LEZIONE 2

Grandezze scalari e vettoriali.
Cinematica: spostamento, velocità e accelerazione.
Legge oraria del moto. Velocità istantanea.
Moto rettilineo uniforme. Moto uniformemente accelerato. Accelerazione di gravità.

Grandezze scalari:

un valore numerico in una opportuna unità di misura è sufficiente a caratterizzarle.

Es. temperatura, massa, tempo, energia

temperatura	massa	tempo	energia
"	"	"	"
10°C	13 kg	7.6 s	10 kcal

Grandezze vettoriali

Caratterizzate da:

MODULO + DIREZIONE + VERSO

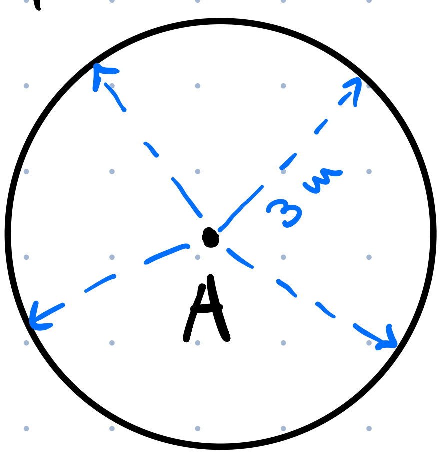
[equivalente a più di un singolo numero]

[Altra convenzione:
→ grassetto $\mathbf{u} \equiv \vec{u}$]

modulo : $|\vec{u}| \equiv u$
direzione : retta su cui giace il vettore
verso : orientamento sulla retta (+ o −)

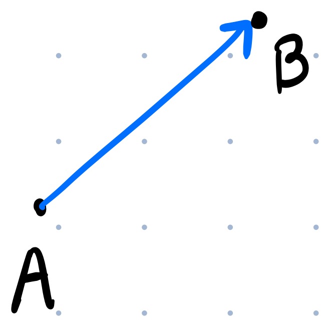
Es: spostamento in un piano
Immaginiamo una persona che si sposta da un punto A a un punto B in una stanza. Non basta specificare di quanto si sposta per determinare B, sapendo A.

Es. P_0 si trovava in posizione A e si è spostata di 3 metri.

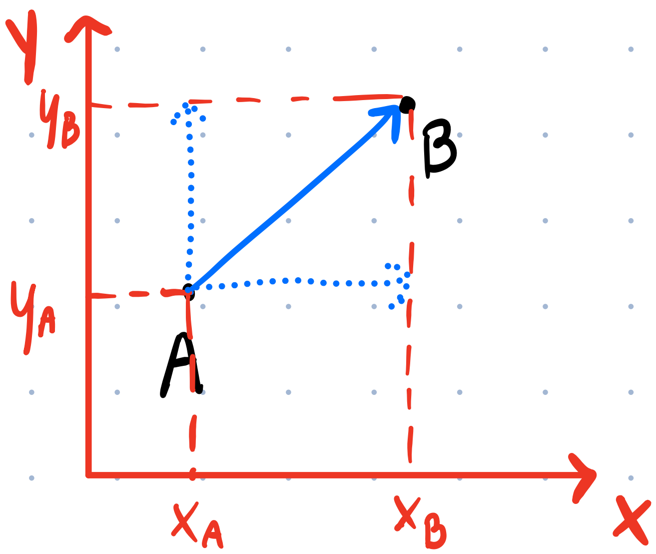


B?

É necessario specificare direzione e verso, i.e. lo <u>spostamento</u> é un <u>vettore</u>!
(in questo caso un vettore nel piano)



Dato un sistema di riferimento scelto, un vettore puó essere caratterizzato dalle sue componenti lungo gli assi del sistema di riferimento



