Pertanto la densità d'energia magnetostatica può essere scritta nella forma

$$u_{ms}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}\mathbf{H}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}\mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{j}_f(\mathbf{r}) - \frac{1}{2}\nabla \cdot [\mathbf{H}(\mathbf{r}) \times \mathbf{A}(\mathbf{r})]$$

Integrando su una sfera di raggio tendente all'infinito e tenendo presente che $\mathbf{H}(\mathbf{r}) \times \mathbf{A}(\mathbf{r})$ decade con la distanza come o più rapidamete di $1/r^5$, si vede che l'energia magnetostatica vale

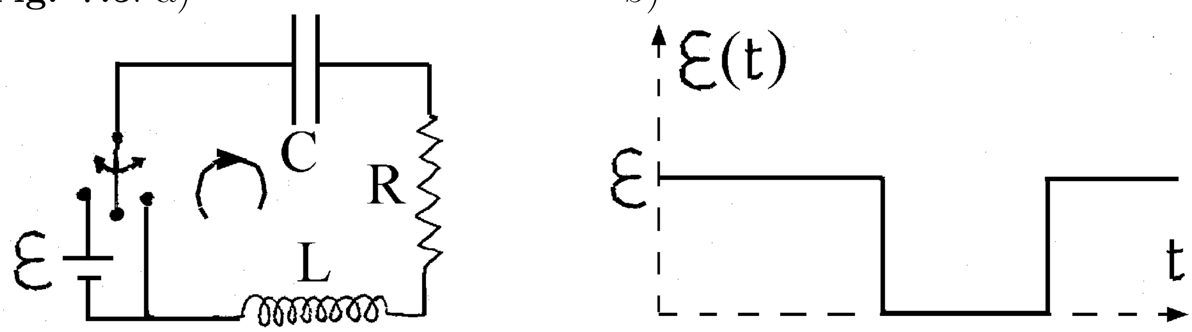
$$U_{ms} = \frac{1}{2}\int_{\mathcal{V}} d\mathcal{V}\ \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{j}_f(\mathbf{r})$$

e si vede che, anche in questo caso, l'integrazione può essere limitata ai volumi occupati dai conduttori perché altrove $\mathbf{j}_f$ è nullo.

7.5 Circuito RCL in serie in regime transitorio

Fino ad ora abbiamo considerato i circuiti RC, costituiti da un condensatore in serie ad un resistore, ed i circuiti RL, costituiti da un'induttore in serie ad un resistore. Nel primo caso avevamo tacitamente ammesso che l'induttanza del circuito fosse trascurabile, nel secondo avevamo tacitamente ammesso che fosse trascurabile la capacità del circuito. Ora studiamo un circuito con re-

Fig. 7.5: a) b)



sistenza, capacità ed induttanza in serie, alimentato con forza elettromotrice costante a tratti, e precisiamo quanto detto in precedenza. Per semplicità pensiamo che il generatore sia composto da una batteria di resistenza interna trascurabile e da un deviatore, disposti come in figura 5a). Il deviatore cortocircuita i morsetti del circuito oppure li collega ai morsetti della batteria con tempi di commutazione trascurabili. Quindi la forza elettromotrice $\mathcal{E}(t)$ applicata al circuito ha l'andamento mostrato in figura 5b): è nulla quando i morsetti del circuito sono in corto e vale $\mathcal{E}$ quando i morsetti sono collegati alla batteria. Sappiamo che la circolazione del campo elettrico lungo il circuito, presa nel verso mostrato in figura, vale $RI(t) + Q(t)/C - \mathcal{E}(t)$ ed è uguale alla forza elettromotrice indotta $-LdI(t)/dt$, quindi possiamo scrivere

$$L\frac{dI(t)}{dt} + RI(t) + \frac{Q(t)}{C} = \mathcal{E}(t) \tag{7.10}$$

Interpretando il primo termine come tensione induttiva, il secondo come tensione resistiva ed il terzo come tensione capacitiva, l'equazione 10) dice che, **in un circuito RCL in serie la somma delle tensioni induttiva, resistiva e capacitiva è uguale alla forza elettromotrice di alimentazione.** Questa interpretazione estende la validità della seconda legge di Kirchhoff anche a circuiti percorsi da correnti dipendenti dal tempo. Si noti che la tensione induttiva è la forza elettromotrice indotta cambiata di segno, ovvero è la parte della forza elettromotrice che deve essere applicata per compensare la forza elettromotrice indotta.

