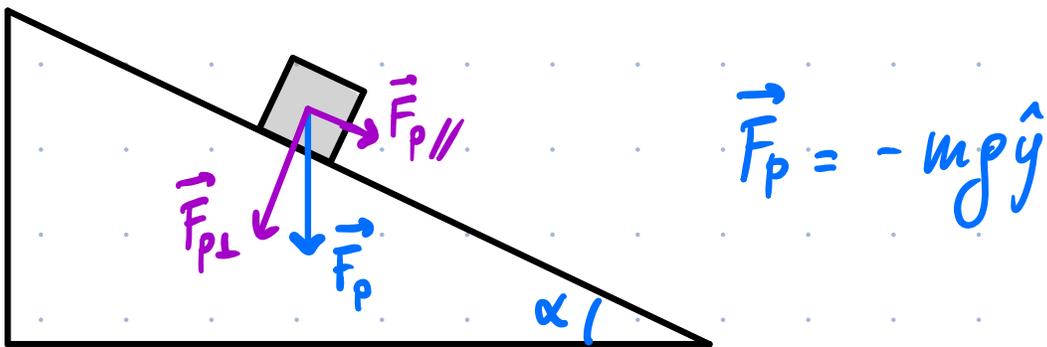
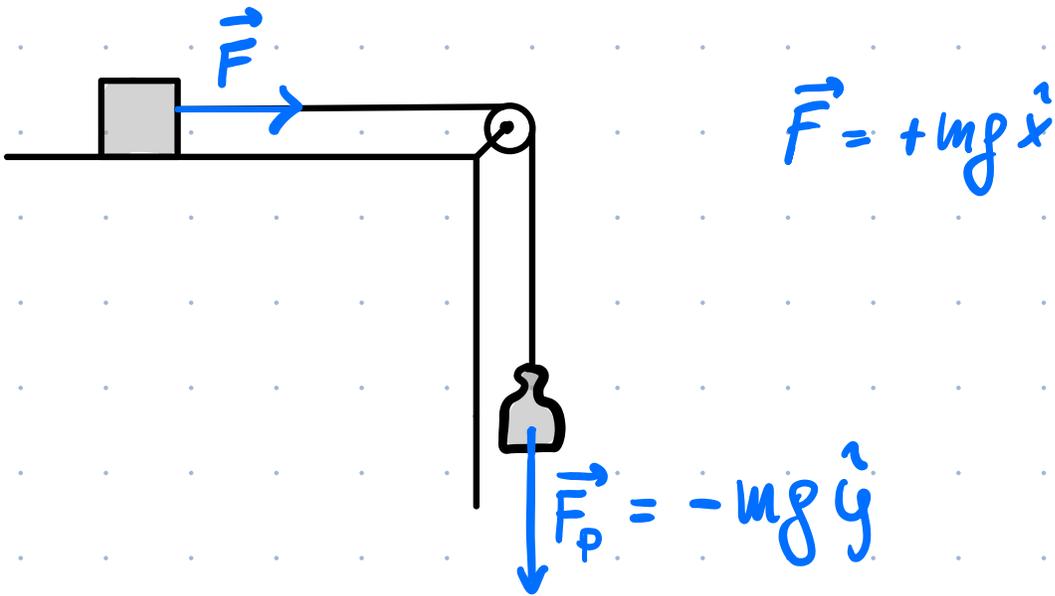


LEZIONE 4: Forze di attrito. Momento di una forza. Lavoro meccanico. Energie cinetiche e potenziale.

Forza peso (gravità): $\vec{F}_p = -mg\hat{y}$

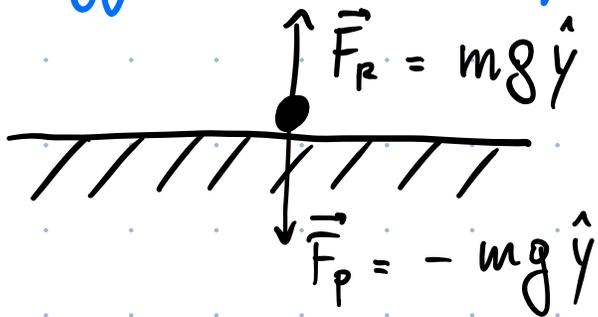


$$F_{p\parallel} = mg \sin \alpha$$

$$F_{p\perp} = mg \cos \alpha$$

Reazione del vincolo :