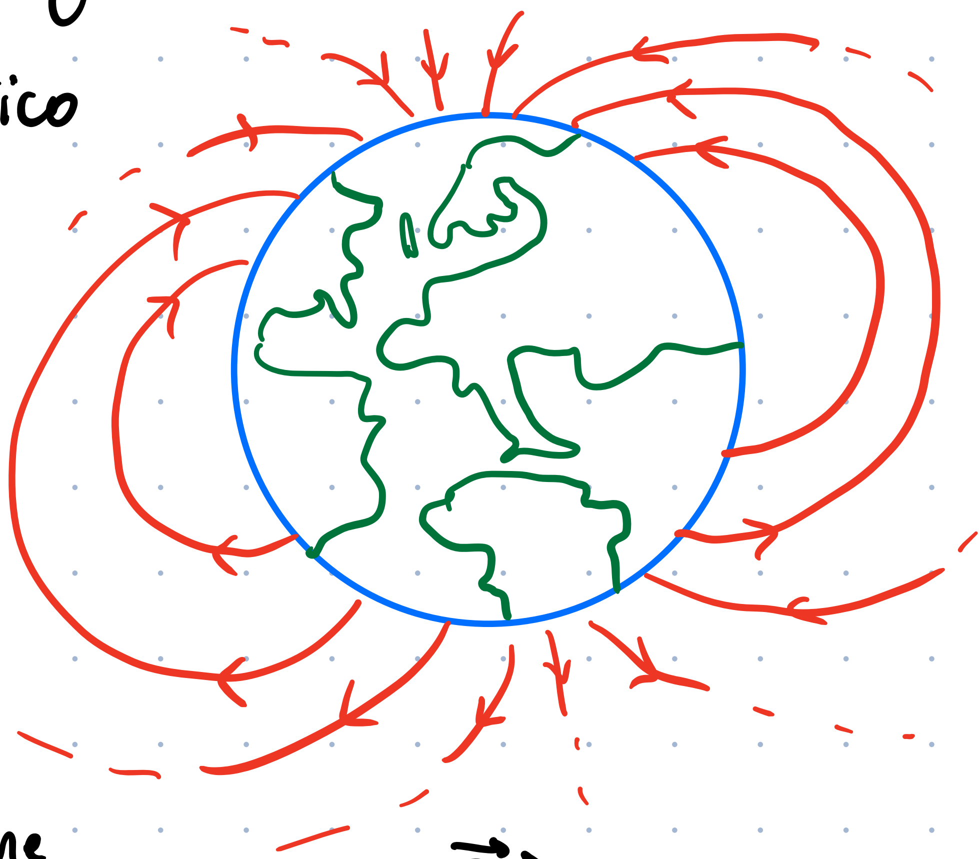
Es. una persona si muove di $S = 3$ m nella stanza. Lo spostamento $\vec{S}$ é specificato indicando che la persona si é spostata di 3 m lungo la direz. orizzontale e 4 m lungo quella verticale.

$$\vec{S} = (x_B - x_A, y_B - y_A)$$

$$B = A + \vec{S} = (x_A + S_x, y_A + S_y)$$

Altri esempi di grandezze vettoriali:

campo magnetico



→ Punta in una direzione

↓

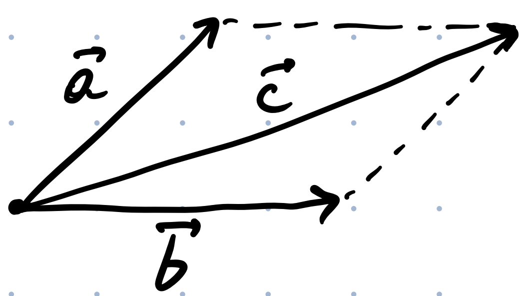
Cf. <u>Bussola</u>

(strumento che misura la direzione del vettore di campo magnetico $\vec{B}$)

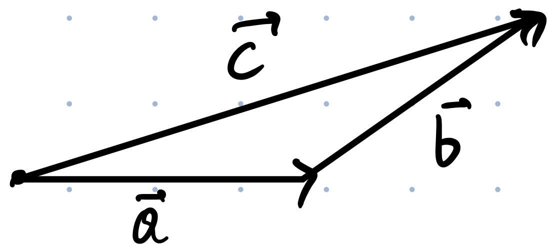
<u>ALGEBRA DEI VETTORI</u>

- Somma, prodotto scalare (prodotto vettoriale)

$\vec{a} + \vec{b}$: somma



$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$

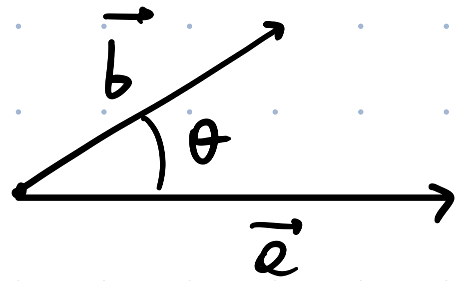


[identico]

(somma di vettori ci servirà per es. per addizionare il contributo di varie forze su un corpo)

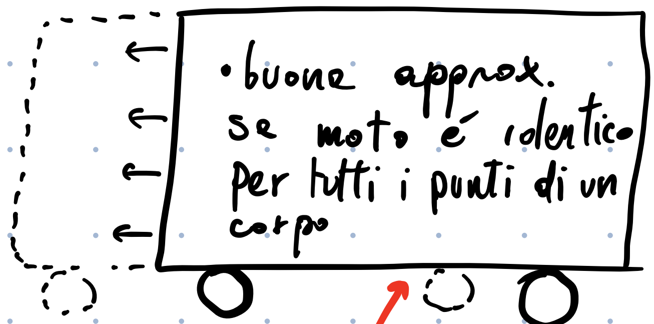
$\vec{a} \cdot \vec{b}$: prodotto scalare

