LEZIONE 5 Densità. Pressione. Fluidi: liquidi e gas. Legge di Stevino. Spinta di Archimede.

- Fluido: mezzo continuo privo di forma propria. Assume forma del contenitore.

  LIQUIDI: hanno volume proprio → bassa compressibilità

  GAS: non hanno volume proprio → alta compressibilità

STATICA DEI FLUIDI: proprietà dei fluidi in quiete o dei corpi immersi in essi.

DINAMICA DEI FLUIDI: comportamento dei fluidi in movimento e forze che agiscono su corpi in moto in un fluido.

- Compr: $\frac{\Delta V}{\Delta p}$

Densità

Le leggi fisiche della meccanica dei fluidi si riferiscono sempre al comportamento di una porzione del mezzo intero.

Densité di una sostanza (gassosa, liquida o solida):

$$\rho = \frac{m}{V}$$

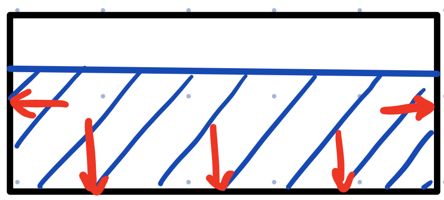
· Unité di misura : kg/m^3

Es. acqua → $\rho_{H_2O} = 10^3\ kg/m^3 = 1\ kg/l$

piombo → $\rho_{Pb} = 1.14 \cdot 10^4\ kg/m^3 = 11.4\ kg/dm^3$

Pressione

· Consideriamo fluido in quiete :



→ visto che fluido é in quiete, tutte le forze devono essere perpendicolari alle pareti del recipiente

↳ infatti forze parallele alle pareti implicherebbero moti di scorrimento

PRESSIONE

$$P = \frac{F \leftarrow \text{forza}}{A \leftarrow \text{superficie}}$$

Unité di misura : $\frac{\text{Newton}}{m^2} = N/m^2 \equiv Pa$

(Pascal) $1\ Pa = 10^{-5}\ bar$

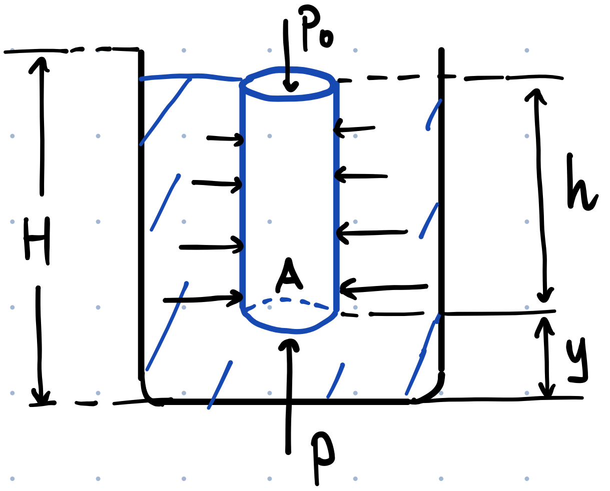
$1\ atm = 1.013 \cdot 10^5\ Pa = 1.013\ bar$ (i.e. 100 kPa)
(atmosfere)

$1\ torr = \frac{1}{760}\ atm = \frac{1.013 \cdot 10^5}{760}\ Pa = 133\ Pa$

- La pressione é una forma di densitá di energia:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{F \cdot \ell}{V} = \frac{\text{energia}}{\text{volume}}$$

Legge di Stevino



- Pressione nei fluidi in quiete
  → Consideriamo una colonna di liquido (cilindro $A \times h$) all'interno del liquido.

In tutti i punti la pressione (ossia le forze) é perpendicolare alla superficie del liquido.

↳ Pressioni alle stesse quote sono uguali perché le forze associate si elidono.

↳ Pressione a profondité maggiore é maggiore a causa delle forze verticali associate al peso delle colonne di liquido.

