

## 1

Mostra che

$$\int_0^\infty dx \frac{1}{x^\alpha(1+x)^n} = \frac{\Gamma(1-\alpha)\Gamma(\alpha+n-1)}{(n-1)!},$$

dove  $n \in \mathbb{N}$  e  $\alpha \in \mathbb{C}$  con  $1-n < \operatorname{Re}(\alpha) < 1$ .

## 2

Una corda elastica si estende lungo l'asse  $x$  nell'intervallo  $[-L, L]$ . Denotando con  $u(t, x)$  lo spostamento verticale dalla posizione di equilibrio nel punto  $x$  al tempo  $t$ , l'equazione che ne determina l'evoluzione temporale è

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = C \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

Si consideri la condizione iniziale  $u(0, x) = A(1 - |x|/L)$  e  $\frac{\partial u}{\partial t}(0, x) = 0$ . Si trovi  $u(t, x)$  usando la serie di Fourier.