$= ab \cos\theta$



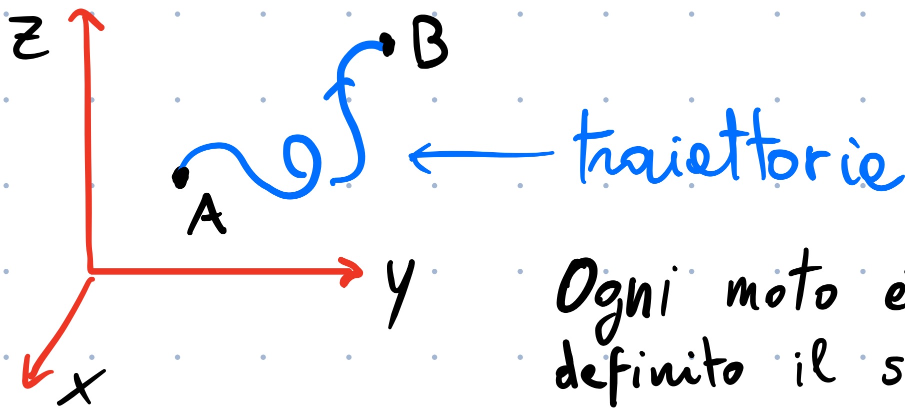
es. se $\vec{a} \perp b$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

CINEMATICA



Studio dei moti

→ caso più semplice: moto di un punto



Ogni moto é relativo! Va definito il sistema di riferimento!

Grandezze essenziali per descrivere il moto:

- spostamento: variazione di posizione
- velocità: rapidità di spostamento
- accelerazione: rapidità di cambio velocità

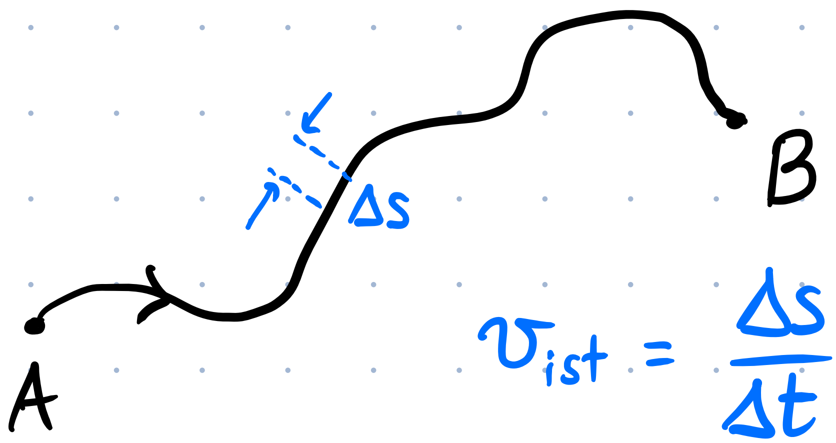
→ posizione : velocità = velocità : accelerazione

Velocità

$$v = \frac{s}{\Delta t}$$ (modulo, scalare)

→ velocità media lungo traiettoria di lunghezza s

Se Δt è molto piccolo, v prende il nome di velocità istantanea:



$$v_{ist} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$ (Δt piccolo)

[per chi conosce derivate:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \equiv v_{ist} \;\Big]$$

v é espresso in m/s oppure km/h

<u>Es.</u> Treno impiega 1:52 h min per percorrere 112 km tra Trieste e Venezia.

→ velocità media : $\bar{v} = \dfrac{112 \text{ km}}{\left(1 + \frac{52}{60}\right) h} =$

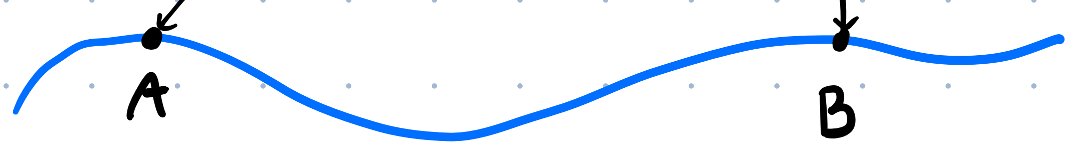
$= \dfrac{112}{112} \cdot 60 \; \dfrac{km}{h} = 60 \text{ km/h}$

Lungo il percorso : 8 fermate dove velocità istantanea é $v_{ist} = 0$!