$p_0 < p$ (p_0 : pressione in superficie)

$$p(h) \longleftrightarrow F = p \cdot A$$
$$p_0 = p(h=0) \longleftrightarrow F_0 = p_0 A$$

· Forze risultante dovuta alle pressioni agenti sulle colonne di liquido:

$$\vec{F} = (p - p_0) \cdot A \cdot \hat{y} \quad \text{(verso l'alto)}$$

↳ Il liquido é in quiete, perció queste forze bilancie le forze peso delle colonne di liquido stesso (diretta verso il basso):

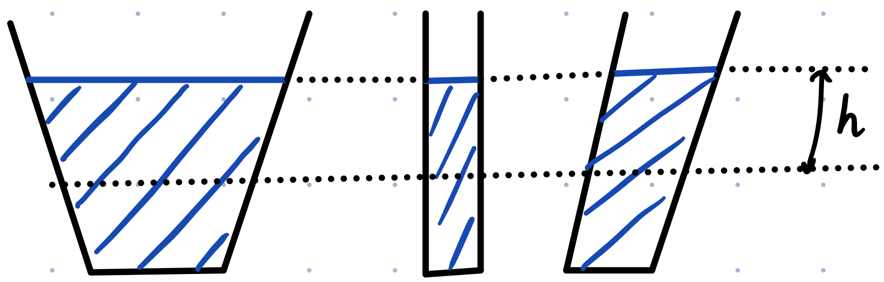
$$(p - p_0) \cancel{A} = mg = \rho h \cancel{A} g$$

$$\rightarrow \quad p - p_0 = \rho g h$$

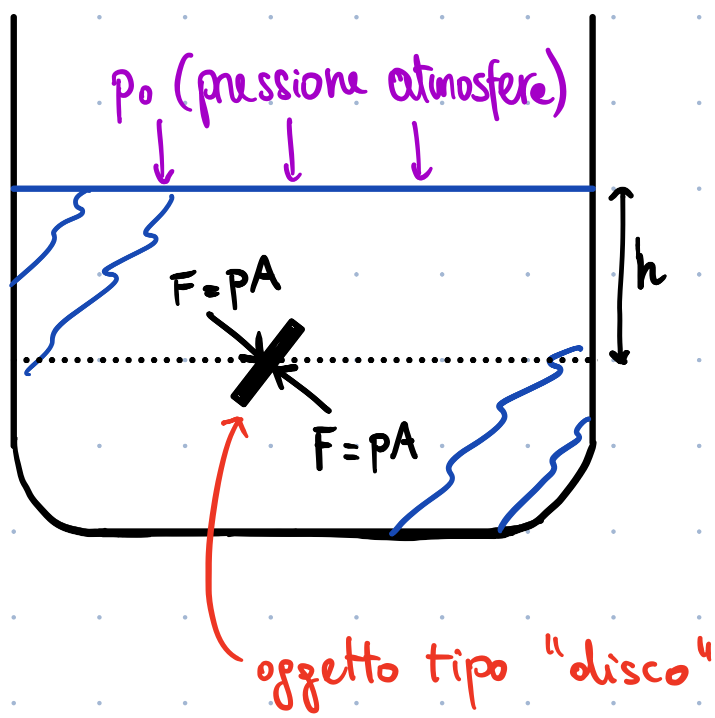
LEGGE DI STEVINO (legge fondamentale delle statica dei fluidi)

"La pressione ad una certa profondità h è la somma della pressione sulla superficie (pressione atmosferica) e la sovrapressione dovuta al peso del liquido"

N.B. Indipendente dalla forma del recipiente!



$$\Delta p = \rho g h$$



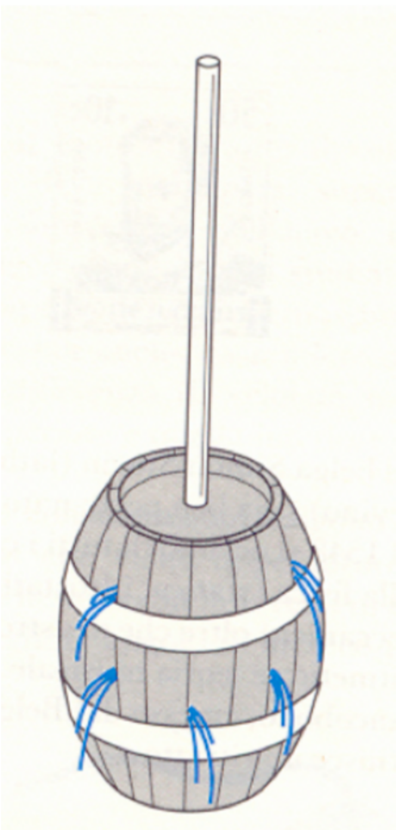
$$p = p_0 + \rho g h$$

p è detta "pressione idrostatica"

→ non dipende dalla massa del fluido,

ma solo dalla densità e altezza.