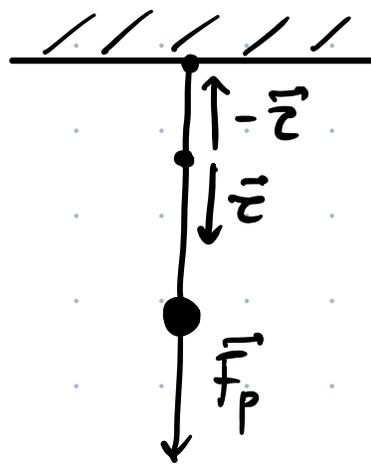
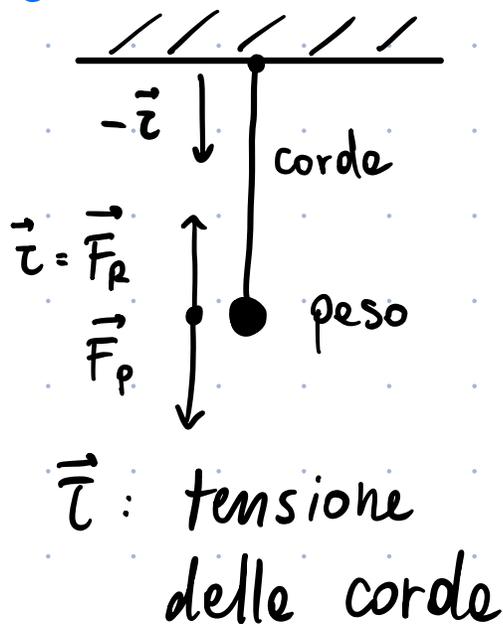
- corpo che preme su una superficie vincolata
- oggetto su un piano di appoggio



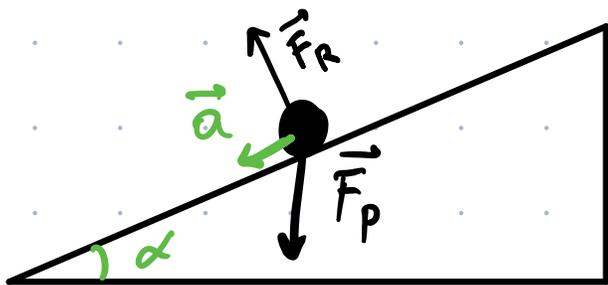
→ determina l'equilibrio statico

→ \vec{F}_R è sempre \perp alla sup. di appoggio

- oggetto appeso ad una corde



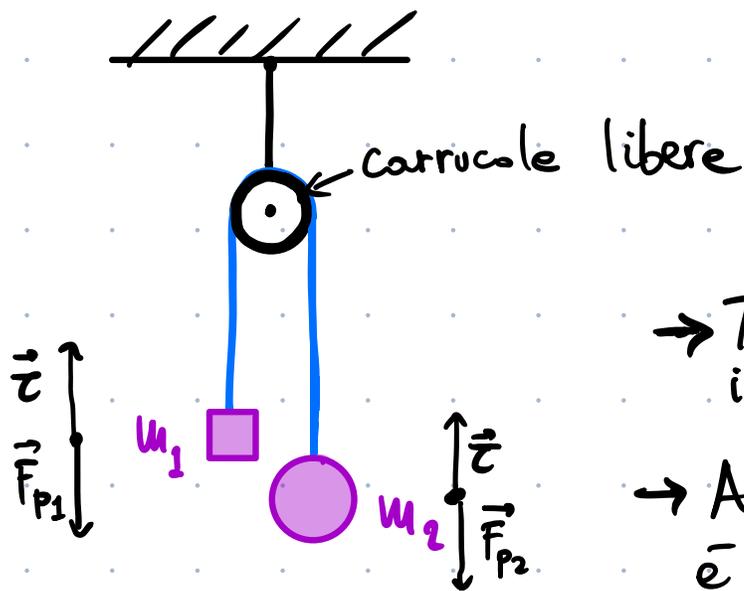
- piano d'appoggio inclinato



- La reazione di un vincolo non sempre bilancia le forze peso

$$a = g \cdot \sin \alpha$$

Esempio



→ Tensione corda uguale per i due oggetti

→ Accelerazione dei due è uguale perché connessi da corda in tensione.