In altri punti intermedi alle fermate $v_{ist} > \bar{v}$, es. $v_{ist} \sim 100$ km/h

• <u>Accelerazione</u> : rapidità di cambio di velocità

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$



Es: un'automobile che fa 0-100 km/h in 5 secondi ha più accelerazione di una che impiega 10 secondi.

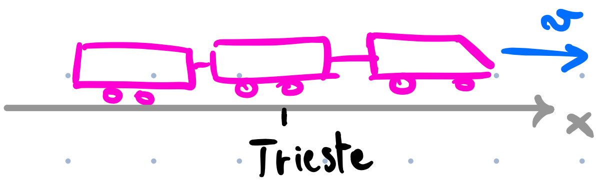
⚠ N.B. Non necessariamente l'auto con più accelerazione andrà più veloce

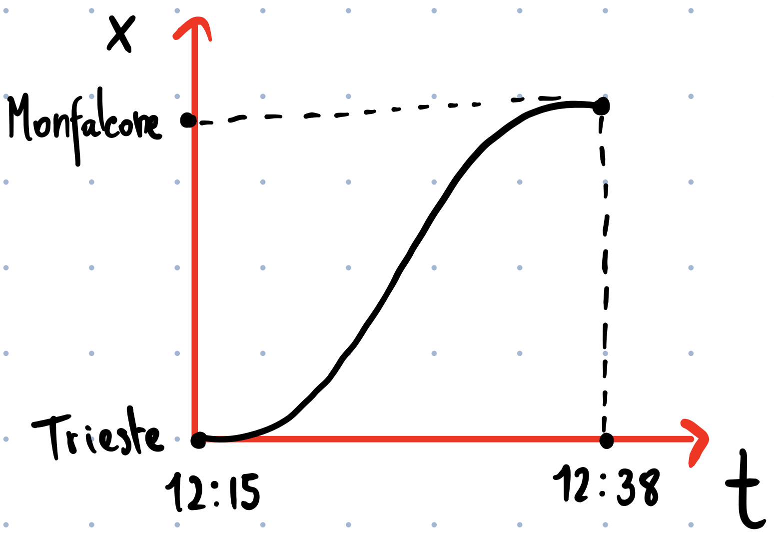
$\Rightarrow$ accelerazione $\neq$ velocità !

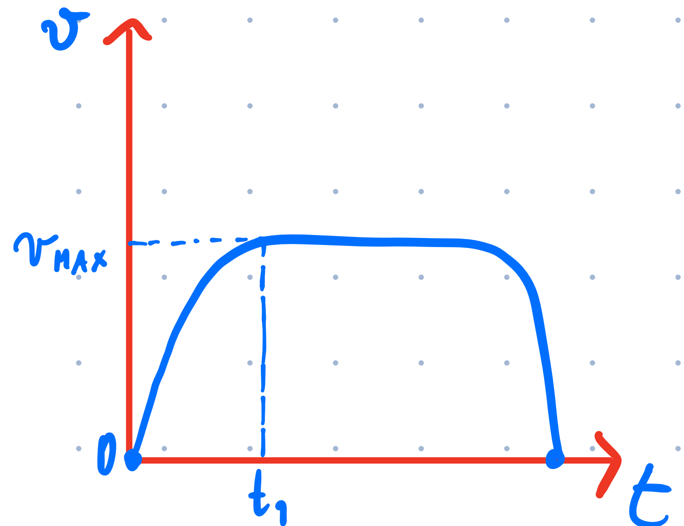
$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \left[\frac{m/s}{s} = m/s^2\right]$$

$$\xrightarrow{\Delta t \to 0} \left[a = \frac{dv}{dt}\right]$$

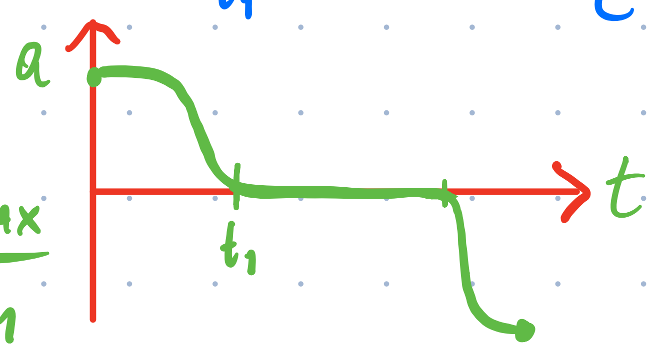
Es:







