LEZIONE 6

Moto dei fluidi ideali. Fluidi reali.

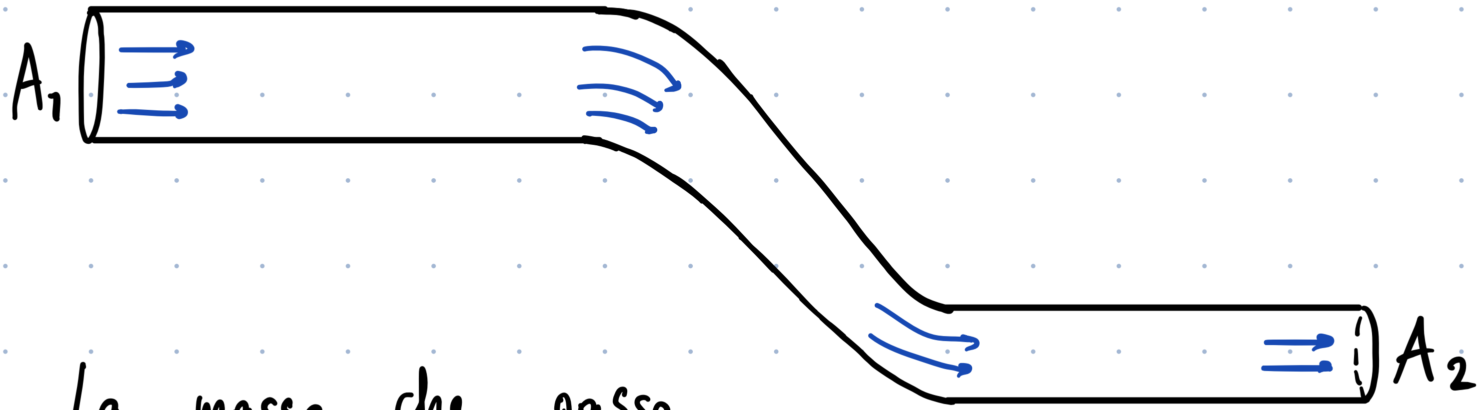
Moto di un fluido ideale

Fluido ideale : privo di viscosità & incomprimibile

assenza di forze di attrito → conservazione dell'energia meccanica

· PRINCIPIO DI CONTINUITÀ

Consideriamo un condotto con sezioni A_1 e A_2



La masse che passe per unité di tempo deve essere costante:

$$\rho \frac{V_1}{\Delta t} = \rho \frac{V_2}{\Delta t}$$

$$\rightarrow \rho \, A_1 \frac{\Delta x_1}{\Delta t} = \rho \, A_2 \frac{\Delta x_2}{\Delta t}$$

