

# Geometria 3 – Topologia

## Foglio di esercizi 6

Anno accademico 2021-2022

27/11/2021

- 1) Sia  $X$  uno spazio  $T_2$  e localmente compatto. Dimostrare che ogni punto di  $X$  ammette una base di intorni compatti.
- 2) Dimostrare che  $\mathbb{R} - \{0\}$  non è connesso.
- 3) Dimostrare che  $\mathbb{R}^n - \{0\}$  è connesso per archi se  $n \geq 2$  e dedurre che  $S^n$  è connesso per archi se  $n \geq 1$ .  $S^0$  è connesso?
- 4) Sia  $Y \subset \mathbb{R}^2$  un sottoinsieme finito. Dimostrare che  $\mathbb{R}^2 - Y$  è connesso per archi.
- 5) Sia  $Y \subset \mathbb{R}^2$  un sottoinsieme numerabile. Dimostrare che  $\mathbb{R}^2 - Y$  è connesso per archi.
- 6) Sia  $X$  uno spazio topologico e consideriamo un sottospazio connesso  $A \subset X$ . Dimostrare che  $\text{Cl}_X A$  è connesso.
- 7) Siano  $X$  e  $Y$  spazi connessi per archi. Dimostrare che  $X \times Y$  è connesso per archi.
- 8) Dimostrare che i tori e gli spazi proiettivi reali e complessi sono connessi per archi.