Nella situazione considerata in figura 5, $\mathcal{E}(t)$ ha derivata nulla ad ogni istante diverso dagli istanti di commutazione, quindi conviene prendere la derivata temporale dell'equazione 10) e scrivere l'equazione

$$\frac{d^2}{dt^2}I(t) + \Gamma\frac{d}{dt}I(t) + \omega_0^2 I(t) = 0 \tag{7.11}$$

dove $\Gamma = R/L$ è la frequenza di smorzamento e

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{7.12}$$

è una frequenza che acquisterà grande rilevanza nel seguito. Per semplificare la scrittura delle condizioni iniziali conviene indicare con $\dot{I}(t)$ e $\ddot{I}(t)$ le derivate prime e seconde rispetto al tempo e riscrivere l'equazione 11) nella forma

$$\ddot{I}(t) + \Gamma\dot{I}(t) + \omega_0^2 I(t) = 0 \tag{7.13}$$

Questa equazione vale a qualunque istante diverso dall'istante di commutazione e può essere risolta quando si conoscono le condizioni del circuito a tale istante. Il metodo di soluzione comporta i seguenti passi.

• Calcolo delle radici α_1 e α_2 dell'equazione $\alpha^2 + \Gamma\alpha + \omega_0^2 = 0$:

$$\alpha_1 = -\frac{\Gamma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2} \quad , \quad \alpha_2 = -\frac{\Gamma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2} \tag{7.14}$$

• Scrittura della soluzione nella forma

$$I(t) = ae^{\alpha_1 t} + be^{\alpha_2 t} \qquad \text{oppure} \qquad I(t) = (a + bt)e^{-\Gamma t/2} \tag{7.15}$$

a seconda che le radici siano distinte oppure coincidenti.

• Calcolo delle costanti a e b in modo consistente con le condizioni del circuito all'istante di commutazione.

Nel seguito limitiamo l'attenzione alla **corrente di carica** ed alla **corrente di scarica**. La prima insorge quando il deviatore, tenuto a lungo sul corto nel passato, viene portato sulla batteria, la seconda insorge quando il deviatore, tenuto a lungo sulla batteria nel passato, viene portato sul corto.

La corrente iniziale $I(0)$ è nulla in entrambi i casi, mentre la sua derivata iniziale $\dot{I}(0)$ vale $\mathcal{E}/L$ nel primo caso e vale $-\mathcal{E}/L$ nel secondo. Lo si vede dall'equazione 10) tenendo presente che nel processo di carica $Q(0) = 0$, $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}$, mentre nel processo di scarica $Q(0) = C\mathcal{E}$ ed $\mathcal{E}(t) = 0$.

Quando $\omega_0 = \Gamma/2$, le due radici coincidono e le condizioni iniziali sono soddisfatte ponendo $a = 0$ e $b = \pm\mathcal{E}/L$, con segno + per la corrente di carica e segno - per la corrente di scarica. Quindi la corrente evolve con l'andamento

$$I(t) = \pm\frac{\mathcal{E}}{L}t\ e^{-\Gamma t/2}$$

Come mostrato in figura 6 la corrente di carica aumenta sino al tempo $t = 2/\Gamma = 2\tau_L$, a tale istante prende il valore di picco 0.74 $\mathcal{E}/R$, poi decade quasi esponenzialmente. Questo andamento prende il nome di **smorzamento critico**.

Fig. 7.6

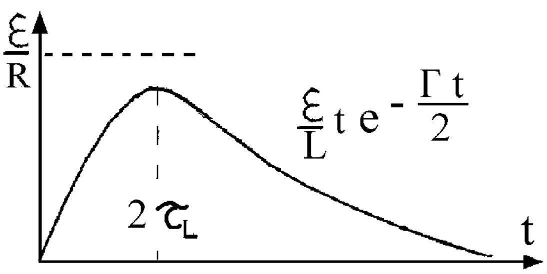
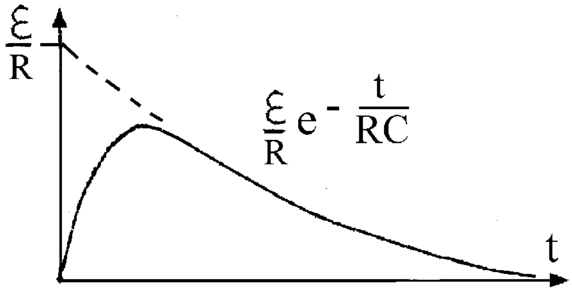