Es: (paradosso idrostatico)



Una conferma di ciò è costituita dal ben noto paradosso idrostatico della botte di Pascal. In una robusta botte piena di liquido immergiamo attraverso il coperchio un tubo sottile e molto alto, versando dell'acqua la pressione idrostatica aumenta in modo direttamente proporzionale all'altezza della colonna liquida.

Anche la forza esercitata dal liquido contro le pareti interne della botte aumenta proporzionalmente con l'altezza.

Se l'altezza del liquido versato nel tubicino è sufficientemente elevata, la botte si rompe in quanto non riesce più a sopportare la forza esercitata dal liquido.

N.B. la massa del liquido nel tubicino é trascurabile rispetto alla massa del liquido contenuto nella botte!

Es: Calcoliamo la pressione a 1 km di profondité sotto il mare

$$\rho_{\text{Acqua Salata}} = 1.05 \cdot 10^3 \, kg/m^3$$

$$\Delta p = \rho g h = 1.05 \cdot 10^3\ kg/m^3 \cdot 9.81\ m/s^2 \cdot 10^3\ m =$$

$$= 1.03 \cdot 10^7\ \frac{kg \cdot m/s^2}{m^2} = 1.03 \cdot 10^7\ Pa =$$

$$= 1.02 \cdot 10^2\ atm$$ (100 volte la pressione dell'aria a livello del mare)

N.B. $1\ atm \cdot 1\ cm^2 \simeq 10\ N = 1\ kg \cdot g$

$10^2\ atm \cdot 1\ cm^2 \simeq 10^3\ N = 100\ kg \cdot g$

Vasi comunicanti

Quesito 1

Supponiamo di considerare un recipiente con due parti cilindriche verticali, 1 e 2 (Fig. F1.4a). Nel recipiente viene messo un liquido, es. acqua.
Qual è la differenza di altezza del liquido nelle due colonne verticali?

Quesito 2

Consideriamo lo stesso recipiente di figura F1.4a ma questa volta mettiamo nella colonna 1 del mercurio e nella colonna 2 dell'acqua. Questi due liquidi avranno una superficie ben definita di separazione in quanto non sono miscibili.
Il mercurio ha densità $\rho_{Hg} = 13{,}6\ kg/m^3$. Quale sarà in questo caso la differenza di quota di due liquidi in equilibrio?

Quesito 1

Supponiamo di considerare un recipiente con due parti cilindriche verticali, 1 e 2 (Fig. F1.4a). Nel recipiente viene messo un liquido, es. acqua.
Qual è la differenza di altezza del liquido nelle due colonne verticali?

Risposta

In una sezione qualunque di area S del tratto orizzontale la forza che si esercita da sinistra verso destra Sp_1 e quella che si esercita da destra verso sinistra Sp_2, debbono uguagliarsi, per avere equilibrio, (p_1 e p_2 sono le pressioni esercitate dalle due colonne di liquido).

Ma $p_1 = p_H + \rho g h_1$ e $p_2 = p_H + \rho g h_2$

Quindi poiché $p_1 = p_2$ bisogna che $h_1 = h_2$

Questa conclusione si chiama "*legge dei vasi comunicanti*".

Quesito 2

Consideriamo lo stesso recipiente di figura F1.4a ma questa volta mettiamo nella colonna 1 del mercurio e nella colonna 2 dell'acqua. Questi due liquidi avranno una superficie ben definita di separazione in quanto non sono miscibili.
Il mercurio ha densità $\rho_{Hg} = 13{,}6\ \text{kg/m}^3$. Quale sarà in questo caso la differenza di quota di due liquidi in equilibrio?

Risposta

Si avrà equilibrio in questo caso quando:

$$p_H + \rho_{Hg}\, g h_1 = p_H + \rho_{H_2O}\, g h_2$$

Da cui $\dfrac{h_1}{h_2} = \dfrac{\rho_{H_2O}}{\rho_{Hg}} = \dfrac{1}{13{,}6\ \text{kg/m}^3} = 0{,}073$. Le due altezze nelle colonne non sono più uguali, ma stanno fra loro nel rapporto inverso delle loro densità.

