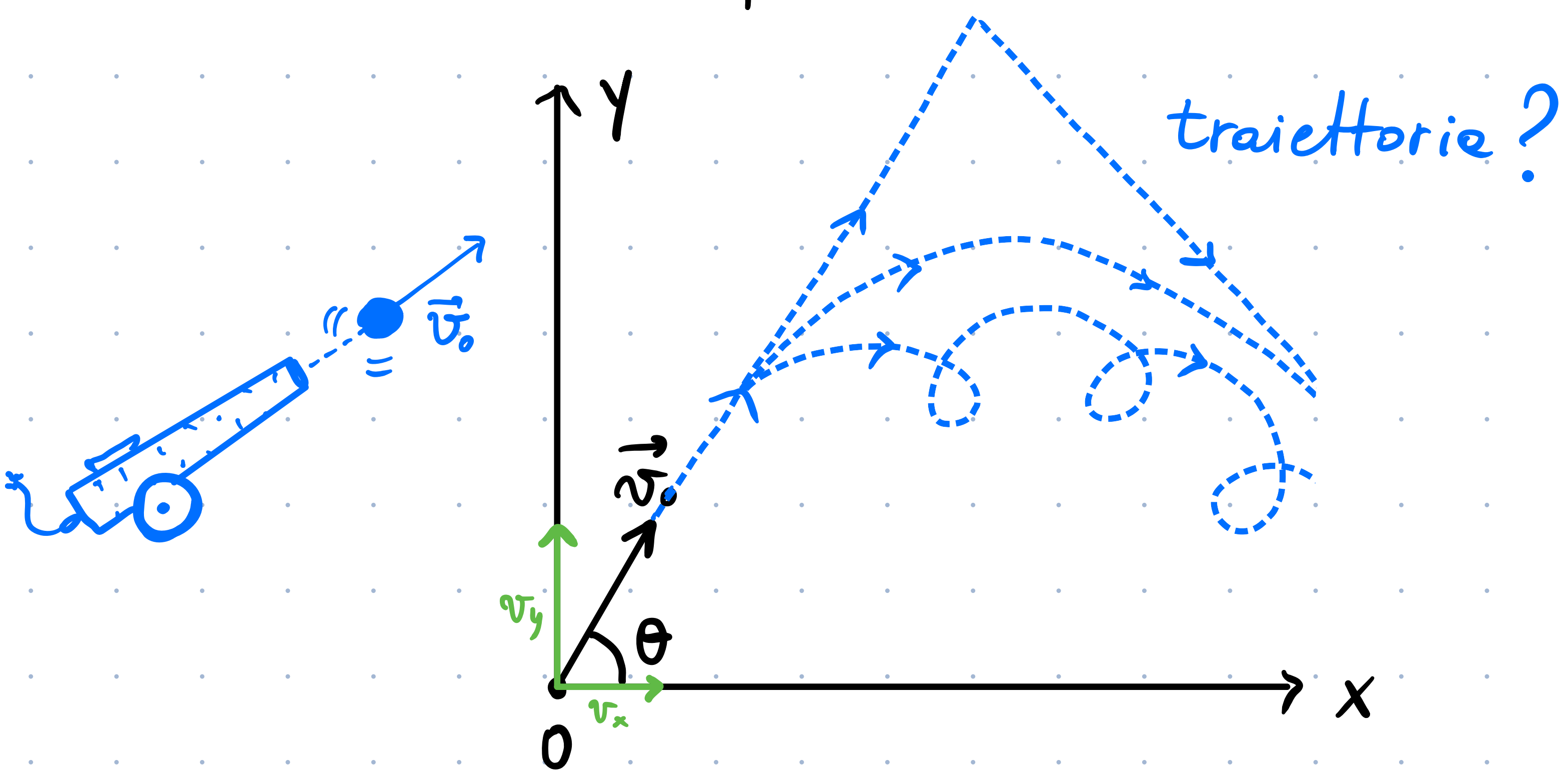
LEZIONE 3: moti curvi e circolari.

Dinamica: forze, quantità di moto. Inerzia. Statica. Forza elastica.