Fig. 7.7



Quando ω_0 è diverso da $\Gamma/2$ le radici α_1 ed α_2 sono distinte e le condizioni iniziali comportano che $a + b = 0$, $\alpha_1 a + \alpha_2 b = \pm\mathcal{E}/L$. Quindi la corrente evolve con andamento

$$I(t) = \frac{\pm\mathcal{E}/L}{\alpha_1 - \alpha_2}[e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}] \tag{7.16}$$

con segno + per la corrente di carica e segno - per la corrente di scarica. Le equazioni 14) e 16) ed un modesto calcolatore consentono di calcolare le correnti di carica e scarica in qualunque caso. Qui, limitiamo l'attenzione a due situazioni estreme contraddistinte da valori piccolissimi o grandissimi del

$$\textbf{fattore di merito} = \frac{\omega_0}{\Gamma} \tag{7.17}$$

• Per $\omega_0 << \Gamma$ la radice α_2 differisce poco da a $-\Gamma$, mentre la radice α_1 è ben approssimata da

$$\alpha_1 = -\frac{\Gamma}{2} + \frac{\Gamma}{2}\sqrt{1 - \frac{4\omega_0^2}{\Gamma^2}} \approx -\frac{\omega_0^2}{\Gamma} = -\frac{1}{RC}$$

Si noti che $1/RC = L/R\omega_0^2 = \Gamma(\omega_0/\Gamma)^2$ è enormemete minore di Γ , quindi $\alpha_1 - \alpha_2$ non differisce apprezzabilmente da Γ. Pertanto la corrente di carica è ben approssimata da

$$I(t) \approx \frac{\mathcal{E}}{R}[e^{-\frac{t}{RC}} - e^{-\Gamma t}]$$

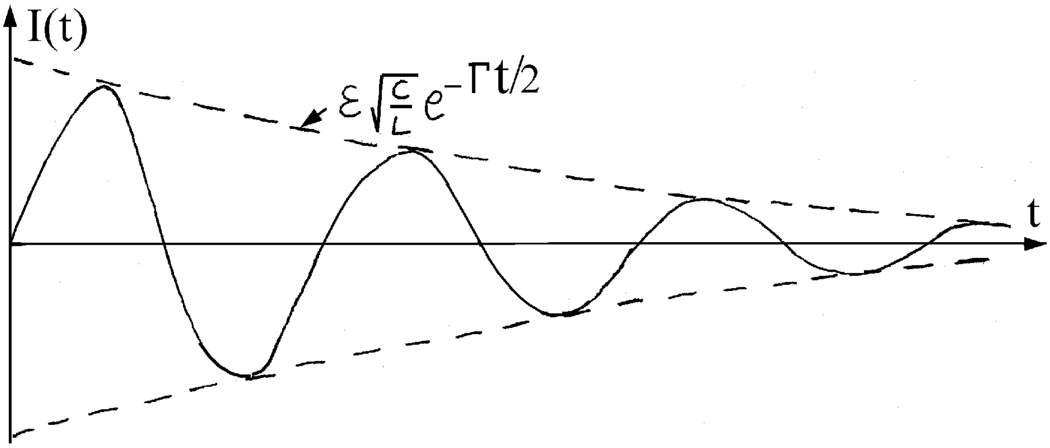
Come mostrato in figura 7, la corrente raggiunge un valore di picco minore di $\mathcal{E}/R$, poi decade esponenzialmente con **costante tempo** RC. Infatti il termine $e^{-\Gamma t}$ diventa ben presto trascurabile rispetto a $e^{-t/RC}$.

• Per $\omega_0 >> \Gamma$ le radici sono approssimate da $\alpha_1 = -\Gamma/2 + i\omega_0$ e $\alpha_2 = -\Gamma/2 - i\omega_0$. Sostituendo questi valori nell'equazione 16) si ottiene la corrente di carica

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}/L}{2i\omega_0} e^{-\Gamma t/2} [e^{i\omega_0 t} - e^{-i\omega_0 t}] = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L}} e^{-\Gamma t/2} \sin(\omega_0 t) \qquad (7.18)$$

Come mostrato in figura 8, la corrente oscilla con andamento sinusoidale smorzato di frequeza ω_0 e frequenza di smorzamento $\Gamma/2$. Per $t = 1/\Gamma$ il fattore esponenziale vale $e^{-1/2} \approx 0.61$, mentre l'argomento del seno è proprio il fattore di merito ω_0/Γ del circuito. Ad esempio, in un circuito con fattore di merito 100 la corrente compie $100/2\pi \approx 16$ oscillazioni complete prima che il fattore esponenziale si riduca a 0.61.

