando $L = L_s + |M|$ si ottengono alle fasi

$$\lambda_a = L i_a + \lambda_{a,m}$$

$$\lambda_b = L i_b + \lambda_{b,m}$$

$$\lambda_c = L i_c + \lambda_{c,m}$$

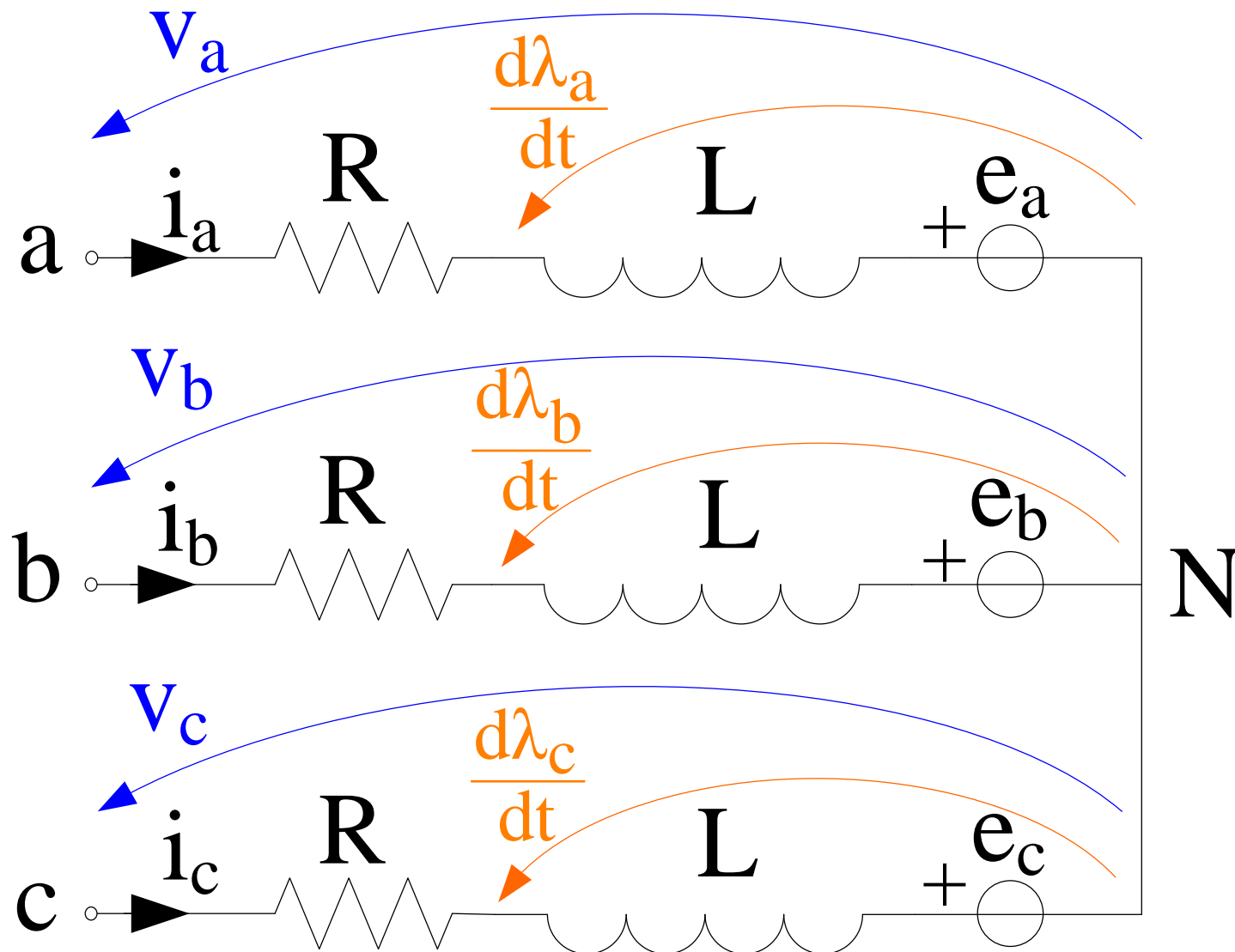
$$\text{inoltre } R_a = R_b = R_c = R$$

Sostituendo i flussi nell'equazione di tensione in fase
in cui si siano isolate le singole tensioni di fase si hanno:

$$\begin{cases} v_a = R i_a + \frac{d\lambda_a}{dt} = R i_a + L \frac{di_a}{dt} + e_a & (e_a - \frac{d\lambda_{a,m}}{dt}) \\ v_b = R i_b + \frac{d\lambda_b}{dt} = R i_b + L \frac{di_b}{dt} + e_b \\ v_c = R i_c + \frac{d\lambda_c}{dt} = R i_c + L \frac{di_c}{dt} + e_c \end{cases}$$

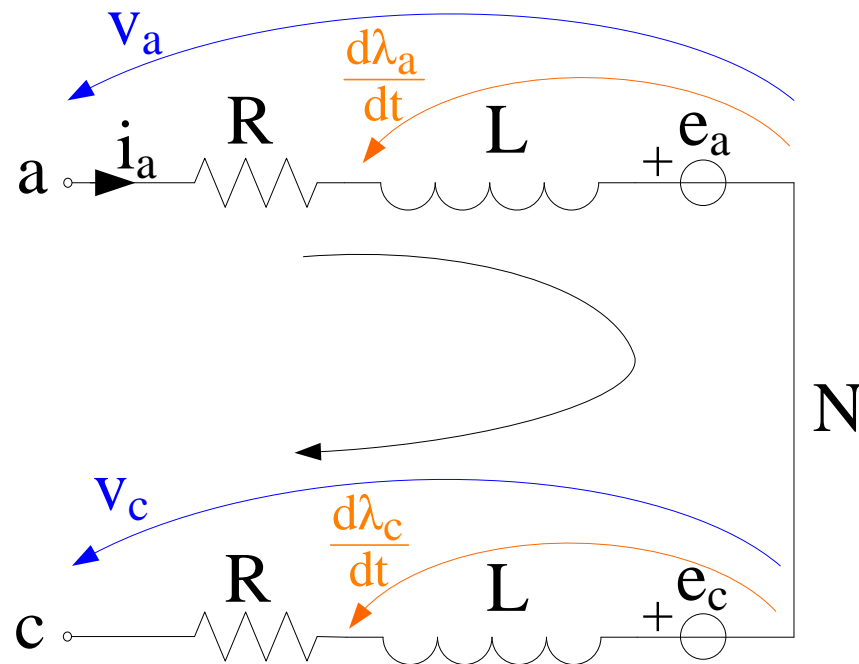
Nel caso di funzionamento ideale solo due equazioni
alla volta vanno prese in considerazione, a rotazione, lungo
tutto un ciclo giro percorso dal rotore (dove $\theta = \omega \cdot t$)

CIRCUITO EQUIVALENTE DEL BLDC



CIRCUITO EQUIVALENTE DEL BLDC

Nel caso di funzionamento «due fasi-on», per la configurazione nella quale conducono le fasi a e c si ha



Sia V la tensione di alimentazione in continua dell'invertitore

$$\begin{aligned} v_{ac} &= V = v_a - v_c = \\ &= Ri_a + \frac{d\lambda_a}{dt} - Ri_c - \frac{d\lambda_c}{dt} \end{aligned}$$

$$v_{ac} = V = \left(Ri_a + L \frac{di_a}{dt} + e_a \right) + \left(-Ri_c - L \frac{di_c}{dt} - e_c \right)$$

Poiché $i_a = -i_c$

$$v_{ac} = V = 2Ri_a + 2L \frac{di_a}{dt} + e_a - e_c$$

Potenze in ingresso (assorbita) dal motore.

$$P(t) = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c$$

restituendo a v_a, v_b, v_c le equazioni trovate in precedenza:

$$P(t) = \underbrace{R(i_a^2 + i_b^2 + i_c^2)}_{(1)} + \underbrace{\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} L (i_a^2 + i_b^2 + i_c^2) \right]}_{(2)} + \underbrace{e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c}_{(3)}$$

(tenendo conto che $L \frac{di_a}{dt} i_a = L \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} i_a^2 \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i_a^2 \right)$)

Il primo membro della relazione precedente è la potenza totale assorbita dal motore. Al secondo membro si riconoscono tre gruppi di termini:

- (1) è costituito dalle perdite per effetto Joule nelle resistenze
- (2) è costituito dalla potenza (energia) immagazzinata negli avvolgimenti
- (3) è costituito dalla potenza (energia) convertita in forma meccanica e disponibile all'albero (al lordo delle perdite meccaniche)