Moti in 2 dimensioni

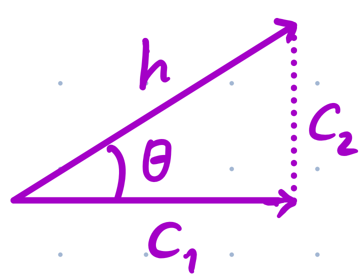
CASO 1: accelerazione costante

→ il moto di un proiettile



- Consideriamo solo la gravità, non la resistenza dell'aria (per il momento).

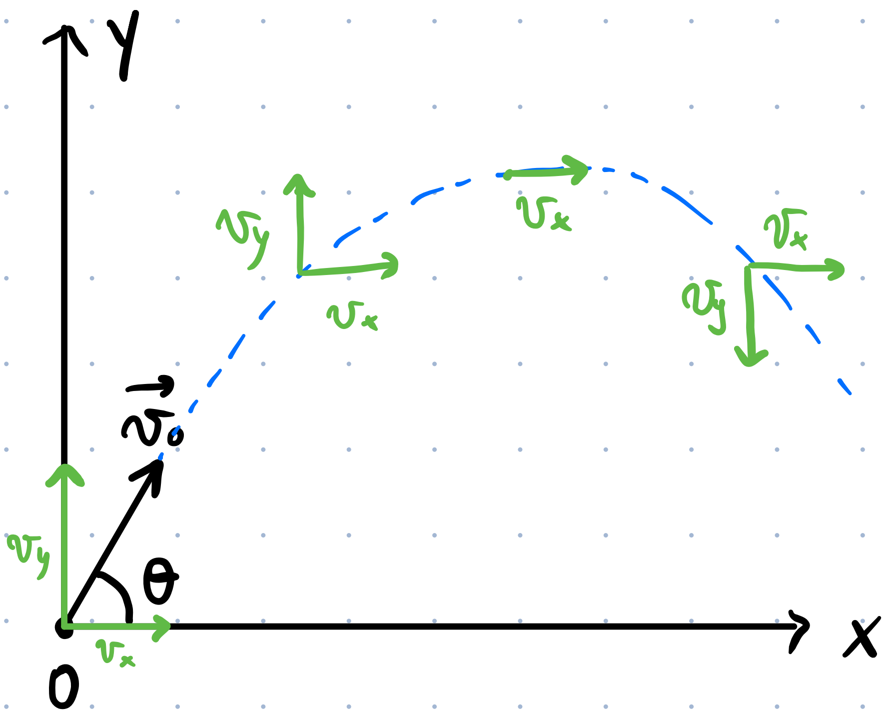
→ Moto orizzontale e verticale sono indipendenti:



$$\begin{cases} \cos\theta = \dfrac{c_1}{h} \\ \sin\theta = \dfrac{c_2}{h} \end{cases}$$

$$\vec{v}_0 = v_{0x}\,\hat{x} + v_{0y}\,\hat{y}$$

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\theta \\ v_{0y} = v_0 \sin\theta \end{cases}$$



$a_x = 0$
$a_y = -g$

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\theta$$ (NO ACCEL. → v_x costante)

$$\longrightarrow x(t) = v_{0x} \cdot t = v_0 \cos\theta \cdot t$$

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin\theta - gt$$

$$\longrightarrow y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = v_0 \sin\theta\, t - \frac{1}{2} g t^2$$

- Lungo $\hat{y}$ il moto é uniformemente accelerato.

- Traiettorie : $t = \dfrac{x}{v_0 \cos\theta}$

$$y = \cancel{v_0} \sin\theta \frac{x}{\cancel{v_0} \cos\theta} - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{(v_0 \cos\theta)^2}$$

$$\Rightarrow \quad y = \tan\theta \cdot x - \frac{g}{2 v_0^2 \cos\theta^2} x^2$$

E' una parabole !

Es. Calcoliamo la gittata, i.e. distanze a cui il proiettile tocca terra.