$$\rightarrow \cancel{\rho} A_1 v_1 = \cancel{\rho} A_2 v_2$$

$$\rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1}$$

$v \cdot A =$ portete

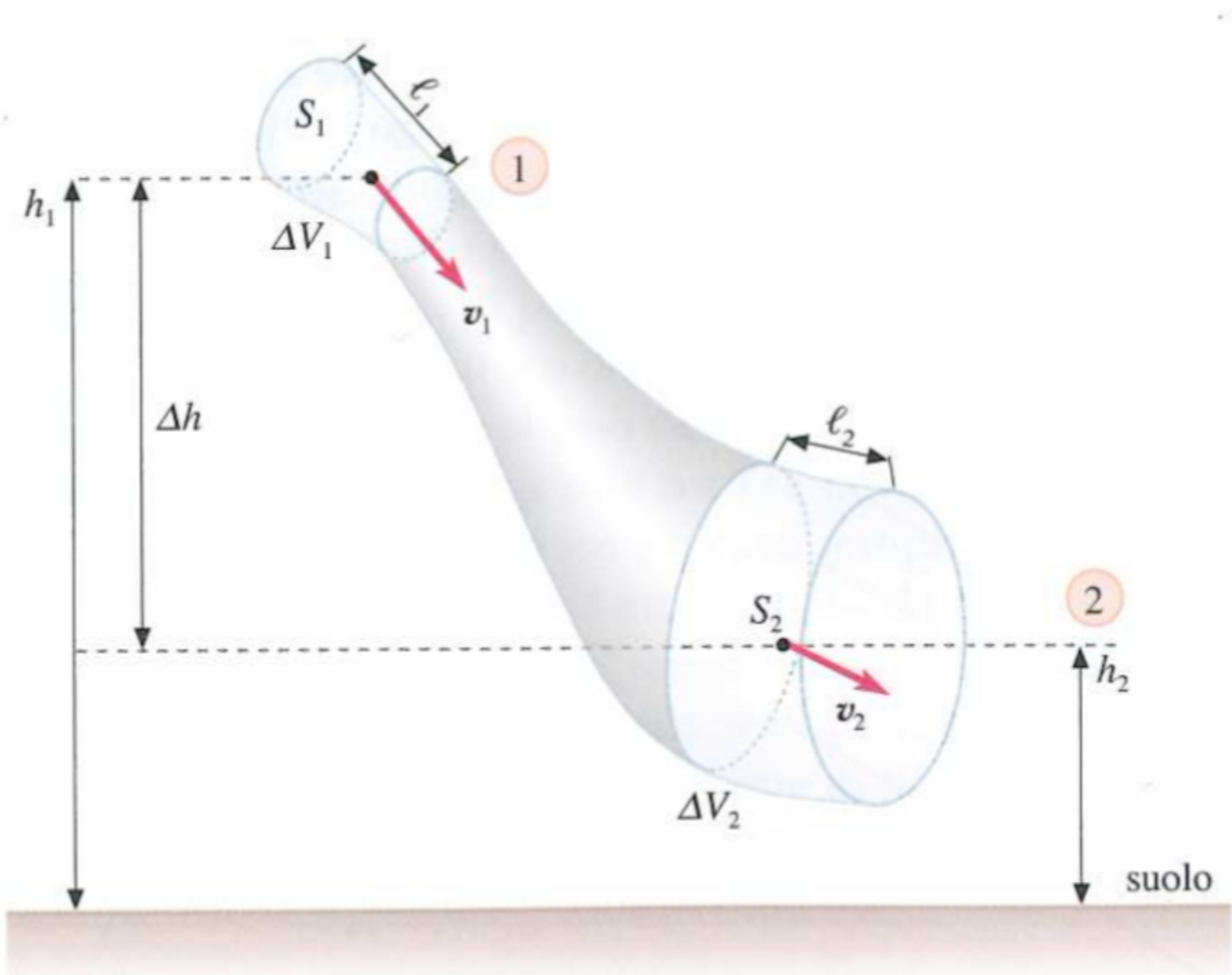
↳ Le portete é costante!

Equazione di Bernoulli

- Principio di conservazione dell'energie meccanica applicato ad un fluido.
- Lege tra loro varie forme di energia per unité di volume (densité di energie)

Ipotesi:

- fluido incomprimibile
- no viscosità → no forze attrito
- condotto rigido
- moto stazionario, cioè proprietà di ciascun punto del fluido **NON** variano nel tempo: velocità in ogni punto del fluido è costante in modulo, direzione e verso



$$P + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = E \quad \text{(costante)}$$

↳ pressione in un certo punto del condotto

↳ densità di energia potenziale gravitaz.