La coppia prodotta dal motore è allora $c(t) = \frac{e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c}{\Omega_m} = P \frac{e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c}{\omega_{me}}$

Le equazioni di tensione in regime stazionario sono

$$\begin{cases} V_a = R I_a + E_a \\ V_b = R I_b + E_b \\ V_c = R I_c + E_c \end{cases}$$

Vanno considerate due per volta e rotazione secondo la funzione del rotore

Poniamoci con il rotore nell'angolo $\theta = \frac{\pi}{3} \rightarrow \frac{2\pi}{3} \Rightarrow$ sono chiusi T_1 e T_2

Vanno considerate la 1^a e 3^a equazione. Si fa la differenza membro a membro

$$V_a - V_c = R(I_a - I_c) + E_a - E_c$$

$$I_a = -I_c = I$$

$$V = 2RI + 2E$$

$$E_a = E$$

$$E_c = -E$$

$$E = K_t \omega_{\text{rot}}$$

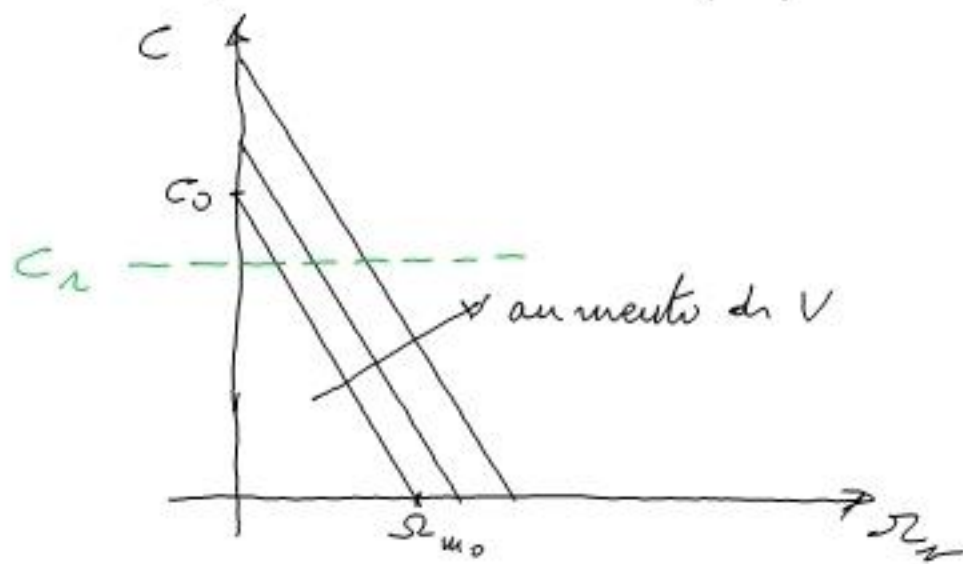
da cui:

$$I = \frac{V - 2K_t \omega_{\text{rot}}}{2R}$$

sostituisco nella espressione $C = 2K_t I$

$$C = 2K_t I = \frac{K_t V - 2K_t^2 \omega_{\text{rot}}}{R} = \frac{K_t V}{R} - \frac{2K_t^2}{R} \omega_{\text{rot}}$$

Riportando in un grafico:



fissato un certo valore di tensione V si determinano i due punti caratteristici delle rette che lega C a Ω_m :

1) per $\Omega_m = 0$ $C_0 = \frac{K_t V}{R}$

2) per $C = 0$ $\Omega_{m0} = \frac{V}{2K_t}$

C_0 - coppie di spunto

Ω_{m0} = velocità a vuoto

Incrociando le caratteristiche di coppia del motore con la caratteristica di coppia C_r del carico si osserva che nel B.C.C. si può variare la velocità variando (in maniera proporzionale) la tensione di alimentazione del motore.

Limiti di funzionamento

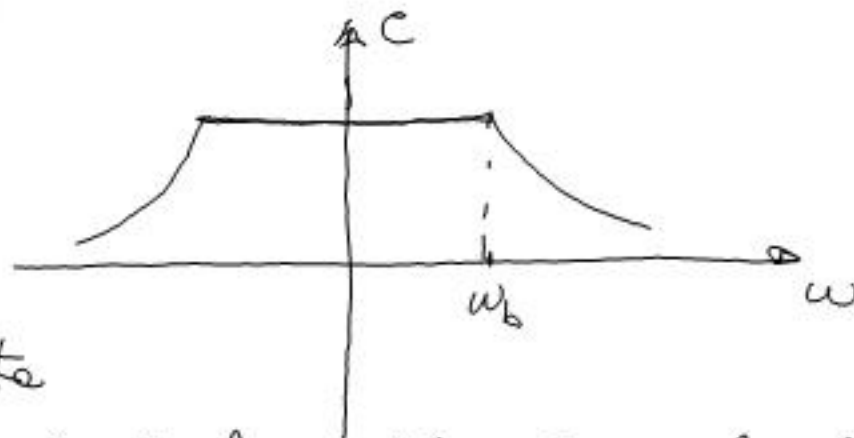
limiti di velocità e limiti di coppia

cause: fisico \rightarrow sollecitazioni elettromeccaniche, termiche

limiti di corrente \rightarrow sollecitazioni termiche
 \rightarrow presenza di surriscaldamento \rightarrow meccanico
 \rightarrow limiti dovuti alle possibilità di superaffollamento elettronico
 \downarrow
limiti di coppia dei magneti permanenti (nel caso di motori PM)

limiti di tensione \rightarrow isolamento
 \rightarrow f.e.m. indotta prodotta dal motore "B.L.V."

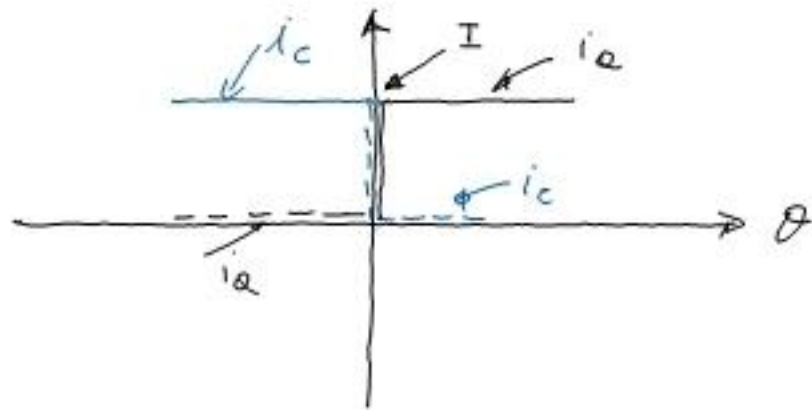
\downarrow
limiti di velocità



La velocità base ω_b è definita come quella velocità per la quale la f.e.m. indotta è uguale alla tensione di alimentazione.

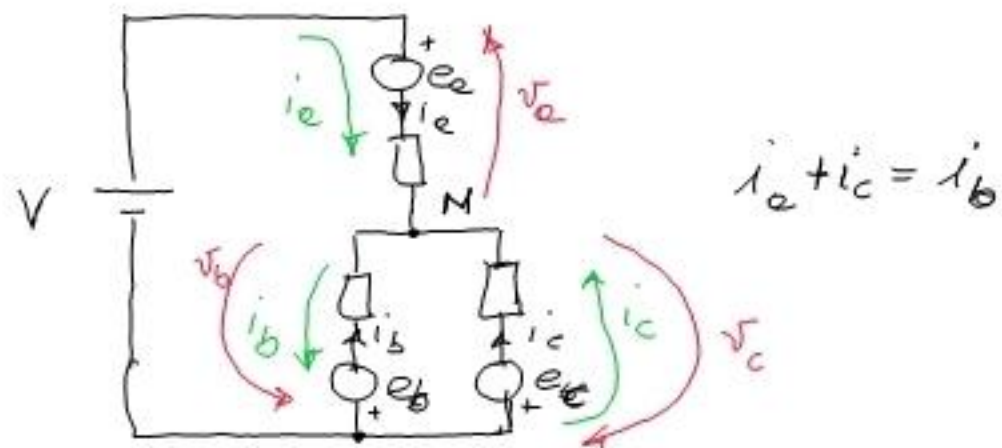
Commutazioni di corrente nel BLDC

Con riferimento al grafico precedente si consideri la commutazione che avviene in $\theta = 0$. In tale istante si ha la commutazione delle correnti positive entrante tra le fasi c (in uscita) e a (in entrata): $T_5 \rightarrow T_2$



