

Cognome _____ Nome _____ Corso studi _____

Problema 1

La carica $Q = 10^{-3}$ C è distribuita uniformemente lungo un anello molto sottile di raggio $R = 10$ cm disposto nel piano $z = 0$ e con il centro del cerchio nell'origine. Una particella di massa $m = 2.5 \times 10^{-3}$ kg e carica $q = 5 \times 10^{-5}$ C è vincolata a muoversi lungo l'asse z , ha una velocità iniziale v_0 nel verso negativo dell'asse z quando si trova a distanza nella posizione $z_0 = 5R$.

1. Calcolare il campo elettrico dovuto all'anello nella posizione iniziale della particella.

$$E_z(z_0) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{z_0}{(R^2 + z_0^2)^{3/2}} \quad E_x = E_y = 0$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{5R}{(26R^2)^{3/2}} \quad |E| = 3.3 \times 10^7 \frac{V}{m}$$

2. Calcolare il potenziale nella stessa posizione.

$$V(z_0) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{(R^2 + z_0^2)^{1/2}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \frac{1}{\sqrt{26}} = 1.8 \times 10^7 V$$

3. Determinare il valore minimo di v_0 affinché la particella raggiunga il centro del cerchio.

$$v_0 = \left[\frac{qQ}{2\pi m \epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{(R^2 + z_0^2)^{1/2}} \right) \right]^{1/2} = \left[\frac{qQ}{2\pi m \epsilon_0} \frac{1}{R} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{26}} \right) \right]^{1/2}$$

$$= 1.7 \times 10^3 \text{ m/s}$$

Problema 2

Due fili conduttori rettilinei e paralleli sono posti ad una distanza $D = 10$ cm molto minore della loro lunghezza e sono percorsi dalla stessa corrente $I = 2$ A ma in verso opposto. I fili sono molto sottili (diametro $a = 1$ mm). Si supponga che la corrente sia distribuita in modo uniforme sulla sezione del filo.

1. Si determini il campo magnetico prodotto da un filo nella posizione dell'altro filo.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi D} = 4 \times 10^{-6} T$$

2. Si descriva la forza per unità di lunghezza che agisce su ciascuno dei due fili.

$$F = \frac{\mu_0 I^2}{2aD} = 8 \times 10^{-6} \text{ N/m}$$

3. Si determini l'induttanza per unità di lunghezza del circuito.

$$L = \frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln\left(\frac{D}{a}\right) = 2 \times 10^{-6} \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

Problema 3

Un cavo coassiale può essere schematizzato come due superfici conduttrici cilindriche coassiali di raggi rispettivamente r_1 e r_2 . ($r_2 > r_1$). Ad una estremità del cavo le due guaine conduttrici sono collegate ad una resistenza $R = 50 \Omega$ (molto maggiore della resistenza delle guaine), all'altra ad una batteria che fornisce una forza elettromotrice $\mathcal{E} = 20 \text{ V}$.

1. Si determinino il campo elettrico e magnetico presenti tra le due guaine.

$$\vec{E} = \frac{\mathcal{E}}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \frac{1}{r} \quad B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mathcal{E}}{R} \frac{1}{r}$$

2. Si determini il vettore di Poynting nella regione tra le due guaine, lontano dalle estremità.

$$P = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \frac{1}{2\pi r \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

3. Si determini il flusso del vettore di Poynting attraverso una sezione trasversale del cavo.

$$W = \frac{\mathcal{E}^2}{R} = 8 \text{ W}$$