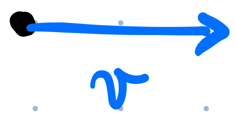
N.B. pendenza $x(t)$ positiva : $v > 0$
pendenza $x(t)$ negativa : $v < 0$



$$\bar{a}_1 = \frac{v_{MAX}}{t_1}$$

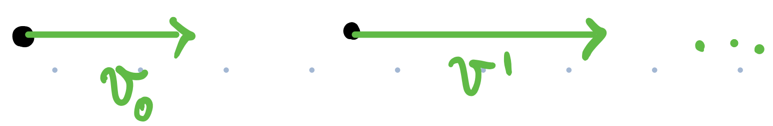
LEGGE ORARIA: posizione x ad ogni istante t: $x(t)$

- Moto rettilineo uniforme: moto di un oggetto in assenze di accelerazione



$$x(t) = v \cdot t$$

- Moto uniformemente accelerato: moto di un oggetto con accelerazione costante



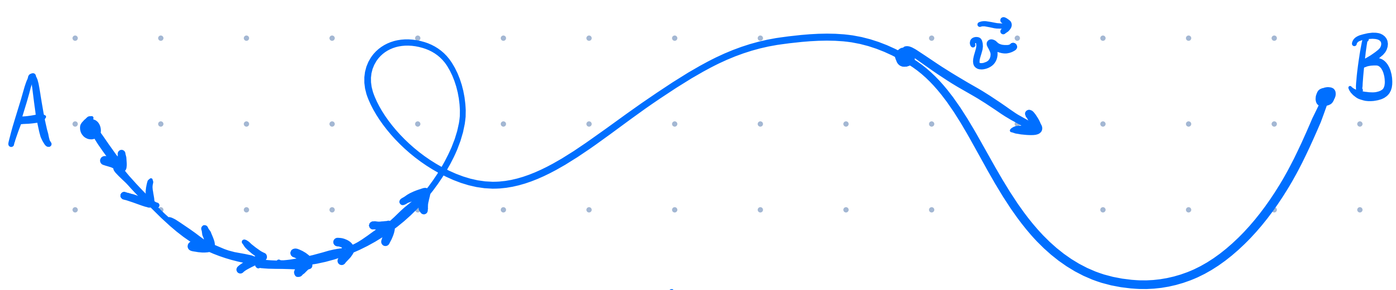
N.B. $a > 0 \quad v \uparrow$
$a < 0 \quad v \downarrow$

$$v(t) = v_0 + a \cdot t$$

$$x(t) = \int dt \, v(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

↳ integrale

N.B. in dim > 1, spostamento, velocità e accelerazione sono grandezze vettoriali!

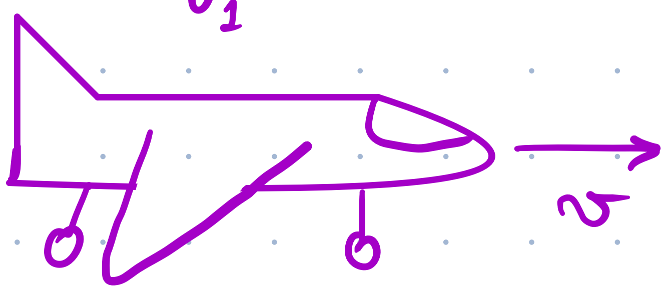


velocità: tangente a traiettoria

- Traiettoria é descritta da tanti piccoli spostamenti successivi (lineari → vettori)

→ $\vec{a} = \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

Es:

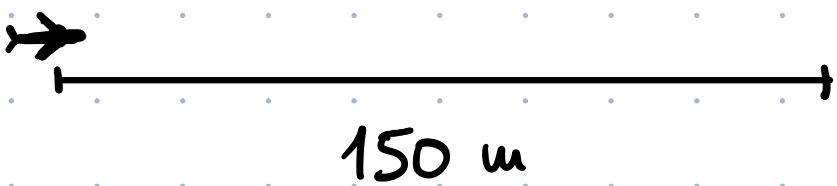


$\vec{v}_1 \parallel x$ $\qquad$ $\vec{v}_2$ ha un angolo

$\vec{v}_1 \neq \vec{v}_2$

Esercizio: Progetto per una pista di decollo

ESEMPIO 2-7 **Progetto per una pista di decollo.** Dobbiamo progettare un aeroporto per velivoli leggeri. Per poter usare questa pista un aeroplano deve raggiungere una velocità prima del decollo di almeno 27.8 m/s (100 km/h) potendo accelerare a 2.00 m/s². (*a*) Se la pista è lunga 150 m, può l'aeroplano raggiungere la velocità richiesta per il decollo? (*b*) Se no, quale lunghezza minima dovrebbe avere la pista?