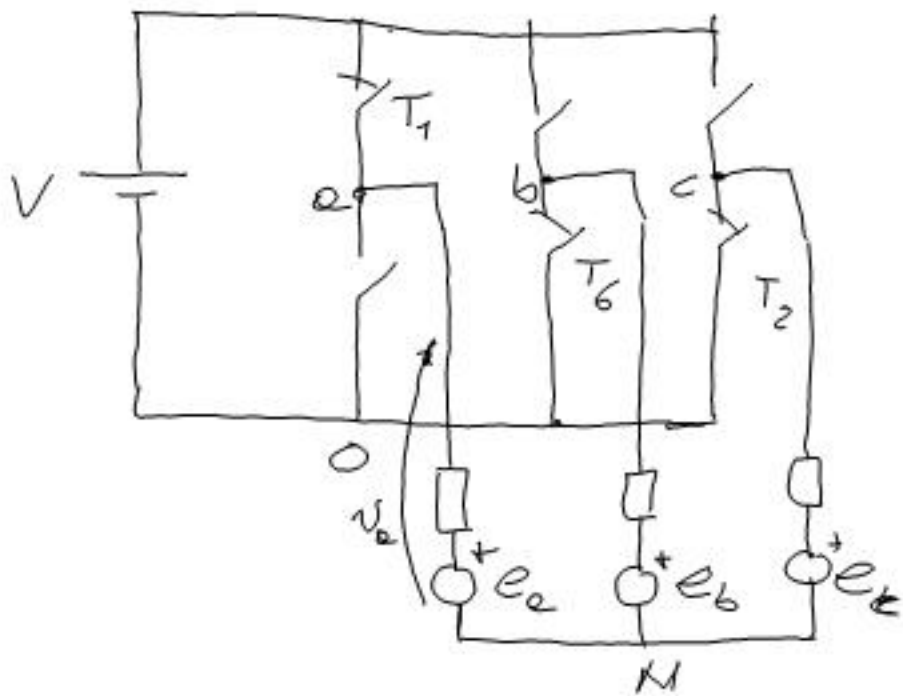
In $\theta = 0^+$ si ha:

T_1, T_6, T_2 ON



Il valore della corrente I è quello necessario a produrre la coppia richiesta al motore (in base al carico)

Per semplicità espongono nel seguito la fase in cui la corrente commuta dal valore nullo al valore I (fase a in questo caso) è detta "fase entrante"; quella in cui la corrente commuta dal valore I a zero (fase c in questo caso) è detta "fase uscente"



$$\begin{cases} v_e = V + v_{oN} \\ v_b = v_{oN} \\ v_c = v_{oN} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R i_e + L \frac{d}{dt} i_e + e_a = V + v_{oN} \\ R i_b + L \frac{d}{dt} i_b + e_b = v_{oN} \\ R i_c + L \frac{d}{dt} i_c + e_c = v_{oN} \end{cases}$$

$$R(i_e + i_b + i_c) + L \frac{d}{dt} (i_e + i_b + i_c) + e_a + e_b + e_c = V + 3v_{oN}$$

$$v_{oN} = \frac{1}{3} (e_a + e_b + e_c - V)$$

In $\theta = 0^+$ si hanno $e_a = E$; $e_b = -E$, $e_c = E \left(1 - \frac{6\theta}{\pi}\right)$

Lo studio delle commutazioni viene fatto con le seguenti semplificazioni

1) si considera $e_c = \text{costante pari a } E$ ($e_c = E$)
 questa semplificazione è vera e rigore solo per intervalli di
 corrente i piccoli

2) si trascura la c.d.t. ~~resistiva~~ trascurabile
 questa semplificazione è ragionevole quando la velocità
 non sia troppo piccola

sostituiamo nelle equazioni

$$e_b = E$$

$$e_b = -E$$

$$e_c = E$$

$$V_{ON} = \frac{E - V}{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L \frac{di_a}{dt} = -E + V + \frac{E - V}{3} = \frac{2}{3} (V - E) \\ L \frac{di_b}{dt} = E + \frac{E - V}{3} = \frac{2}{3} \left(2E - \frac{V}{2} \right) \\ L \frac{di_c}{dt} = -E + \frac{E - V}{3} = -\frac{2}{3} \left(E + \frac{V}{2} \right) \end{array} \right.$$

da ~~risolvere~~ e $t \rightarrow \frac{\theta}{\omega}$

$$\frac{di_a}{d\theta} = \frac{1}{\omega L} \frac{2}{3} (V - E)$$

$$\frac{di_b}{d\theta} = \frac{1}{\omega L} \frac{2}{3} \left(2E - \frac{V}{2} \right)$$

$$\frac{di_c}{d\theta} = -\frac{1}{\omega L} \frac{2}{3} \left(E + \frac{V}{2} \right)$$

Risolvendo le equazioni (integrando) e considerando le condizioni iniziali delle correnti:

$$i_a(0) = 0 \quad ; \quad i_c(0) = I \quad ; \quad i_b(0) = -I$$

$$[\text{ricordi che } i_a(\theta) + i_b(\theta) + i_c(\theta) = 0 \quad \forall \theta]$$

si ottengono:

$$i_a(\theta) = \frac{1}{\omega L} \frac{2}{3} (V - E) \theta$$

$$i_c(\theta) = I - \frac{1}{\omega L} \frac{2}{3} \left(E + \frac{V}{2} \right) \theta$$

$$i_b(\theta) = I + \frac{1}{\omega L} \frac{2}{3} \left(2E - \frac{V}{2} \right) \theta$$

correnti
delle due
fasi
interessate
dalla
commutazione

θ è l'angolo di rotazione
del rotore in unità elettriche

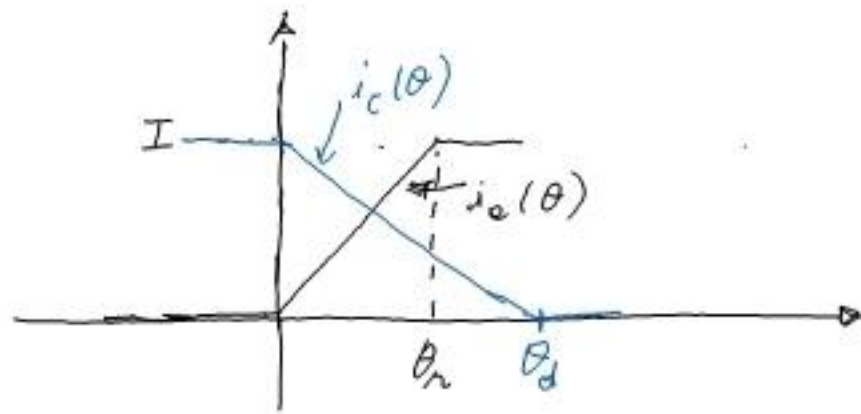


grafico con l'andamento delle due correnti i_a e i_c espresso dalle equazioni lineari di pagina precedente.

dal grafico risulta evidente il significato degli angoli θ_2 e θ_d :

$$\theta_2: i_c(\theta_2) = I$$

$$\frac{1}{\omega L} \frac{2}{3} (V-E) \theta_2 = I$$

$$\theta_2 = \frac{3I}{2} \frac{1}{V-E} \omega L$$

$$\theta_d: i_c(\theta_d) = 0$$

$$I - \frac{1}{\omega L} \frac{2}{3} \left(E + \frac{V}{2} \right) \theta_d = 0$$

$$\theta_d = \frac{3I}{2} \frac{1}{E + \frac{V}{2}} \omega L$$

In relazione ai valori di θ_2 e θ_d si possono avere:

$$\theta_2 < \theta_d \quad ; \quad \theta_2 = \theta_d \quad ; \quad \theta_2 > \theta_d$$

Prendendo la 2^a condizione si ha $V-E = E + \frac{V}{2} \Rightarrow E = \frac{V}{4}$

In tal modo si deduce anche che le tre condizioni negli angoli θ_2 e θ_d si traducono in condizioni sulle tensioni

$$E < \frac{V}{4} \quad ; \quad E = \frac{V}{4} \quad ; \quad E > \frac{V}{4}$$

Queste condizioni e loro volte si traducono in condizioni sulle velocità. Infatti $E = k_e \Omega_m$ $V = 2 k_e \Omega_{mo}$
 sostituendo nelle tre condizioni precedenti

$$\Omega_m < \frac{\Omega_{mo}}{2}$$

(C1)

$$\Omega_m = \frac{\Omega_{mo}}{2}$$

(C2)

$$\Omega_m > \frac{\Omega_{mo}}{2}$$

(C3)