• oggetto 1: $\tau - m_1 g = m_1 a$

• oggetto 2: $m_2 g - \tau = m_2 a$

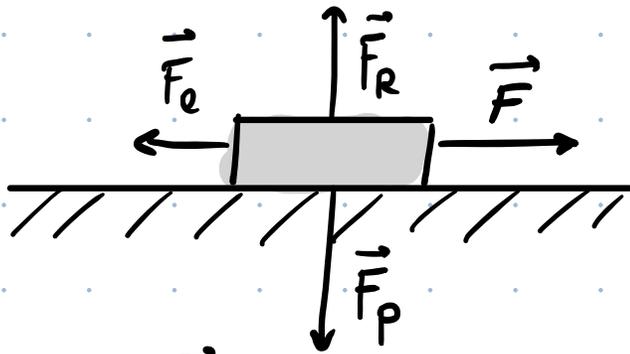
$$\rightarrow m_2 g - m_1 g = m_1 a + m_2 a$$

$$\Rightarrow a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) \cdot g$$

$$\Rightarrow \tau = \left(\frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) \cdot g$$

se $m_1 = m_2 = m$: $a = 0$, $\tau = mg$

Forza d'attrito (tra superfici)



$$\vec{F}_R = -\vec{F}_p$$

\vec{F}_e : si oppone al moto lungo la superficie
→ è parallela alle superficie di contatto

→ $|\vec{F}_e|$ dipende dalle ruvidità delle superfici (non dall'area in contatto)

→ $|\vec{F}_e| \propto |\vec{F}_R|$. In particolare:

- Attrito statico: $F_e = \mu_s F_R$
- Attrito dinamico: $F_e = \mu_d F_R$

μ_s e μ_d : coefficienti d'attrito statico e dinamico

$$[\mu_d < \mu_s]$$

↳ forza di attrito statico determina la forza minima necessaria per mettere in moto un corpo poggiato su una superficie.

⇒ se $|\vec{F}| < |\vec{F}_a|$ il corpo non si muove.

Es coefficienti di attrito

- Acciaio su acciaio: $\mu_s = 0.75$
- Acciaio su ghiaccio: $\mu_s = 0.027$
- Gomma su cemento asciutto: $\mu_d = 0.65$
- Gomma su cemento bagnato: $\mu_d = 0.4$

Altre forze di attrito:

- resistenza dell'aria $\rightarrow F_a = -\beta v^2$
- attrito viscoso $\rightarrow F_v = -\beta v$

ESERCIZIO

- Palline lanciate con attrito

dell'aria. Più tempo a salire o scendere?
Risposta: più tempo a scendere.

MOMENTO DI UNA FORZA

- Consideriamo \vec{F} applicate in punto P
- Consideriamo punto $O \equiv P$

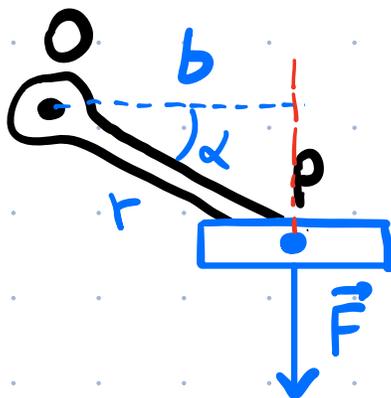
Momento di \vec{F} = vettore \vec{M} diretto perpendicolarmente al piano dove giacciono \vec{F} e il segmento \overline{PO} , con modulo:

$$M = r F \sin \alpha$$

dove r = lunghezza di \overline{PO}
 α = angolo tra \vec{F} e \overline{PO}

(verso di \vec{M} → regole della mano dx)

Es:



$$M = F \cdot r \cdot \sin \alpha$$

$$b = r \cdot \sin \alpha$$

← braccio di \vec{F} rispetto a O

- Bracci: distanze tra O e retta d'azione di \vec{F}

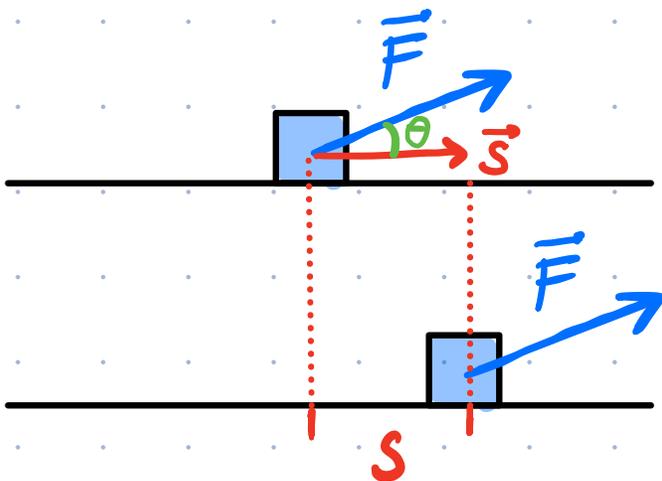
- Il braccio di \vec{F} (e quindi il momento di \vec{F}) esprimono la capacità di \vec{F} di attuare la rotazione di un corpo rigido.

