1

Data $h(x) \in L^1(\mathbb{R})$ con $\int dx\, h(x) \neq 0$, si consideri la successione

$$u_n(x) = \frac{nh(nx)}{\int dx\, h(x)} \ . \tag{1}$$

Si mostri che $\lim_{n\to\infty} u_n(x) = \delta(x)$ nel senso delle distribuzioni, dove $\delta(x)$ denota la delta di Dirac (o equivalentemente usando la notazione dei funzionali, che $\lim_{n\to\infty} T_{u_n} = \delta_0$).

2

Si consideri l'equazione di Abraham-Lorentz

$$m\dot{v} = mt_0\ddot{v} + F_{\text{ext}} \ ,$$

che descrive il moto di una particella carica sottoposta ad una forza esterna, tenendo conto dell'emissione di onde elettromagnetiche da parte della particella stessa. La costante t_0 è positiva. Si mostri che per una generica forza esterna $F_{\text{ext}}(t) \in L^2(\mathbb{R})$ non esiste una soluzione causale dell'equazione. [*Suggerimento*: si risolva per $\dot{v}$ come funzione di F_{ext}, usando il metodo della funzione di Green, e si mostri che la soluzione causale dà luogo a un integrale genericamente divergente e dunque non è accettabile.]