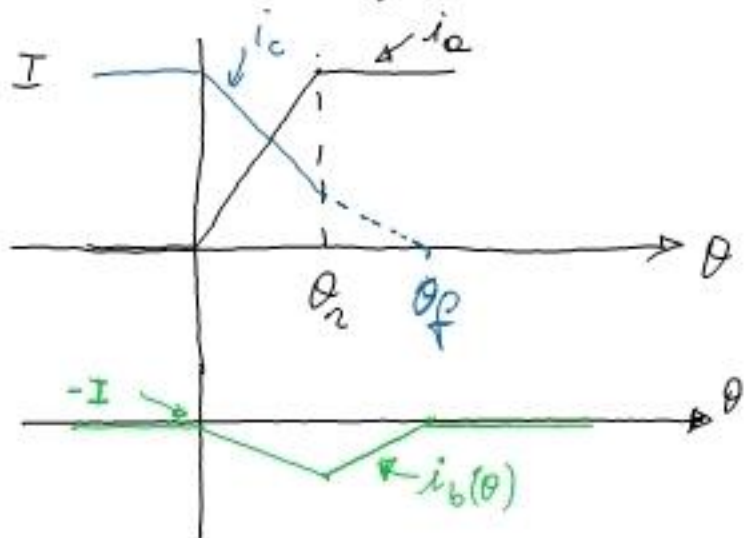
Quindi la tensione di arm. V è quella della batteria scelta in base alla velocità Ω_{mo} del motore

Nelle condizioni (C1) (basse velocità) la corrente crescente nella fase entrante (è nel caso considerato) conclude il suo transitorio prima che la corrente nella fase uscente raggiunga il valore nullo.

Nelle condizioni C2 i due processi transitori delle correnti si concludono contemporaneamente

Infine nelle condizioni (C3) la corrente nella fase entrante raggiunge il valore finale dopo che la corrente nella fase uscente abbia concluso il suo transitorio.

Commutazione a base velocità $\theta_2 < \theta_d$



In questo caso in θ_2 la corrente i_a ha esaurito il suo transitorio, mentre la corrente i_c non si è ancora azzerata.

Quindi per $\theta > \theta_2$ e fino a quando $i_c \neq 0$, cioè fino a θ_d , continuano a condurre

tre fasi contemporaneamente ma la corrente i_a non aumenta più: significa che $\frac{di_a}{d\theta} = 0$.

Dunque le equazioni di pag. 26

esprime in θ e nelle condizioni semplificate di pag. 27 diventano ora:

$$\omega L \frac{di_a}{d\theta} = 0$$

$$\omega L \frac{di_b}{d\theta} = E + v_{ON}$$

$$\omega L \frac{di_c}{d\theta} = -E + v_{ON}$$

θ_d è l'angolo di fine commutazione

sommando membro a membro si ricava $v_{ON} = 0$

sostituendo nella terza:

$$\frac{di_c}{d\theta} = -\frac{E}{\omega L}$$

questa vale per $\theta_2 < \theta \leq \theta_d$

La condizione iniziale è $i_c(\theta_2)$ ricavato sostituyendo θ_2 di pag. 29 nell'espressione di $i_c(\theta)$ di pag. 28

$$i_c(\theta_2) = I - \frac{1}{\omega L} \frac{2}{3} \left(E + \frac{V}{2} \right) \cdot \frac{3I}{2} \frac{1}{V-E} \omega L = I \left[1 - \frac{2E+V}{2(V-E)} \right] = I \frac{V-4E}{2(V-E)}$$

ricordiamo che $E < \frac{V}{4}$ quindi $i_c(\theta_2) > 0$. In funzione della velocità $i_c(\theta_2)$ è:

$$i_c(\theta_2) = I \frac{\Omega_{mo} - 2\Omega_m}{\Omega_{mo} - \Omega_m}$$

A questo punto integrando l'equazione di pag. precedente si ha:

$$i_c(\theta) = i_c(\theta_2) - \frac{E}{\omega L} (\theta - \theta_2) \text{ valida nel campo } \theta_2 < \theta < \theta_f$$

Anche questa può essere espressa in funzione della velocità:

$$i_c(\theta) = i_c(\theta_2) - \frac{k_E \Omega_m}{L \Omega_{mo}} (\theta - \theta_2) = i_c(\theta_2) - \frac{k_E}{EL} (\theta - \theta_2) \quad \theta_2 < \theta < \theta_f$$

Con questa espressione si può completare la commutazione rappresentata nel grafico di pag. precedente

Per questo si osserva che la pendenza di $i_c(\theta)$ in $0 < \theta < \theta_2$ è maggiore rispetto a quella in $\theta_2 < \theta < \theta_f$, infatti: $\frac{2}{3} \left(E + \frac{V}{2} \right) = \frac{1}{3} (2E+V) > \frac{1}{3} (2E+4E) = 2E > E$

pendenza per $0 < \theta < \theta_2$ → ↑ pendenza per $\theta_2 < \theta < \theta_f$

Sempre durante la commutazione e base velocità, la corrente nelle
 fasi b (quelle non interessate dalle commutazioni) si ricava dalla
 relazione: $i_b(\theta) = -[i_a(\theta) + i_c(\theta)]$. Essa è somma di due espressioni
 lineari in θ e dunque sarà ancora lineare in θ . È costituita da
 due tratti uno "discendente" $0 < \theta < \theta_2$ e uno "ascendente" $\theta_2 < \theta < \theta_f$,
 parte dal valore $-I$ e ritorna (dopo la commutazione) al valore $-I$.
 Si veda nella figura di pag 31 il grafico di i_b .

Si riprenda l'espressione della coppia di pag. 18:

$$c(\theta) = \frac{e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c}{\Omega_m}$$

in particolare per l'intervallo di
 commutazione da noi sta studiando:
 $e_a = E$; $e_b = -E$; $e_c = E$ (costante)

$$c(\theta) = \frac{E}{\Omega_m} (i_a - i_b + i_c)$$

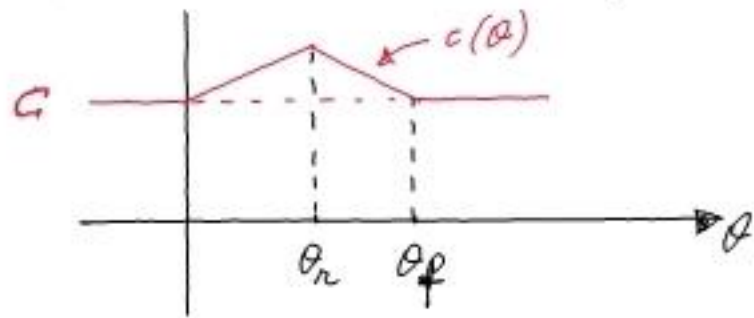
poiché $i_a(\theta) + i_c(\theta) = -i_b(\theta)$ si ricava:

$$c(\theta) = \frac{E}{\Omega_m} [-2i_b(\theta)] = - \frac{2E i_b(\theta)}{\Omega_m} = -2k i_b$$

la coppia può in questo caso
 essere espressa in funzione
 della sola corrente della fase b, in generale della fase non interessata
della commutazione

↑
 per tutte le altre commutazioni

Dunque la coppia segue l'andamento della corrente $i_1(\theta)$ riportando $c(\theta)$ in grafico si ha:



$$C = 2kI$$

Dunque la commutazione, a basse velocità, provoca un aumento della coppia istantanea (funzione della posizione θ del rotore)

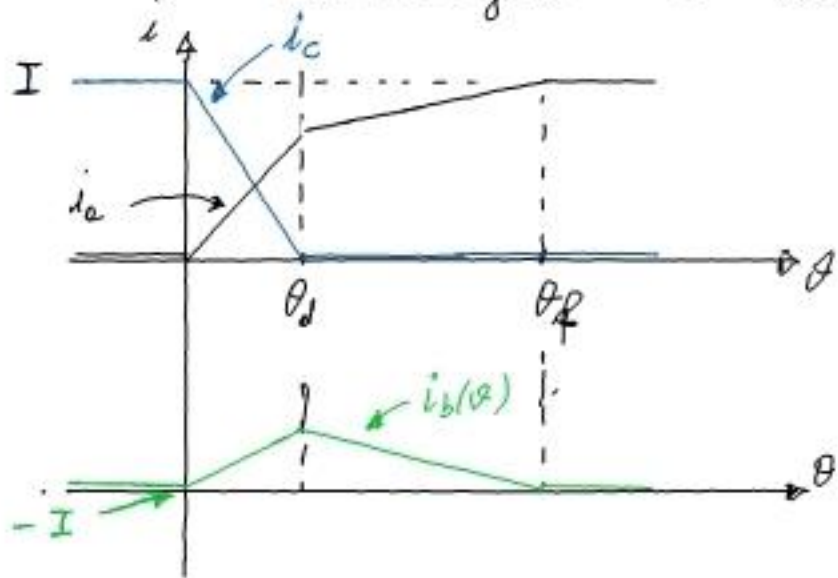
Questo fenomeno si ripete ad ogni commutazione, dunque sei volte per ogni angolo giro percorso da un polo del magnete del rotore (angolo in unità elettriche) quindi ogni $2\pi/P$ radianti in unità meccaniche.