LAVORO MECCANICO (DI UNA FORZA)

- Lavoro = energie trasferite a un corpo o da un corpo per mezzo di una forza

- Supponiamo \vec{F} costante nel tempo applicata a punto P, che di conseguenza compie spostamento \vec{s}

$$\rightarrow \mathcal{L} = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos \theta$$



→ Per il lavoro, conta solo la componente della forza parallela allo spostamento.

Proprietà del lavoro meccanico

- E' uno scalare
- $L = 0$ se $\vec{F} = 0$
- $L = 0$ se $\vec{s} = 0$
- $L = 0$ se $\vec{s} \perp \vec{F}$
- $L > 0$ se \vec{F}_{\parallel} è concorde e \vec{s}
- $L < 0$ se \vec{F}_{\parallel} è discorde e \vec{s}

Es \vec{F}_e (forza di attrito) compie un lavoro $L_e < 0$

• Unità di misura: $N \cdot m = \text{Joule}, J$

• **POTENZA** = lavoro per unità di tempo

$$\bar{P} = \frac{L}{\Delta t} \quad \left[P = \frac{dL}{dt} \right]$$

$$\bar{P} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{s}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

- Unità di misura: $N \cdot \frac{m}{s} = \frac{J}{s} = \text{Watt}, W$
 $\Rightarrow 1 \text{ Watt} = 1 \frac{J}{s}$

[oppure cavalli (hp)]

$$1 \text{ Wh} = 1 \text{ Watt ore} = 1 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = \\ = 3.6 \cdot 10^3 \text{ J} = 3.6 \text{ kJ}$$

$$1 \text{ kWh} = 3.6 \text{ MJ}$$

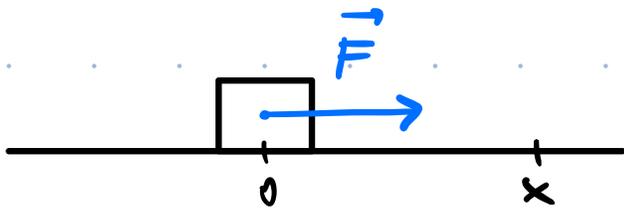
ENERGIA CINETICA

- Energie cinetiche E_k : energie associate al moto di un corpo

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

- Unità di misura: $kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg \frac{m}{s^2} \cdot m \\ = N \cdot m = J$

• Da dove esce?



$$\mathcal{L}_{TOT} = Fx = max$$

• Per moto ad acceleraz. costante:

$$\begin{cases} v_1 = v_0 + at \\ x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \end{cases} \rightarrow t = \frac{v_1 - v_0}{a}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow x &= v_0 \frac{(v_1 - v_0)}{a} + \frac{1}{2} a \frac{(v_1 - v_0)^2}{a^2} = \\ &= \frac{v_1 v_0 - v_0^2}{a} + \frac{1}{2} \frac{(v_1^2 + v_0^2 - 2v_1 v_0)}{a} = \\ &= \frac{\cancel{2v_1 v_0} - 2v_0^2 + v_1^2 + v_0^2 - \cancel{2v_1 v_0}}{2a} = \\ &= \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow ax = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2}$$

$$\mathcal{L}_{TOT} = m \left(\frac{v_1^2 - v_0^2}{2} \right) = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

⇒ Le grandezze la cui variazione è uguale al lavoro meccanico svolto prende il nome di "energia cinetica".

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

• Il lavoro totale delle forze agenti su un corpo uguaglia la variazione di energia cinetica del corpo

$$L_{TOT} = L_1 + L_2 + \dots = \Delta E_k$$

$$E_{k,fin} = E_{k,in} + L_{TOT}$$

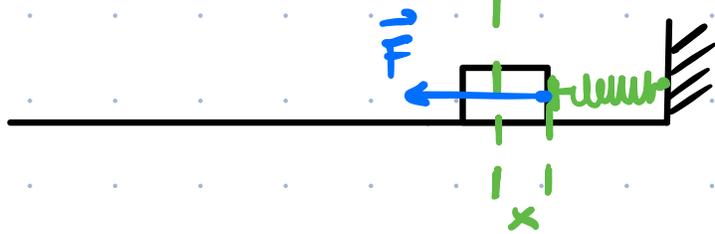
ENERGIA POTENZIALE

L'energia cinetica è una delle possibili forme di energia. In maniera più generica, l'energia di un corpo esprime la sua "attitudine" a compiere lavoro.