$v(0) = 0$
$x(0) = 0$
$a = 2\ m/s^2$

$$\begin{cases} v(t) = v_0 + at \\ x(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \end{cases}$$

$x_{TOT} = 150 \text{ m}$

$a = 2 \text{ m/s}^2$

(a)

- $x(t) = v(0) \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$ $\quad \boxed{v(0) = 0}$

$$\Rightarrow x_{TOT} = \frac{1}{2} a t_{TOT}^2$$

$$t_{TOT} = \sqrt{\frac{2 x_{TOT}}{a}}$$

- $v(t) = at$

$$\Rightarrow v_{FIN} = a t_{TOT} = a \cdot \sqrt{\frac{2x_{TOT}}{a}} =$$

$$= \sqrt{2 x_{TOT} \cdot a}$$

NON SUFFICIENTE A DECOLLARE!

(b) $v_{FIN} = \sqrt{2 x_{TOT} \cdot a}$ $\qquad v_{FIN} \geqslant 100 \text{ km/h}$

$\qquad \geqslant 27.8 \text{ m/s}$

$$\sqrt{2x_{TOT} \cdot a} \geq 27.8\ m/s$$

$$2x_{TOT} \cdot a \geq (27.8\ m/s)^2$$

$$x_{TOT} \geq \frac{27.8^2\ m^{\cancel{2}}/\cancel{s^2}}{2 \cdot 2\ \cancel{m}/\cancel{s^2}} = 193\ m.$$

Riepilogo equazioni fondamentali:

- $v_x = v_{x_0} + a_x t$ (in generale $v_i = v_{i0} + a_i t$)
- $x = v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$ (in generale $s_i = v_{i0} t + \frac{1}{2} a_i t^2$)
- $v_x^2 = v_{0x}^2 + 2 a_x (x - x_0)$ [vedi es. piste decollo]

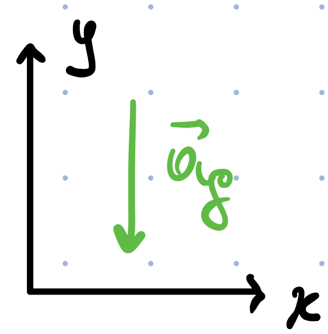
Accelerazione di gravità

- Galileo: in assenza di attrito (che vedremo nelle prossime lezione), TUTTI i corpi cadono con la stessa accelerazione

$$g = 9.81 \ m/s^2$$

$$\vec{a}_g = -g \cdot \hat{y}$$

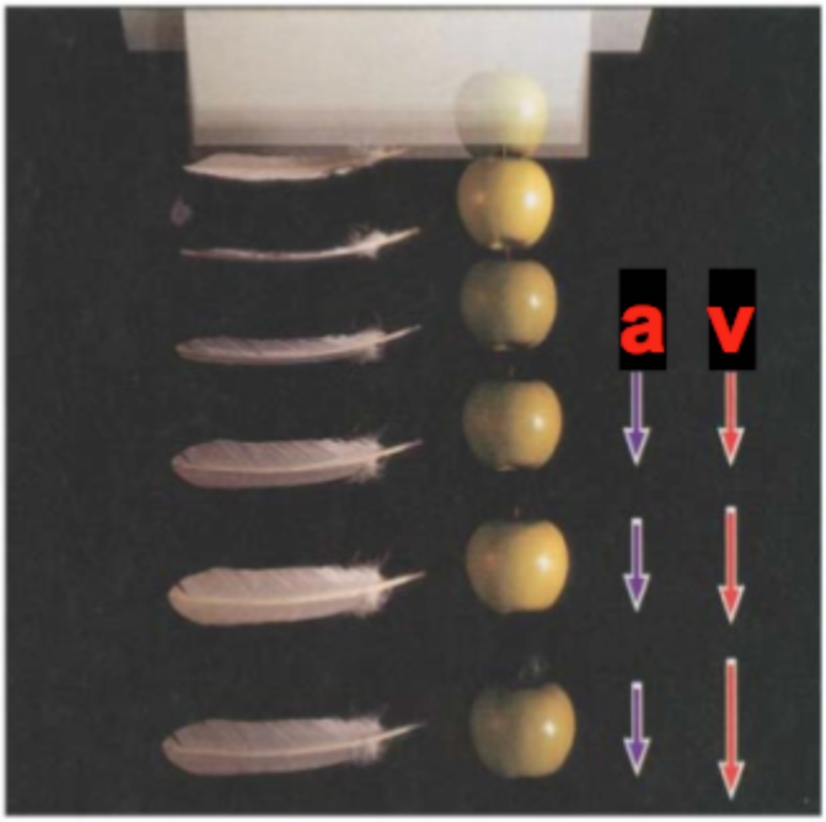
[vettore unitario lungo asse y]