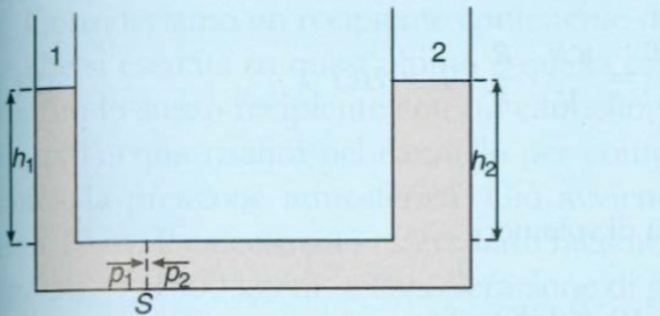


Fig. F1.4a

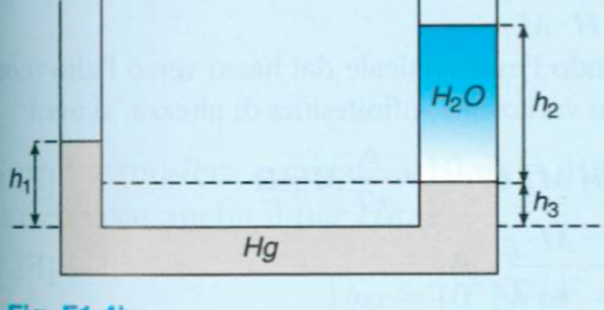


Fig. F1.4b

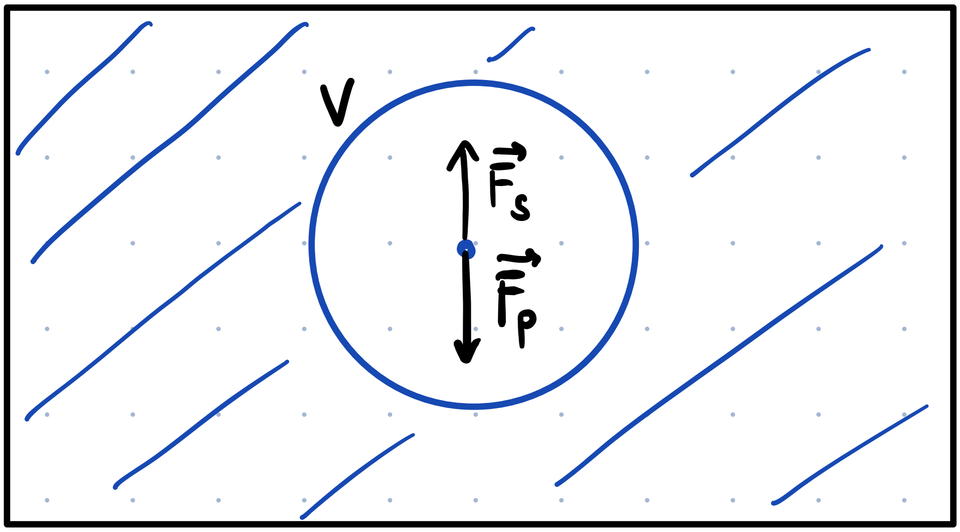
Quesito 3

In figura F1.4b è rappresentato lo stesso recipiente di figura F1.4a, contenente mercurio e acqua, come nel quesito 2, ma questa volta la superficie di separazione si trova nella colonna di destra. La pressione idrostatica dovuta alla colonna h_1 del mercurio viene in parte compensata da quella dovuta alla colonna h_3. Potremo scrivere quindi:

