Geometria 3 – Topologia

Foglio di esercizi 7

Anno accademico 2021-2022
4/12/2021

1) Dimostrare che i sottospazi connessi di R sono precisamente i punti e gli intervalli, e quindi coincidono con i sottospazi connessi per archi.

2) Dimostrare che ogni aperto di R è unione al più numerabile di intervalli aperti a due a due disgiunti.

3) Dimostrare che le componenti connesse della retta di Sorgenfrey sono i punti (si dice che è totalmente sconnesso).

4) Siano $U \subset R$ e $V \subset R^n$ aperti non vuoti. Dimostrare che $U \cong V$ implica $n = 1$.

5) Dimostrare che che se X e Y sono II-numerabili allora $X \times Y$ è II-numerabile.

6) Dimostrare che la retta di Sorgenfrey R_l è I-numerabile e separabile.

7) Sia R_l^2 il *piano di Sorgenfrey* (prodotto topologico di due copie della retta di Sorgenfrey). Dimostrare che $D = \{(x, -x) \mid x \in R\} \subset R_l^2$ è un sottospazio discreto e dedurre che R_l non è II-numerabile.