R : $\quad x = R$ quando $y = 0$

$$\rightarrow \quad 0 = \tan\theta \cdot R - \frac{g}{2 v_0^2 \cos\theta^2} R^2$$

$$R\left(\tan\theta - \frac{g}{2 v_0^2 \cos\theta^2} R\right) = 0$$

$$R = \tan\theta \cdot \frac{2 v_0^2 \cos\theta^2}{g} =$$

$$= \frac{\sin\theta}{\cancel{\cos\theta}} \, 2 v_0^2 \, \frac{\cos\theta^{\cancel{2}}}{g} = \frac{v_0^2}{g} \cdot 2 \sin\theta \cos\theta$$

$$= \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\theta \qquad [\sin 2\theta = 2 \sin\theta \cos\theta]$$

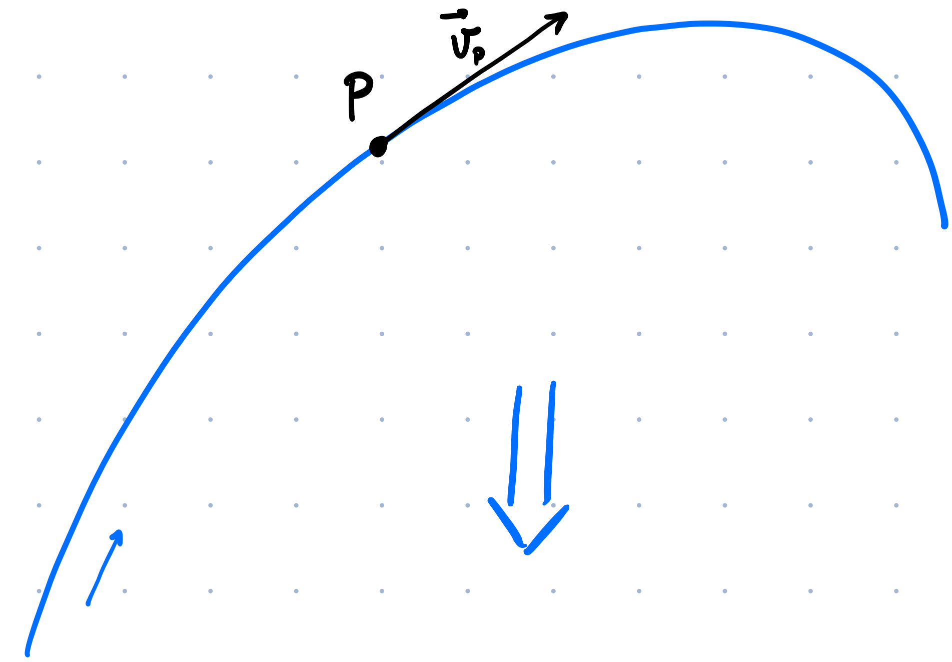
Ad esempio, per $\theta = 45°$ $\left[45° = \frac{\pi}{4}\right]$

$$\rightarrow R = \frac{v_0^2}{g} \qquad \left[\sin 2\theta = \sin \frac{\pi}{2} = 1\right]$$

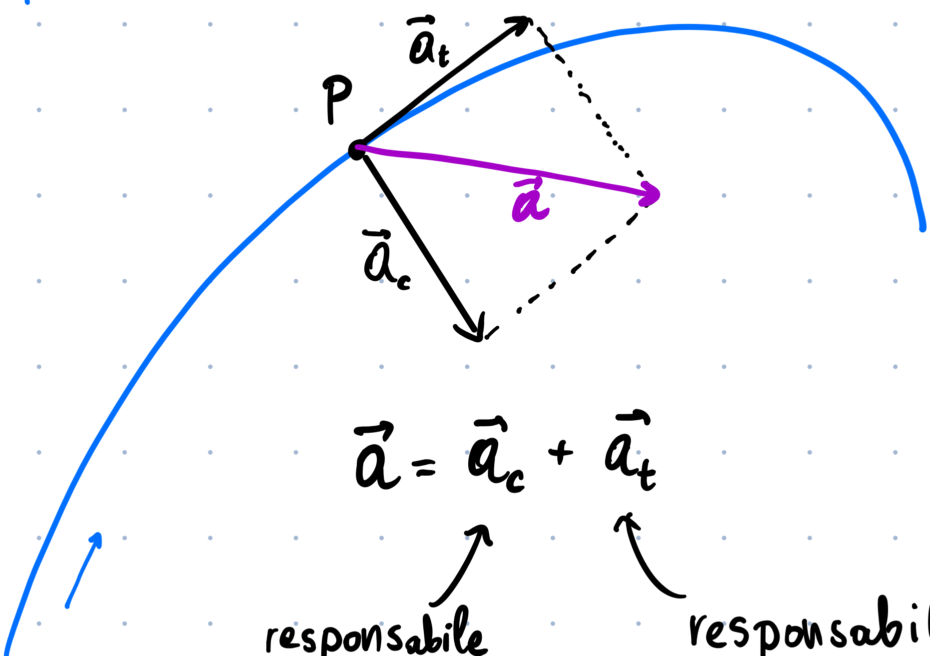
↳ sulle Luna, dove l'acceleraz. di gravitá é $\frac{1}{6}$ che sulle Terra, ossia $g_{Luna} = \frac{1}{6} g$, una palle lanciata alle stessa velocité atterre 6 volte piú lontano che sulle Terra!