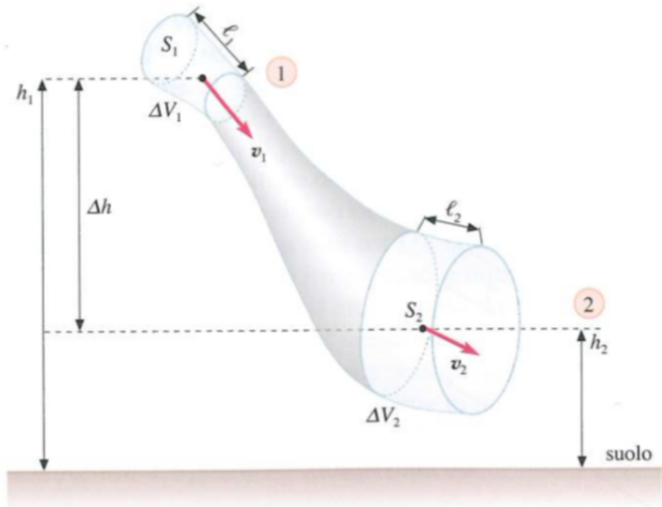
↳ densità di energia cinetica

· per $v=0$ → $P + \rho g h = \text{cost.}$

→ Stevino.

OPZIONALE :

Dimostrazione del Teorema di Bernoulli



Consideriamo il lavoro compiuto da tutte le forze agenti sul liquido nella regione delimitata fra S_1 e S_2 in un intervallo di tempo Δt in cui si passa dalla configurazione iniziale 1 a quella finale 2.

Il liquido avanza del tratto $l_1 = \Delta t\, v_1$ nella regione 1 e di conseguenza di $l_2 = \Delta t\, v_2$ nella regione 2

Per equazione di continuita': $S_1\, l_1 = S_2\, l_2 = \Delta V$ e la massa contenuta in ΔV risulta $\Delta m = \rho\, \Delta V$

Lavoro della forza di pressione $p_1 S_1$ sulla superficie S_1 per far avanzare il liquido di tratto l_1 risulta $p_1\, S_1\, l_1 = p_1\, \Delta V$

Lavoro della forza di pressione $p_2 S_2$ sulla superficie S_2 che si oppone nello stesso tempo al moto del liquido e' $- p_2\, S_2\, l_2 = p_2\, \Delta V$

Lavoro della forza peso agente sulla massa Δm di liquido spostata da quota h_1 a quota h_2 : $\Delta m\, g\, (h_1 - h_2)$

Applichiamo il teorema dell'energia cinetica:

$$L = \Delta m\, g\,(h_1 - h_2) + p_1\, \Delta V - p_2\, \Delta V = \frac{1}{2}\, \Delta m\, v_2^2 - \frac{1}{2}\, \Delta m\, v_1^2$$

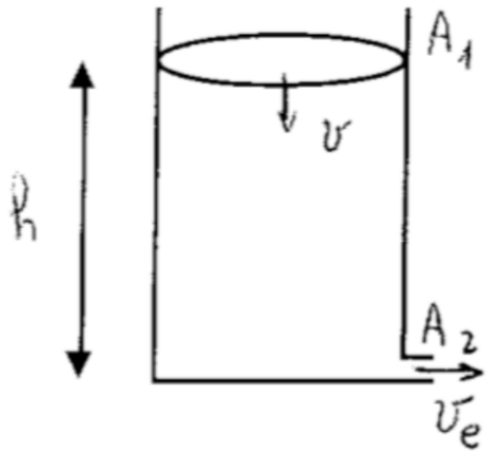
e dividendo per ΔV:

$$\rho g(h_1 - h_2) + p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho {v_1}^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho {v_2}^2$$

Esercizio

Calcolo velocita' di efflusso da un recipiente



Pressione all'uscita del foro di sezione A_2 e' la pressione atmosferica p_0
p_0 e' anche la pressione esercitata sulla superfice del liquido di sezione A_1.

