

Geometria 1

Foglio di esercizi 4

Anno accademico 2021-2022

14/11/2021

- 1) Calcolare i seguenti prodotti in \mathbb{C} , e nei casi in cui ha senso anche in \mathbb{Z}_2 e \mathbb{Z}_5

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -5 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2+i & -1-\frac{2}{3}i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2i \\ 3+i & -2-5i \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 & 0 & -3 \\ 0 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 7 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- 2) Dire se i vettori $b_1 = (1, 1)$, $b_2 = (1, -1)$ formano una base di \mathbb{K}^2 , e in caso affermativo poniamo $\mathcal{B} = (b_1, b_2)$, dove \mathbb{K} è uno dei seguenti campi $\mathbb{R}, \mathbb{Z}_2, \mathbb{Z}_3$. Sia $\mathcal{E} = (e_1, e_2)$ la base canonica di \mathbb{K}^2 . Nei casi in cui \mathcal{B} è base, calcolare le matrici $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{E}}(L_A)$, $M_{\mathcal{B}}(L_A)$, $M_{\mathcal{B}}(\text{id}_{\mathbb{K}^2})$, dove

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{K}).$$

Determinare le componenti di $L_A(3b_1 + b_2)$ rispetto alle basi \mathcal{B} e \mathcal{E} .

- 3) Calcolare le dimensioni di $U + W$ e $U \cap W$, dove $U = \text{span}((1, 0, -2), (0, 2, 3))$ e $W = \text{span}((1, 1, 1), (1, 1, 0)) \subset \mathbb{R}^3$. Determinare basi per i sottospazi somma e intersezione. La somma è diretta? Determinare un sottospazio vettoriale $V \subset \mathbb{R}^3$ che sia in somma diretta con U .