CASO 2: moto con accelerazione variabile

MOTO CURVILINEO: traiettorie curve



$\Downarrow$



$$\vec{a} = \vec{a}_c + \vec{a}_t$$

responsabile del cambio di direzione del vettore $\vec{v}$

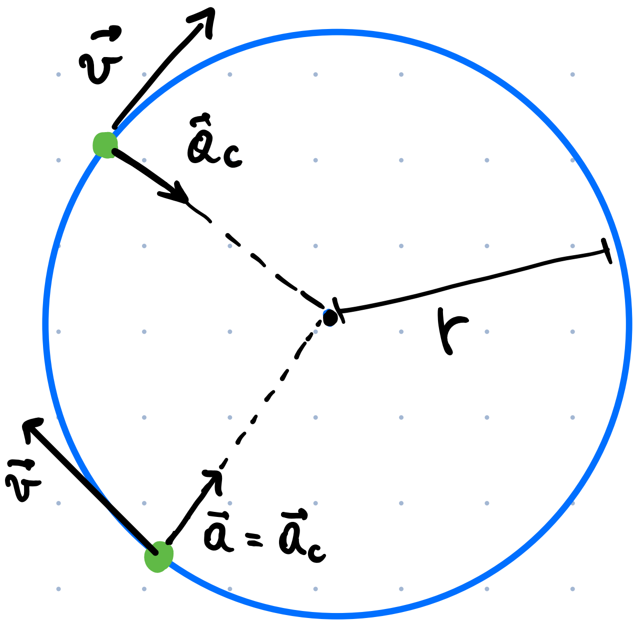
$\rightarrow a_c = \dfrac{v^2}{R}$

responsabile del cambio di modulo del vettore $\vec{v}$, cioé $|\vec{v}| \rightarrow a_t = \dfrac{dv}{dt}$

N.B. $a \neq a_c + a_t$, bensí $a = \sqrt{a_c^2 + a_t^2}$

ESEMPIO : Moto circolare uniforme

Moto di un corpo su una traiettoria circolare con velocità costante in modulo



Dato che $\vec{v}$ cambia direzione si ha accelerazione centripeta.

$|\vec{v}| = \text{cost.}$

- Tempo necessario a fare una rivoluzione completa : periodo T (s)
- Inverso del periodo : frequenza ν (Hz)

$$T = \frac{2\pi r}{v} \, , \qquad v = \frac{2\pi r}{T}$$

velocità lineare (modulo)

ω : velocità angolare (rad/s)

ossia la rapidità con cui l'angolo viene spazzato.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad \left[\frac{d\theta}{dt}\right] \text{ per } \Delta t \to 0$$

$$\hookrightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$$

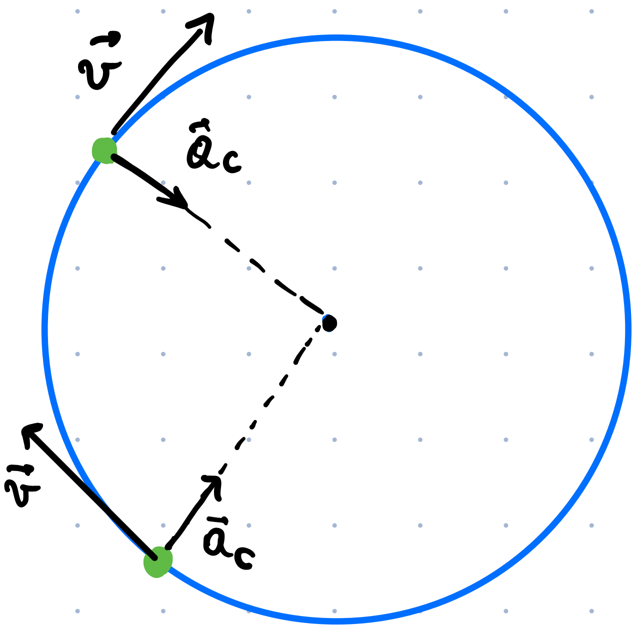
$2\pi \leftarrow$ angolo giro in rad

$T \leftarrow$ tempo per percorrere giro

$$= 2\pi\nu = \frac{v}{r}$$

$$\rightarrow \quad v = \omega \cdot r$$

- Accelerazione centripete :