h = differenza di livello
v = velocita' di abbassamento del liquido
v_e = velocita' di uscita

$$\frac{1}{2}\rho v_e^2 + p_0 = \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h + p_0$$

$$v_e^2 = v^2 + 2gh$$

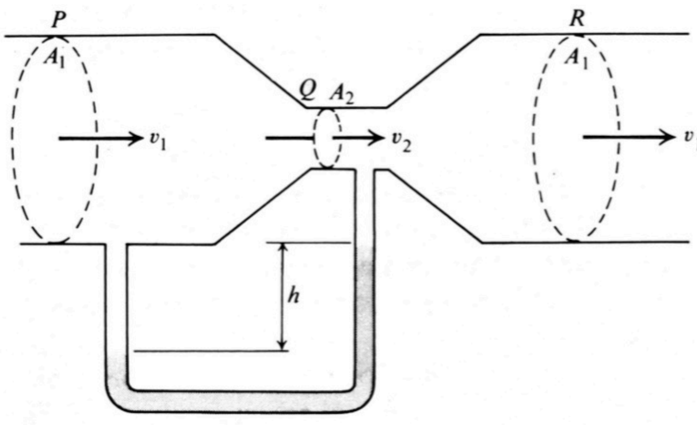
Nel caso in cui il contenitore abbia una sezione A_1 molto maggiore della sezione del foro d'uscita A_2 → $v_e >> v$
Si puo' approssimare l'espressione come:

$$v_e = \sqrt{2gh}$$ **Teorema di Torricelli**

Nota: la velocita' e' la stessa che si ottiene nella caduta dei gravi con conservazione dell'energia meccanica

TUBO DI VENTURI

Tubo di Venturi



Tubo con strozzatura posto orizzontalmente.
Non c'e' differenza di altezza nelle due sezioni.

L'equazione di Bernoulli diventa:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^{\,2} = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^{\,2}$$

p_1 e' pressione nella sezione A_1
p_2 e' pressione nella sezione A_2

Sappiamo dall'equazione di continuita' che la portata e' costante:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Quindi se $A_1 > A_2$ allora:

$$v_2 > v_1$$

Da Bernoulli, velocita' maggiore implica minor pressione, quindi:

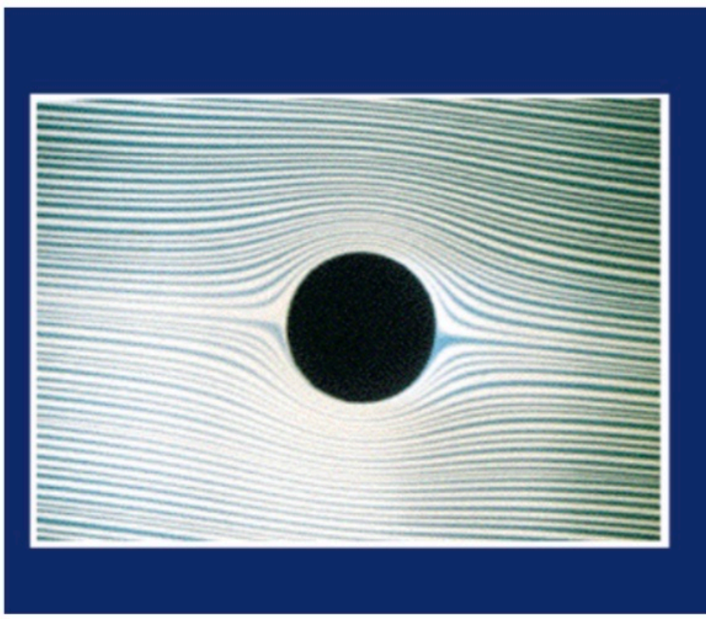
$$p_1 > p_2$$

Se un tubo presenta una strozzatura in quel punto la velocita' e' maggiore e la pressione e' minore.

