Geometria 1

Foglio di esercizi 6

Anno accademico 2021-2022

27/11/2021

1) Trovare la dimensione e una base dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo

$$\begin{cases} 2y - 3z = 0 \\ x + 2y - iz = 0. \end{cases}$$

2) Risolvere il sistema

$$\begin{cases} 3x + 2y - 3z = 1 \\ -x + y - 4z = -1 \\ 2x + y + z = 0. \end{cases}$$

3) Risolvere il sistema seguente e trovare una base per la giacitura dello spazio delle soluzioni

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - 3x_4 = -2 \\ -x_1 + 2x_3 + 3x_4 = -1 \\ 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

4) Consideriamo in $\mathbb{R}^4$ i vettori $v_1 = (1, 0, 0, 1), v_2 = (0, 1, -1, 1), v_3 = (1, 0, 1, 0), v_4 = (0, 0, 0, 1)$. Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare tale che $f(v_1) = -f(v_2) = e_1$ e $f(v_3) = f(v_4) = e_2$, dove (e_1, e_2) è la base canonica di $\mathbb{R}^2$. Scrivere la matrice di f rispetto alle basi canoniche. Calcolare $\operatorname{rg} f$ e $\dim(\ker f)$. Determinare basi per $\operatorname{im} f$ e per $\ker f$.

5) Sia $\mathbb{R}[x]_n$ lo spazio vettoriale dei polinomi di grado $\leq n$. Dimostrare che

$$\mathbb{R}[x]_n \cong \mathbb{R}^{n+1}.$$

6) Dimostrare che $M_{m,n}(\mathbb{K}) \cong \mathbb{K}^{mn}$.