$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$$\left[\Delta t \to 0 \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}\right]$$

$|\vec{a}|$ é costante nel tempo

Modulo di $\vec{a}_c$:

$$|a_c| = \left|\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}\right| = \frac{v^2}{r}$$

DEMO periodo della posizione $T = \frac{2\pi r}{v}$

periodo della velocité $T = \frac{2\pi v}{a}$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{2\pi} r}{v} = \frac{2\pi v}{a} \rightarrow a = \frac{v^2}{r}$$

applicazione: g-LOC

[g-induced loss of consciousness]

aereo che compie il <u>cerchio della morte</u>:

il corpo del pilota subisce una **accelerazione centripeta** con la testa rivolta verso il centro di curvatura

- cala la pressione sanguigna al cervello
- perdita funzioni cerebrali

$a_c = 2g - 3g$ → **pesantezza**

$a_c = 4g$ → **perdita percezione colori / si restringe il campo visivo**

$a_c > 4g$ → **cessa la visione / perdita di conoscenza**

esempio: qual è l'accelerazione centripeta a cui è sottoposto un pilota di F-22 che vola a velocità di **694 m/s** percorrendo un arco di cerchio di raggio di curvatura **r = 5.8 km** ?

sebbene la velocità scalare sia costante,
esiste accelerazione centripeta causata da traiettoria circolare.

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(649m/s)^2}{(5.8\,10^3 m)} = 83.0\,m/s^2 = 8.5\,g$$

FORZE

Finora abbiamo studiato i moti senze chiederci che cosa induce un corpo a muoversi: CINEMATICA

↳ La parte delle meccanice che studia le cause del moto: DINAMICA

FORZA: ogni causa esterna in grado di modificare lo stato di quiete (o moto rettilineo uniforme) di un corpo.

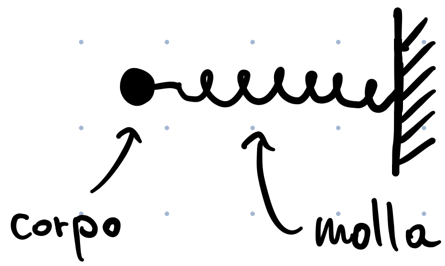
↳ 1° principio delle dinamica:

Un corpo non sottoposto a forze permane nel suo stato di quiete o moto rettilineo a velocité costante

PRINCIPIO DI INERZIA

· Inerzia: proprietá dei corpi o "tendenza" a permanere nel proprio stato di moto

ESEMPIO Forza elastica di una molla



$F = k \cdot x$ Legge di Hooke

k: costante elastica

x: deformazione della molla dalla posizione di equilibrio

N.B. Le forze sono grandezze vettoriali!

- Le forze si sommano, e la risultante per un corpo in quiete (o in moto rettilineo uniforme) deve essere nulla!

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = 0$$

- Una forza applicata ad un corpo varia la sua velocità: causa una accelerazione.

↳ 2° principio della dinamica : legge di Newton

Questa accelerazione é direttamente proporzionale alla forza impressa: $\vec{F} = m\vec{a}$

$$\sum \vec{F} = \vec{a} \cdot m \qquad m: \text{massa (inerziale)}$$

Modulo di una forza si misura in Newton.

Newton : forza richiesta per accellerare una massa di 1 kg a 1 m/s^2

cioé $1\ N = 1\ kg \cdot m \cdot s^{-2}$

QUANTITA' DI MOTO:

$$\vec{q} = m \cdot \vec{v}$$

→ legge di Newton $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{q}}{dt}$

- Forza é proporzionale alla variazione di quantità di moto
- Se $\vec{F}_{tot} = 0$, $\vec{q}$ si conserva