"Macroscopicamente" questo fenomeno provoca:

- a) un aumento della coppia media (rispetto a quella ideale $2kI$)
- b) una ondulazione di coppia (ripple)

Le ampiezze di entrambi questi effetti dipendono dalla velocità: aumentano con il diminuire della velocità (sotto il valore $\frac{52000}{2}$)

Commutazione ad alte velocità $\omega_m > \frac{\omega_{ms}}{2}$; $\theta_r > \theta_d$



In questo caso in θ_d la corrente i_c (della fase uscente) si è annullata (ha terminato il suo transitorio) mentre la corrente i_a (della fase entrante) non ha ancora raggiunto il valore finale I .
 In θ_d dunque la fase c non conduce più, la corrente nel motore dunque

entra dalla fase a (attraverso T_1) ed esce dalla fase b (attraverso T_6) e non interessa la fase c . Quindi per $\theta > \theta_d$ conduciamo due fasi.

Considerando le equazioni di tensione del motore si osserva che il punto N (centro stella del motore) si trova ad un potenziale medio della tensione di alimentazione rispetto 0 , cioè $V_{ON} = -\frac{V}{2}$.

Dalla pag. 26 si hanno dunque (sempre nelle condizioni di pag. 27)

$$\omega L \frac{di_a}{d\theta} = -E + V - \frac{V}{2} = -E + \frac{1}{2}V$$

$$\omega L \frac{di_b}{d\theta} = E - \frac{1}{2}V$$

si osserva che le due pendenze sono uguali ed opposte, infatti $i_a > 0$ (entrante); $i_b < 0$ (uscite) del motore

da cui:

$$\frac{di_a}{d\theta} = \frac{V-2E}{2\omega L} \Rightarrow i_a(\theta) = i_a(\theta_d) + \frac{V-2E}{2\omega L} (\theta - \theta_d)$$
$$\frac{di_b}{d\theta} = -\frac{V-2E}{2\omega L} \quad i_b(\theta) = -i_a(\theta_d) - \frac{V-2E}{2\omega L} (\theta - \theta_d) \quad \theta_d < \theta < \theta_f$$

$i_a(\theta_d)$ è considerato il valore iniziale della i_a per $\theta > \theta_d$. È ora ricavare sostituendo θ_d di pag. 29 nell'espressione di $i_a(\theta)$ di pag. 28:

$$i_a(\theta_d) = \frac{1}{\omega L} \frac{2}{3} (V-E) \cdot \frac{3}{2} I \frac{2}{2E+V} \omega t = I \frac{2(V-E)}{2E+V}$$

ovvero in funzione della velocità: $i_a(\theta_d) = I \frac{2\Omega_{mo} - \Omega_m}{\Omega_m + \Omega_{mo}}$

e anche $i_a(\theta) = i_a(\theta_d) + \frac{k_t}{\omega L} \frac{\Omega_{mo} - \Omega_m}{\Omega_m} (\theta - \theta_d)$

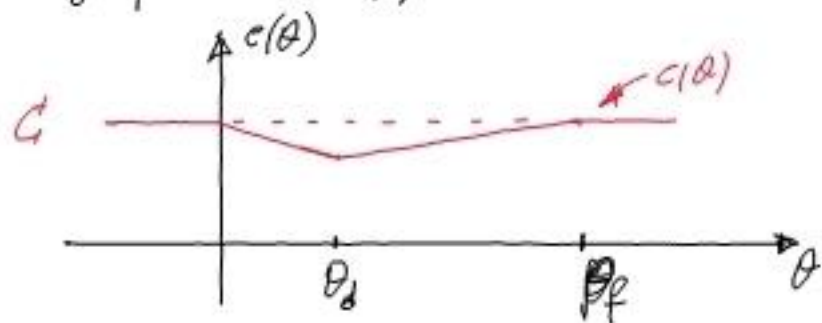
A questo punto si può completare il grafico della commutazione nella pagina precedente.

Si osserva che la pendenza di i_a per $\theta > \theta_d$ dipende da $V-2E$ e man mano che aumenta la velocità E aumenta e $V-2E$ diminuisce (al limite per $\Omega_m = \Omega_{mo} \Rightarrow E = \frac{1}{2} \Rightarrow V-2E = 0$)

L'angolo di fine commutazione θ_f potrebbe diventare molto grande (per velocità elevate) tanto che la corrente i_a potrebbe non riuscire a raggiungere il valore I_{base} prima che inizi la commutazione successiva. La commutazione successiva è quella allo stadio i la $T6 \rightarrow T2$ (dalla fase b alla fase c "negative") e inizia in $\theta = \frac{\pi}{3}$. Quindi se $\theta_f > \frac{\pi}{3}$ si ha la condizione descritte sopra.

Con un ragionamento analogo al caso a basse velocità si può trovare la corrente $i_b(\theta)$ rappresentata graficamente nella figura di pag 35.

Anche questa volta la coppia è proporzionale alla corrente i_b per cui il grafico è rappresentato dalle seguenti figure.



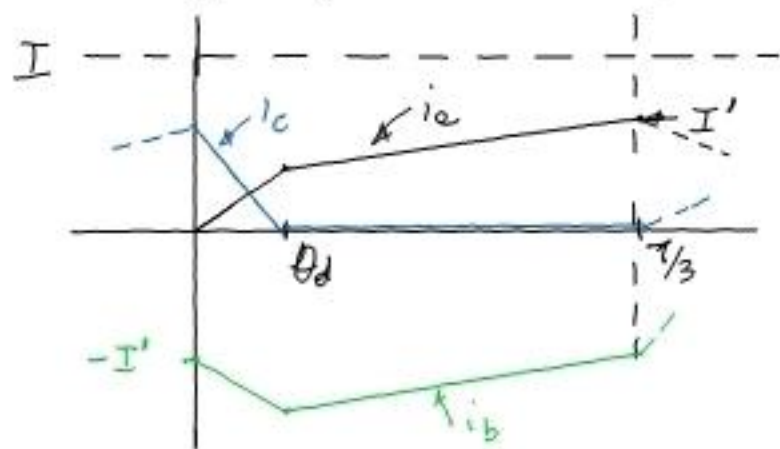
"Macroscopicamente" in questo caso (alte velocità) il fenomeno della commutazione provoca.

- a) una diminuzione della coppia media (rispetto a $2kI$)
- b) un'ondulazione di coppia (ripple) (in senso "negativo")

L'ampiezza di entrambe le conseguenze dipendono ancora dalla velocità:

aumentano con l'aumentare della velocità (sopra il valore $\frac{\Omega_{mo}}{2}$)

