

CORSO DI GEOMETRIA
PROVA SCRITTA PARZIALE A.A. 2018/2019 - 18 DICEMBRE 2018
PROF. VALENTINA BEORCHIA

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Si consideri l'applicazione lineare

$$p : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4, \quad p \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_2 \\ b_2 \\ b_1 \\ b_1 \end{pmatrix}.$$

- (1) Si scriva la matrice $M_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}}(p)$ nella base canonica \mathcal{E} di \mathbb{R}^4 .

- (2) Si determinino le dimensioni di $\ker(p)$ e di $\text{Im}(p)$ e delle loro equazioni cartesiane.

- (3) Si dica se $\ker(p)$ e $\text{Im}(p)$ sono due sottospazi vettoriali ortogonali tra loro rispetto al prodotto scalare standard di \mathbb{R}^4 .

- (4) Si scriva il polinomio caratteristico di p e si trovino le sue radici.
- (5) Per ogni autovalore trovato, si determini la sua molteplicità algebrica e quella geometrica.
- (6) Si dica se p è diagonalizzabile. In caso affermativo, si trovi una base \mathcal{B} di autovettori di p e si scriva la relativa matrice diagonale in tale base.
- (7) Si scriva la matrice di passaggio dalla base canonica \mathcal{E} alla base \mathcal{B} .
- (8) Si scrivano delle equazioni cartesiane e parametriche per il sottospazio affine di $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^4$ di giacitura il sottospazio vettoriale $\ker(p)$ e passante per il punto $(0, 1, 1)$.