$$p_H + (h_1 - h_3)\ \rho_{Hg}\, g = p_H + h_2\, \rho_{H_2O}\, g,$$

$$\text{da cui:}\quad (h_1 - h_3) = h_2 \frac{\rho_{H_2O}}{\rho_{Hg}}.$$

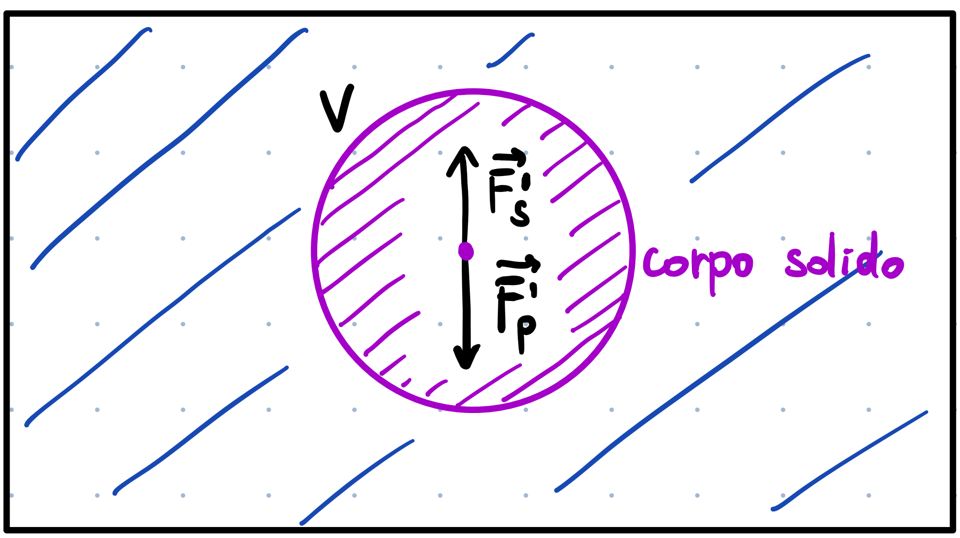
Legge di Archimede



$\vec{F}_p$: forza peso di una regione di fluido con volume V
$\vec{F}_s$: risultante delle forze esplicate dal fluido circostante

quiete $\longleftrightarrow$ equilibrio idrostatico $\longleftrightarrow$ $\vec{F}_p = -\vec{F}_s$

$$\vec{F}_p = mg = -\rho V g \hat{y} \quad \rightarrow \quad F_s = \rho V g$$



→ Il liquido circostante non fa differenza tra questa situazione e la precedente!

→ $\vec{F}_S' = \vec{F}_S$ (verso l'alto!)

F_S corrisponde al peso del fluido "spostato"

→ principio di Archimede
→ $\vec{F}_S$ é detta "spinta di Archimede"

Ora, se il corpo immerso ha densita ρ'

$$\vec{F}_{TOT} \neq 0$$

$$F_{TOT} = -\rho' V g + \rho V g = V g (\rho - \rho')$$

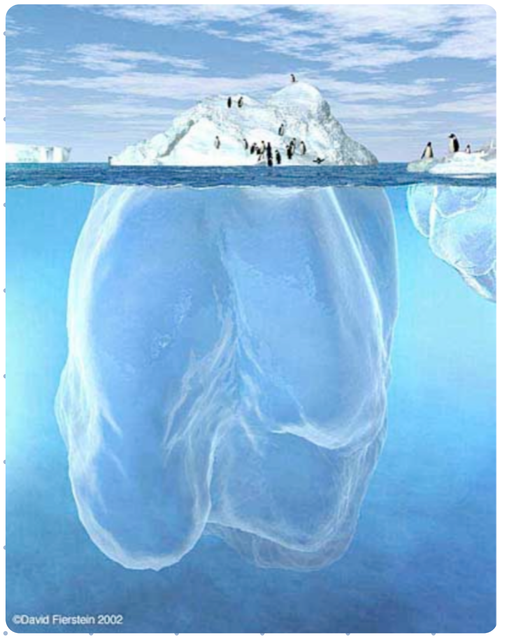
All'equilibrio le due forze devono elidersi.

⟹ Volume immerso $V' < V$

$$\rho V' g = \rho' V g \longrightarrow \frac{V'}{V} = \rho'/\rho$$

N.B. spinta di Archimede non dipende dalla densità del corpo, ma da quella del fluido!

Es ICEBERG



- $\rho_{ghiaccio} = 0.92\ kg/dm^3$
- $\rho_{acque\ mare} = 1.025\ kg/dm^3$

$$\longrightarrow \frac{V'}{V} = \frac{0.92}{1.025} \simeq 0.9$$

$\Longrightarrow$ il 90% del volume dell'iceberg é immerso in acque.