→ conservazione della quantità di moto

↳ Terzo principio della dinamica

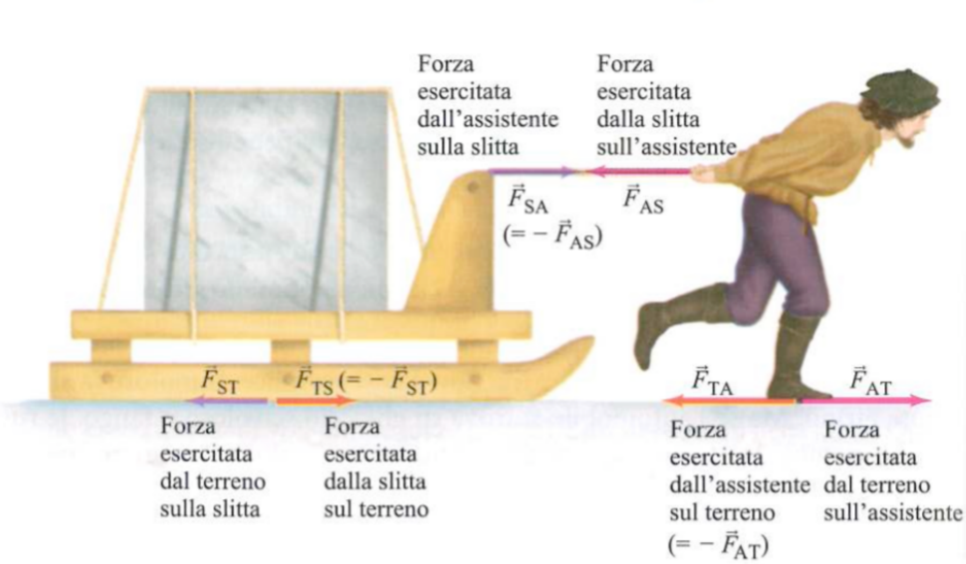
"principio di azione e reazione"

Se due corpi interagiscono, le forze esercitate da uno sull'altro sono:

- uguali in modulo e direzione
- opposte in verso

Es. propulsione di tutti gli animali

ESEMPIO CONCETTUALE 4-5 **Chiarimento sulla terza legge del moto.** All'assistente di Michelangelo è stato assegnato il compito di spostare un blocco di marmo usando una slitta (fig. 4-12). L'assistente chiede al suo capo: «Maestro, quando esercito una forza in avanti sulla slitta, la slitta esercita una forza uguale e opposta all'indietro. Perciò come posso anche solo cominciare a spostarla? Non importa quanto tenacemente io tiri, la reazione all'indietro della forza uguaglia sempre la mia forza in avanti, perciò la forza risultante deve essere zero. Non sarò mai in grado di muovere questo carico». È corretto?



RISPOSTA No. Sebbene sia vero che le forze di azione e reazione sono uguali in modulo, l'assistente ha dimenticato che esse vengono esercitate su oggetti differenti. La forza in avanti ("azione") viene esercitata dall'assistente sulla slitta (fig. 4-12), mentre la forza di "reazione" all'indietro viene esercitata dalla slitta sull'assistente. Per determinare se *l'assistente* si muove o no, dobbiamo considerare solo le forze agenti *sull'assistente* e poi applicare la relazione $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$, dove $\Sigma\vec{F}$ è la forza risultante *sull'assistente*, $\vec{a}$ è l'accelerazione dell'assistente e m è la massa dell'assistente. Ci sono due forze agenti sull'assistente che influenzano il suo moto in avanti: sono mostrate come frecce rosso magenta nelle figure 4-12 e 4-13; esse sono (1) la forza orizzontale $\vec{F}_{AT}$ esercitata sull'assistente dal terreno – più forte egli spinge indietro contro il terreno, più forte il terreno spinge in avanti su di lui (terza legge di Newton) – e (2) la forza $\vec{F}_{AS}$ esercitata sull'assistente dalla slitta, che lo spinge indietro (fig. 4-13). Se egli spinge abbastanza forte sul terreno, la forza esercitata su di lui dal terreno, $\vec{F}_{AT}$, sarà più grande di quella della slitta che spinge all'indietro, $\vec{F}_{AS}$, e l'assistente accelera in avanti (seconda legge di Newton). La slitta, d'altro canto, accelera in avanti quando la forza esercitata *su di essa* dall'assistente è maggiore della forza d'attrito esercitata all'indietro su di essa dal terreno (cioè, quando $\vec{F}_{SA}$ ha modulo maggiore di $\vec{F}_{ST}$ in figura 4-12).