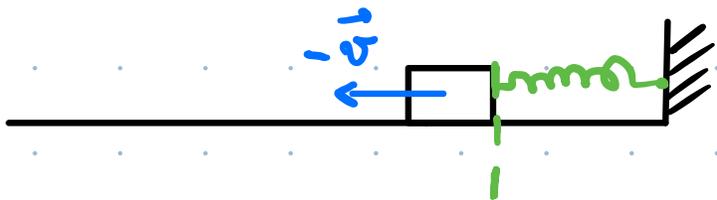
→ Esistono diverse forme di energie, le quali si possono convertire una nell'altra



$$E_1 = E_k = \frac{1}{2} m v^2$$



$$E_2 = E_d = \frac{1}{2} k x^2$$



$$E_3 = E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_1 = E_2 = E_3$$

$$\implies \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m v^2$$

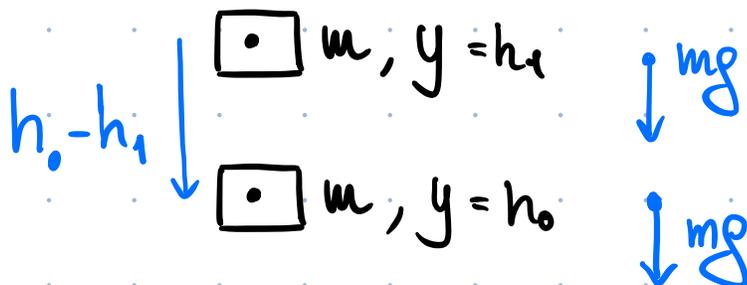
$$x = \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot v$$

- Energie potenziale = energie "immagazzinate" grazie ad una forza, la cui variazione tra stato finale e stato iniziale eguaglia il lavoro svolto dalla forza.

Esempio: Forza peso

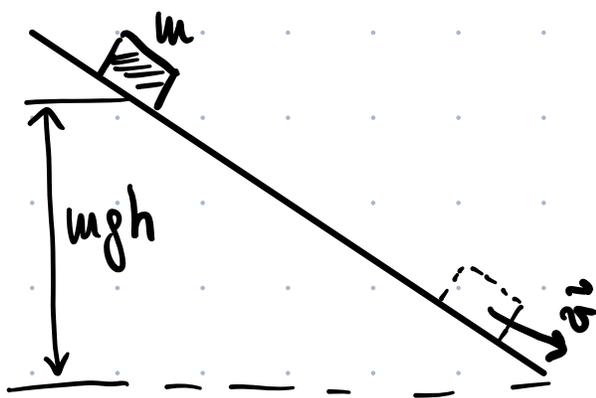
$$L = m g (h_0 - h_1)$$

$$E_{pot} = m g h$$



↓
Energie associate alla posizione di un corpo (in virtù della gravità)

↳ Cadendo il corpo può compiere un lavoro, trasformando ad esempio la sua energia potenziale in energie cinetiche.



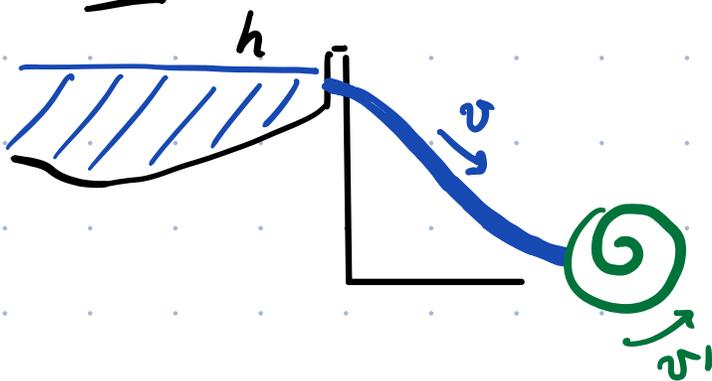
$$\Delta E_k = \Delta_{TOT} = \Delta E_{pot}$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

- La somma di energie cinetica e potenziale, in assenza di attrito, si conserva.

Es Centrale idroelettrica



→ generare corrente elettrica → principio di induzione (vedremo a fine corso)