- Caduta libera = moto uniformemente accelerato verso il basso (cioé verso la superficie terrestre)

$$\begin{cases} v = v_0 - gt \\ y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$ (Equazioni del moto)

[vedi VIDEO BBC]



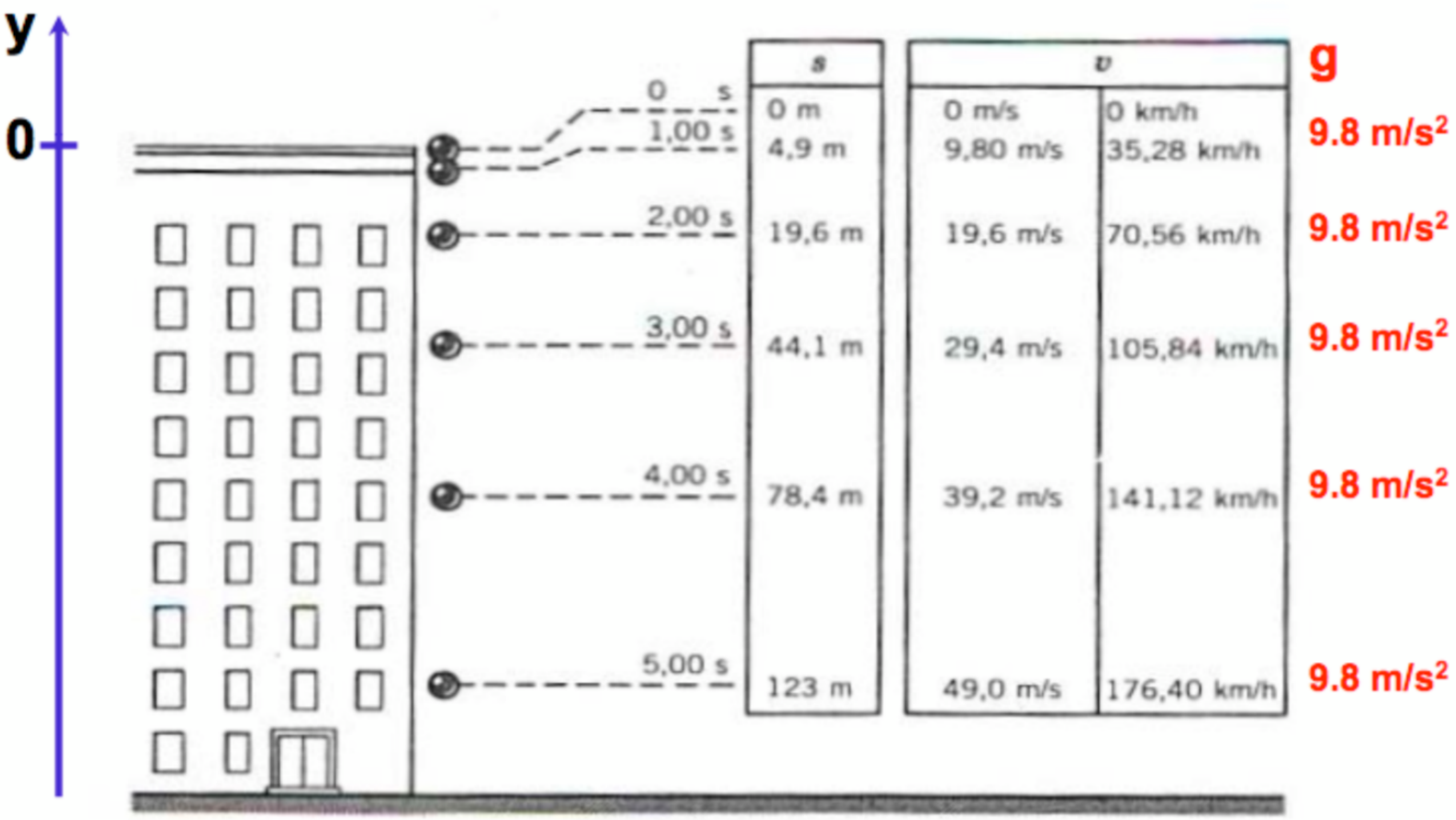
Corpi in caduta libera nel vuoto:

- accelerazione costante
- velocità aumenta linearmente nel tempo

NON DIPENDE DALLA MASSA!