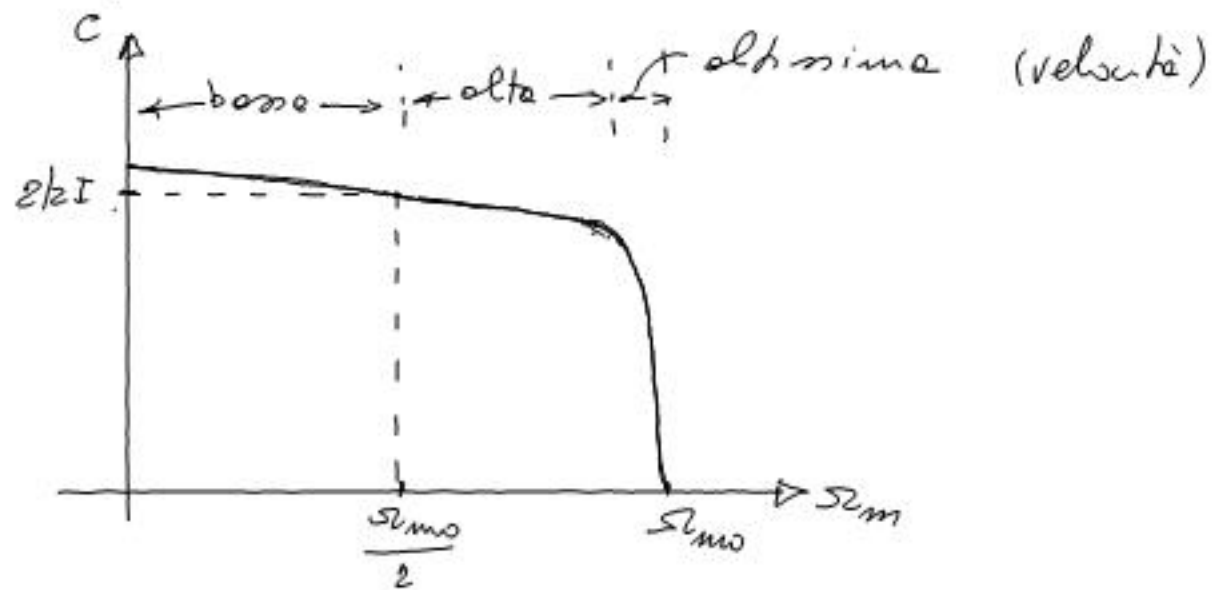
Per velocità molto elevate (prossime a Ω_{mo}) avviene che θ_f tende a diventare più grande di $\pi/3$ e la commutazione non riesce ad esaurirsi completamente per cui la corrente finale della fase estratta non raggiunge il valore finale I . Si prospetta una situazione tipo



quella in figura e fianco

In queste condizioni la coppia diventa molto minore del valore atteso $2kI$ in quanto il valore di corrente I non viene raggiunto a causa della lentezza delle commutazioni.

Volevo riportare in un grafico $C - \Sigma_m$ le osservazioni fatte precedentemente (basso - alta - altissima velocità) in più traccia e la seguente figura.



SCHEMI DI CONTROLLO

E' stato detto che il BLDC deve essere alimentato forzando delle correnti continue a tratti in ciascuna fase con un certo profilo sincronizzato con le corrispondenti f.e.m.i. Il controllo dovrà dunque svolgere due operazioni:

- a) imporre una opportuna ampiezza della corrente (in base alla coppia che il motore deve sviluppare)
- b) selezionare istante per istante (ovvero angolo per angolo di rotore del motore) la combinazione di interruttori dell'invertitore da far intervenire (e quindi una opportuna sequenza temporale di commutazioni)

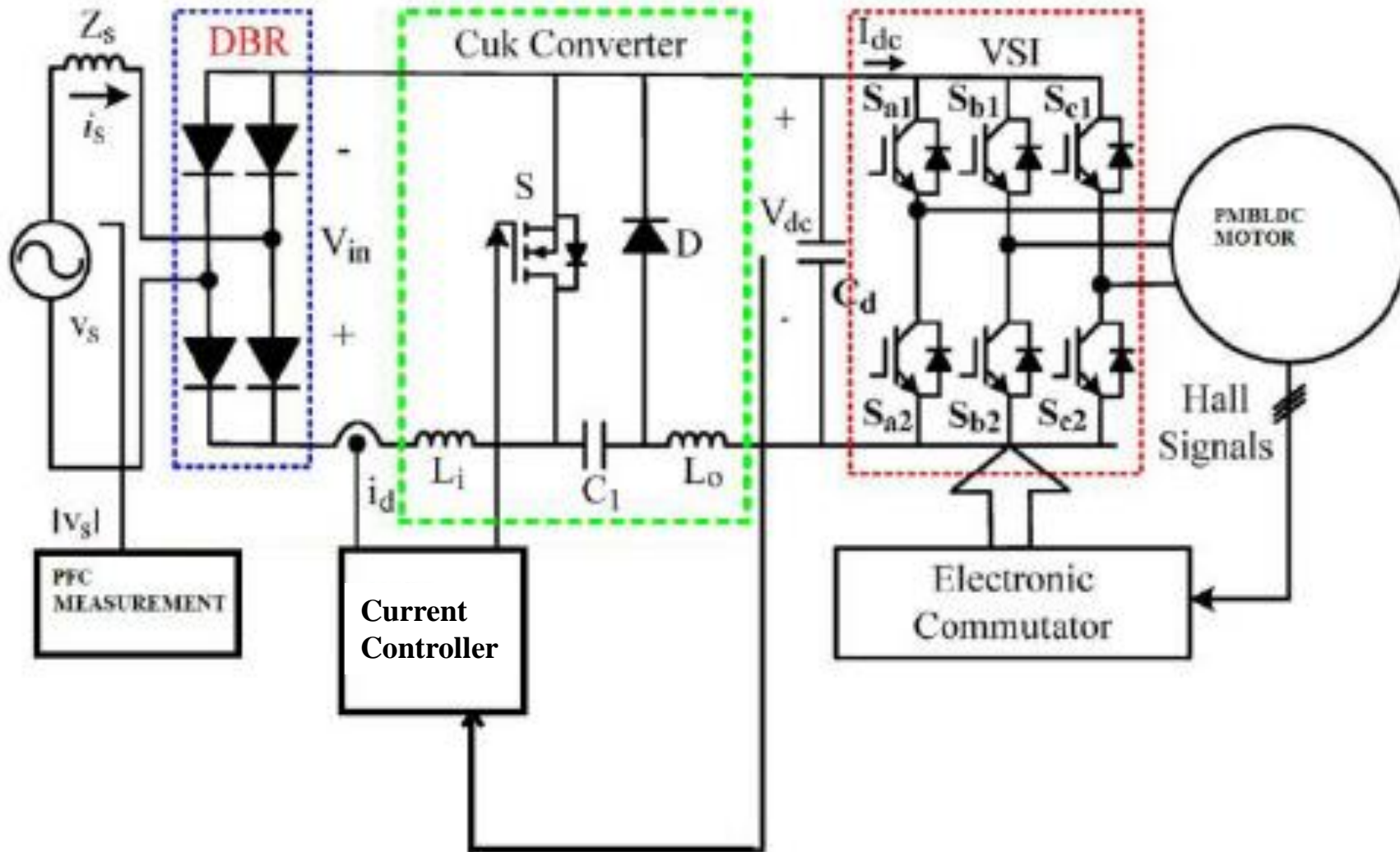
Si può considerare che le due operazioni avvengano a livelli diversi: quello più esterno il primo, più interno il secondo. L'ampiezza delle correnti sarà imposta tramite dei regolatori di corrente, mentre la configurazione degli interruttori da una logica di controllo. Le correnti saranno forzate dalla tensione V (lato continua dell'invertitore) e poi opportunamente convogliata nel motore dall'invertitore stesso.