Flusso laminare: linee di flusso ben definite ogni strato di fluido segue una traiettoria stazionaria e ben definita, non interseca le altre

Flusso turbolento: intersezione tra linee di flusso perché moto é troppo rapido es. dovuto a ostruzioni

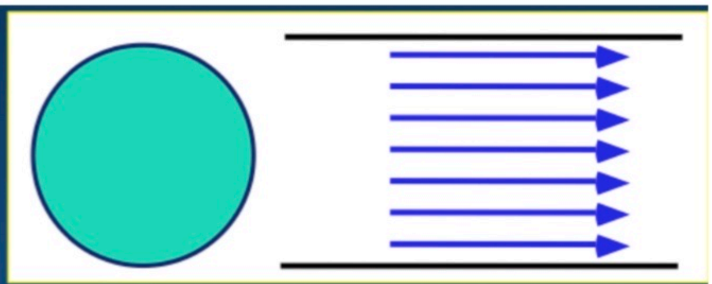
Moto laminare



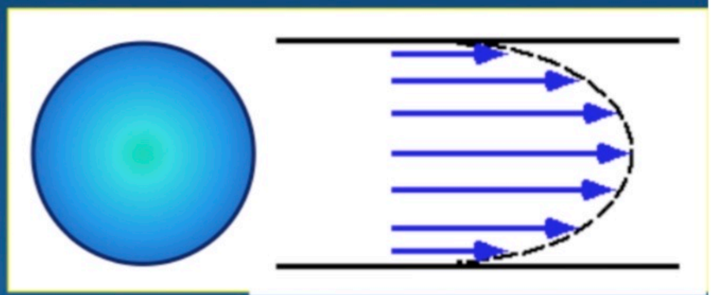
Moto turbolento

Fluidi reali

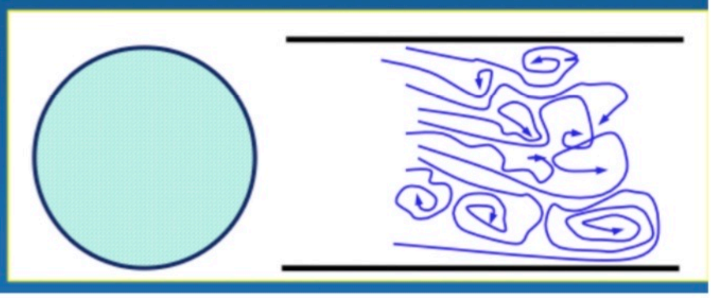
Fluido ideale:
non c'è attrito, la velocità è la stessa su tutta la sezione e non cambia nel tempo (moto stazionario)



Fluido reale a bassa velocita':
moto laminare; moto ancora stazionario
Presenza di attrito, velocita' massima al centro decresce verso pareti, velocita' zero sulle pareti; profilo parabolico.



Fluido reale:
Alta velocita' , moto turbolento
su tutta la sezione e non cambia nel tempo (moto stazionario)



Attrito nei fluidi = viscosità

↳ Forze di attrito tra diversi strati di fluido, o tra un oggetto in moto in un fluido ed il fluido stesso.

Coefficiente di viscosità: η

(varia con la temperatura del fluido)

- La forza di attrito associata alla viscosità di un fluido è la

Forza di Stokes

↳ La viscosità di un fluido crea una forza che si oppone al moto dei corpi nel fluido stesso

- Per un oggetto di dimensione R e velocità v, questa forza di attrito è:

$$F_{Stokes} = -6\pi R \eta \cdot v$$

- In generale, la forza di attrito in un fluido nel caso di flusso laminare: $F \propto -\beta \cdot v$

coeff. di attrito viscoso

Numero di Reynolds

Turbolenza

Quando un fluido viscoso è in moto con una certa velocità può accadere che i vari strati di fluido non scorrano più l'uno sull'altro, ma si mescolino creando dei vortici.

Si parla allora di **flusso turbolento**

Per capire se il flusso di un fluido in un condotto di raggio R avviene o no in regime turbolento si può utilizzare il numero di Reynolds

$$N_R = \frac{2\rho\bar{v}R}{\eta}$$

$N_R < 1000$ → flusso laminare

$1000 < N_R < 3000$ → flusso instabile

$N_R > 3000$ → flusso turbolento