esempio: caduta libera

Calcolare **posizione, velocità** ed **accelerazione** di un corpo di massa **M** in caduta libera dopo **1,2,3,4,5 secondi**



accelerazione $$a = -g = -9.8\ m/s^2$$

spostamento $$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = -\frac{1}{2} g t^2$$

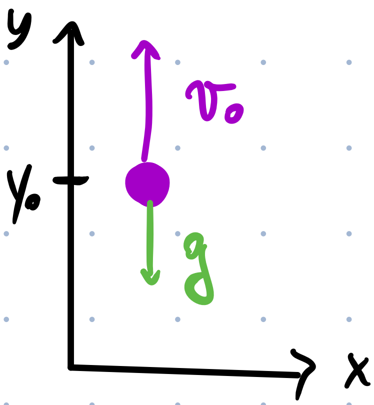
velocità $$v = v_0 - g t = -g t$$

Vale per ogni corpo indipendentemente dalla massa!

Es: • Tirando una pallina verticalmente verso l'alto, senza considerare la resistenza dell'aria, impiegherà più tempo a salire verso il punto più alto oppure a scendere?

• Supponiamo che la persona che tira la pallina sia alta $y_0 = 1.80\ m$, e che il lancio avvenga con velocità iniziale $v_0 = 35\ Km/h$. Quanto tempo impiega a raggiungere il punto più alto? Quanto è l'altezza raggiunta? Dopo quanto tempo la pallina tocca terra?

Soluzione:



$$v = v_0 - gt$$

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

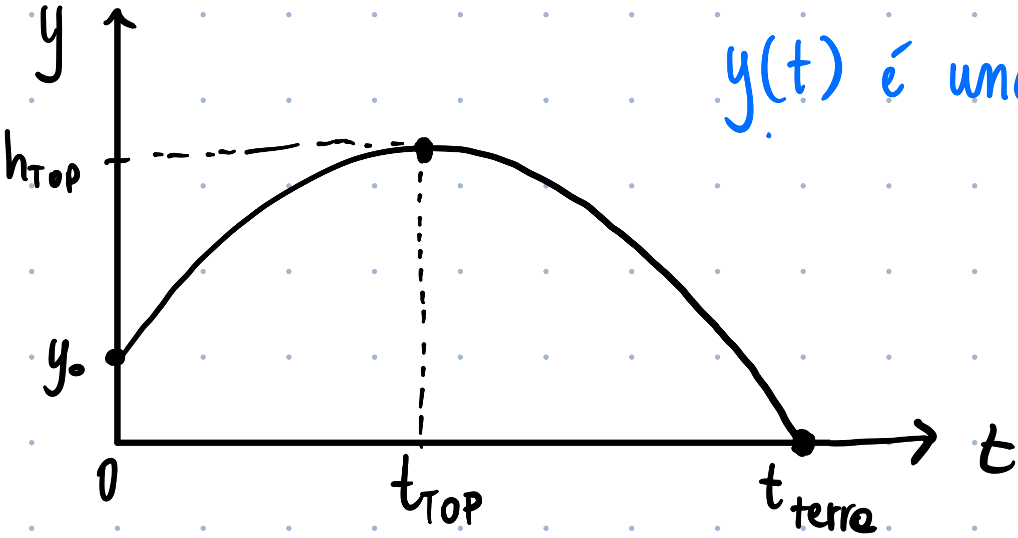
• Nel punto più alto $\Rightarrow$ $v = 0$
(perché il moto inverte di direzione)

$\Rightarrow 0 = v_0 - g t_{TOP}$, $t_{TOP} = v_0 / g = \dfrac{35\ Km/h}{9.81\ m/s^2}$

$= 0.99\ s$

$$h_{TOP} = y_0 + v_0 t_{TOP} - \frac{1}{2} g t_{TOP}^2 = 6.62\ m$$

- Legge del moto:



$y(t)$ é una parabola.

- t_{terre} : $y = 0$

$$0 = \overset{c}{y_0} + \overset{b}{v_0}\, t_{terre} \overset{a}{- \frac{1}{2} g}\, t_{terre}^2$$

[vedi $ax^2 + bx + c = 0$ eq. di 2° grado]

$$\Longrightarrow t_{terre} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2 g y_0}}{-g}$$

$$= 2.15\ s$$

- se fosse partita da terre:

$y_0 = 0 \rightarrow t_{top} = v_0 / g$

$$\rightarrow t_{terre} = \frac{-v_0 \cdot 2}{g} = 1.98\ s = 2 \times t_{TOP}$$

La traiettoria é simmetrica!
(attorno al punto di massima altezza)