SCHEMI DI CONTROLLO

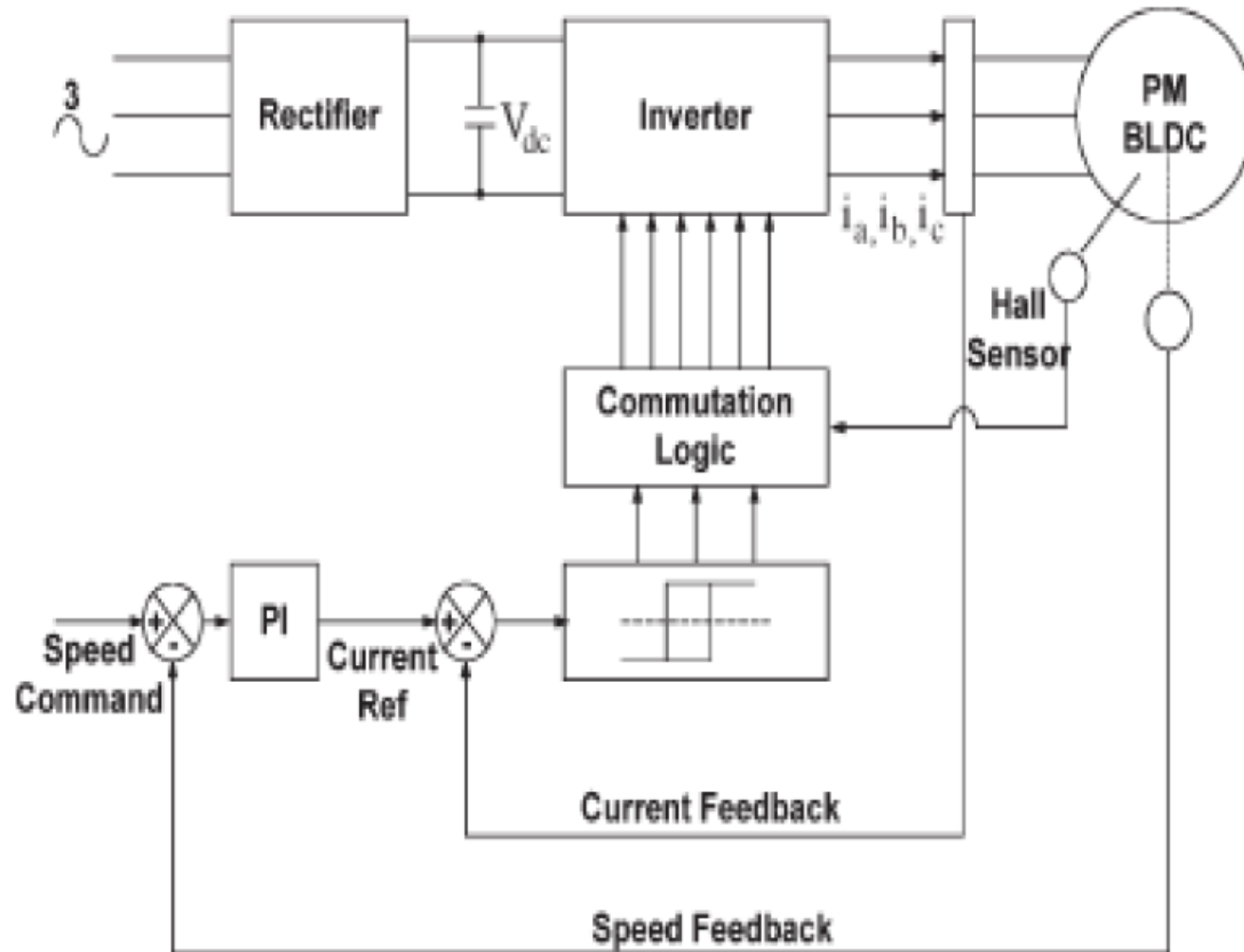
Le due operazioni suddette possono essere svolte in due modi alternativi:

- i) in maniera separata ed indipendente in cui l'ampiezza della corrente è imposta agendo sulla tensione continua V dell'invertitore (tramite un convertitore d'ingresso, p.es. chopper controllato in corrente), mentre l'operazione b) viene svolta dall'invertitore (questa metodologia è usata nel caso di motori di piccola taglia);
- ii) in maniera combinata, in cui le due operazioni sono svolte entrambe dall'invertitore (tenendo fissa e costante la tensione continua V); in tal caso gli interruttori dell'invertitore si occuperanno anche di modulare la tensione richiesta dal regolatore di corrente.

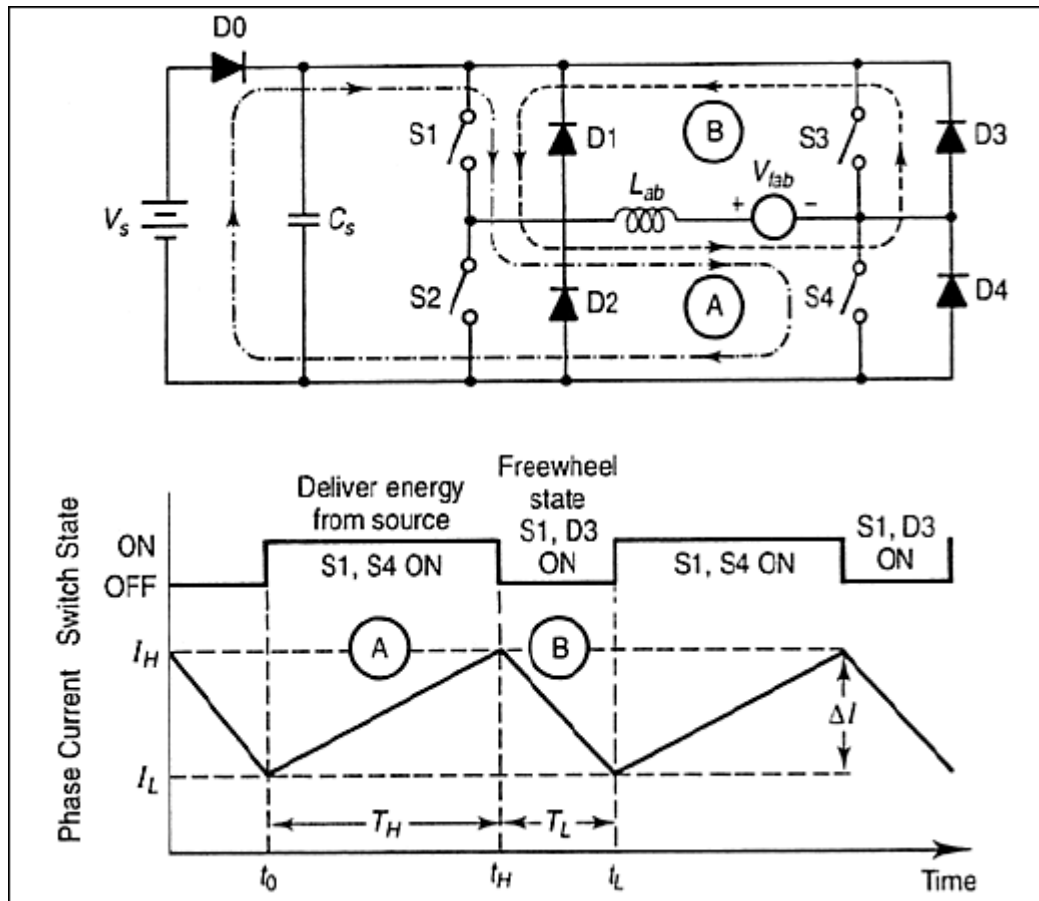
SCHEMA DI CONTROLLO "SEPARATO"



SCHEMA DI CONTROLLO “COMBINATO”



MODALITA' DI COMMUTAZIONE



Nella figura si hanno:

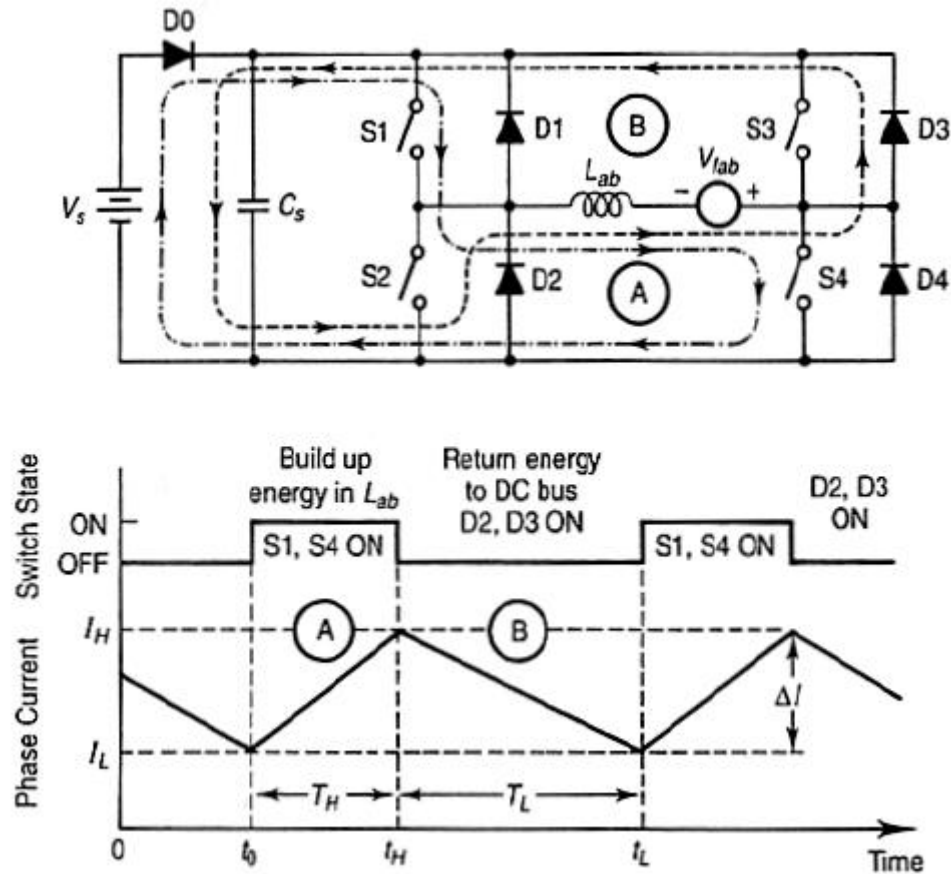
$$L_{ab} = L_a + L_b = 2L$$

$$V_{ab} = e_{ab} = e_a - e_b$$

In questo caso si modula tramite la commutazione del solo interruttore S4.

C'è una soluzione analoga in cui si commuta il solo interruttore S1, mantenendo S4 sempre in conduzione. In tal caso l'intervallo A rimane inalterato (quello indicato in figura, mentre nell'intervallo B (S1 OFF) la corrente ricircola via D2, S4.

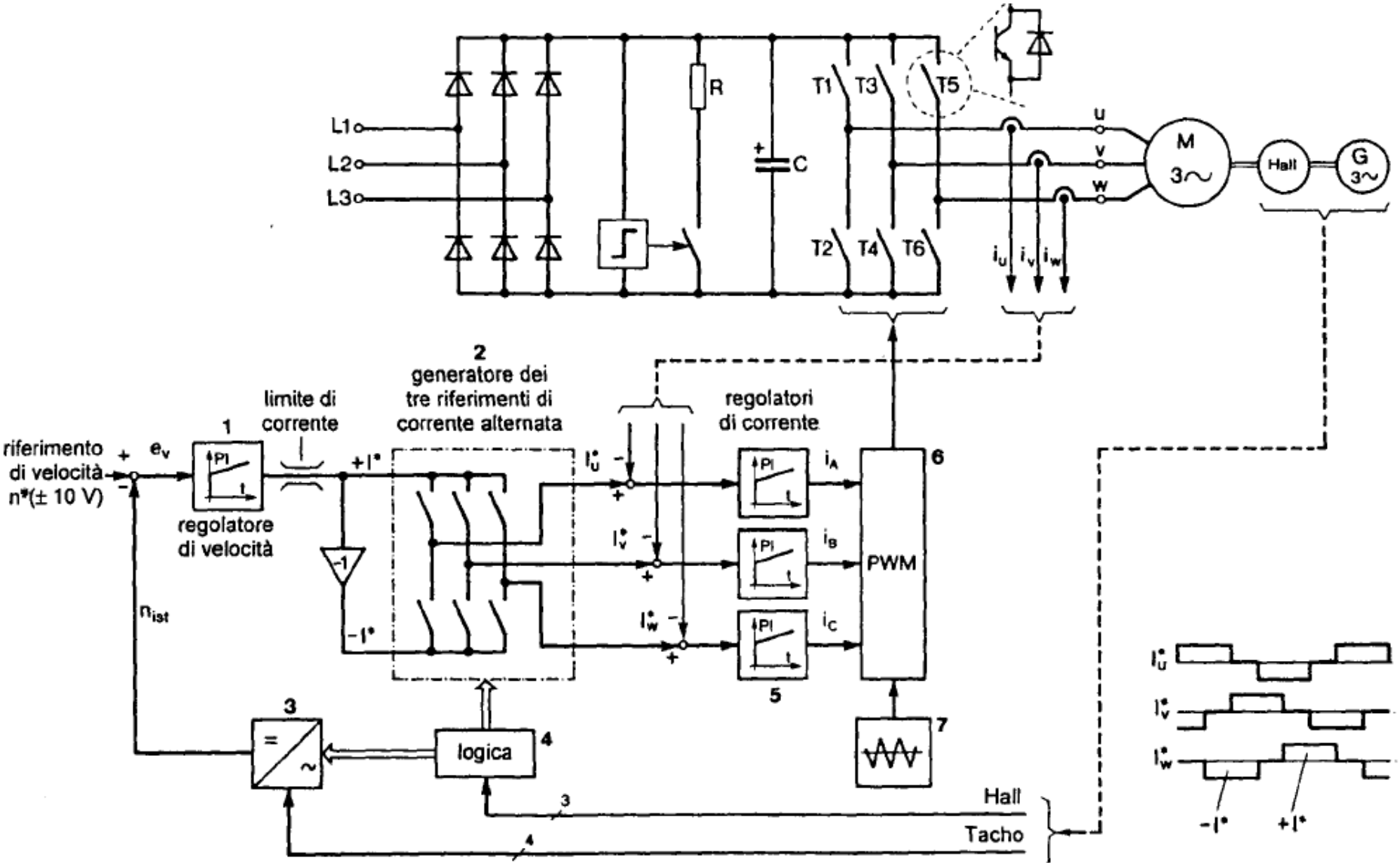
MODALITA' DI COMMUTAZIONE



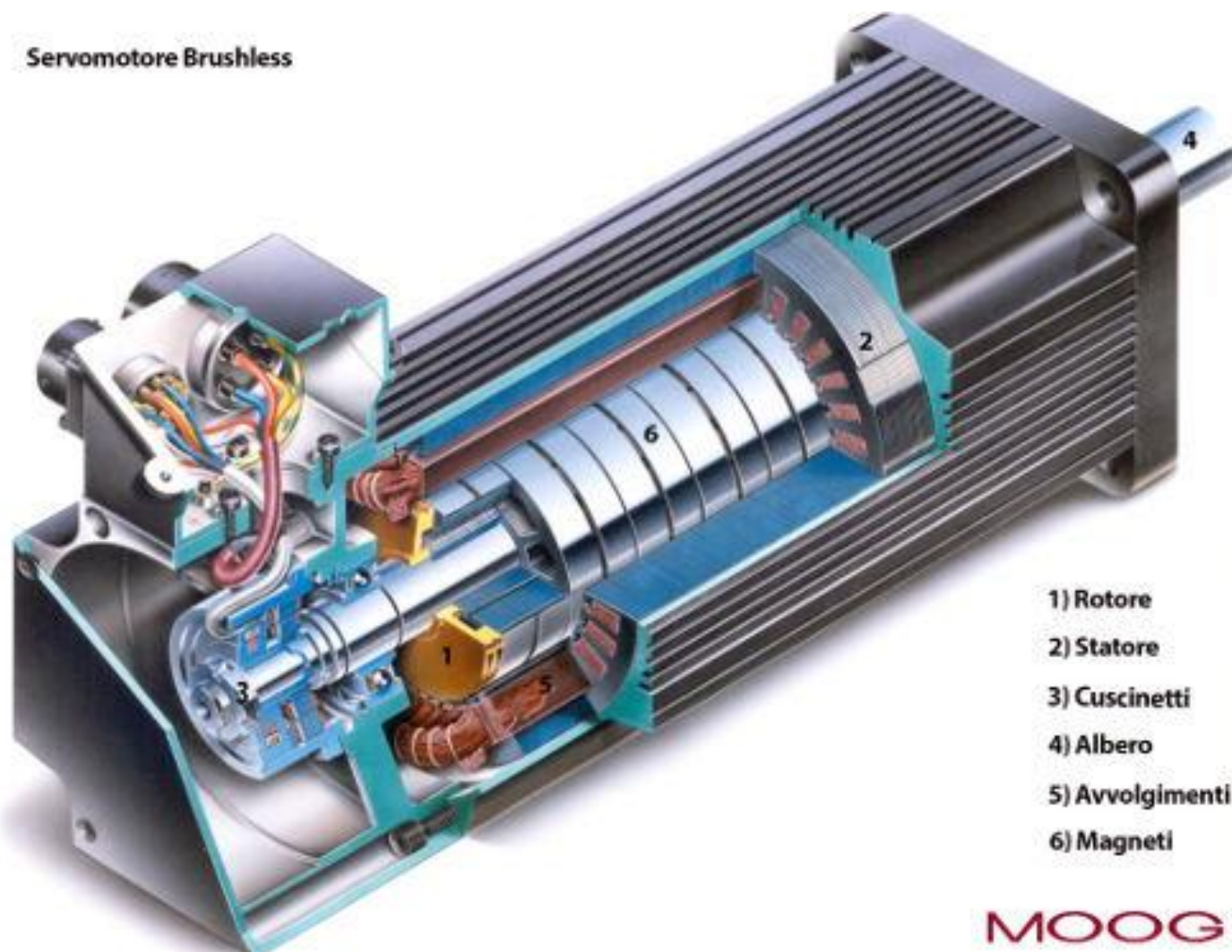
In questo caso si modula tramite la commutazione contemporanea dei due interruttori S_1 e S_4 .

Nella figura si hanno: $L_{ab} = L_a + L_b = 2L$ $V_{ab} = e_{ab} = e_a - e_b$

SCHEMA DI CONTROLLO "TRE-FASI-ON"



Servomotore Brushless



- 1) Rotore
- 2) Statore
- 3) Cuscinetti
- 4) Albero
- 5) Avvolgimenti
- 6) Magneti

MOOG