Fig. 7.8



ESERCIZI

1) Un circuito RCL con $R = 2\ \Omega$ ed $L = 2\ 10^{-5}\ H$ è alimentato con forza elettromotrice che passa istantaneamente da $\mathcal{E}$ a zero e viceversa con periodo di 200 ms. Riportare in grafico l'andamento temporale della tensione ai capi della resistenza nei seguenti casi: a) $\omega_0 = \Gamma/2$, b) $\omega_0 << \Gamma$, c) $\omega_0 >> \Gamma$.

7.6 Trasferimenti di energia nel circuito RCL

Nel paragrafo precedente abbiamo descritto le correnti di carica e di scarica nel circuito RCL in serie, ora consideriamo gli aspetti energetici.

La figura 9 mostra la situazione nel condensatore in fase di carica: la corrente ed il campo **E** nel condensatore sono diretti verso destra, **B** circola uscendo dal foglio in alto ed il vettore di Poynting è orientato verso l'interno, quindi l'energia fluisce dal vuoto al condensatore. L'opposto avviene in fase di scarica: **E** conserva lo stesso verso, ma la corrente ed il campo **B** hanno

Fig. 7.9

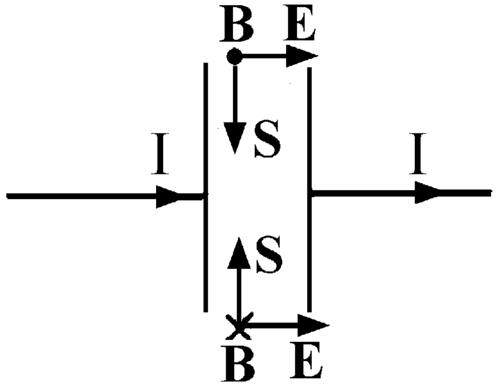
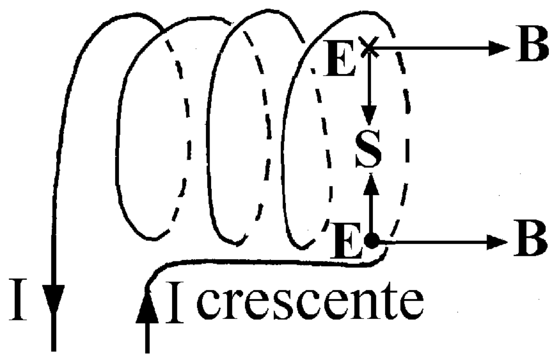


Fig. 7.10



verso opposto, quindi **S** è orientato verso l'esterno e l'energia fluisce dal condensatore al vuoto.

La figura 10 mostra la situazione nell'induttore percorso da corrente crescente: **B** aumenta nel tempo, mentre il campo ELETTRICO **E** fornito dalla legge di induzione circola uscendo dal foglio in basso, quindi il vettore di Poynting punta verso l'interno e trasferisce energia dal vuoto all'induttore.

Ora consideriamo un circuito RCL in serie con fattore di merito ω_0/Γ tanto grande da poter ammettere che, anche dopo un gran numero di oscillazioni, la corrente di scarica non differisca apprezzabilmente da

$$I(t) = -\mathcal{E}\sqrt{C/L}\sin(\omega_0 t)$$

In tal caso la carica del condensatore ha l'andamento $Q(t) = C\mathcal{E}\cos(\omega_0 t)$, per convincersene basta notare che la sua derivata è proprio la corrente. Pertanto l'energia elettromagnetica del sistema risulta

$$U_{em} = \frac{1}{2}\left[LI^2(t) + \frac{Q^2(t)}{C}\right] = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2\left[\sin^2(\omega_0 t) + \cos^2(\omega_0 t)\right] = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2$$

e non dipende dal tempo. Quindi l'energia viene trasferita alternativamente dal condensatore all'induttore e viceversa. Naturalmente non è proprio così perché il fattore di merito non è mai infinito e l'energia $U_{em}(t)$ immagazzinata nel circuito viene progressivamente dissipata nella resistenza. Per valutare $U_{em}(t)$ notiamo che quando la corrente è massima il condensatore è scarico, quindi tutta l'energia è immagazzinata nell'induttore ed è proporzionale al quadrato della corrente. Ma la corrente di picco decade con andamento $e^{-\Gamma t/2}$, quindi l'energia elettromagnetica immagazzinata nel circuito decade con andamento

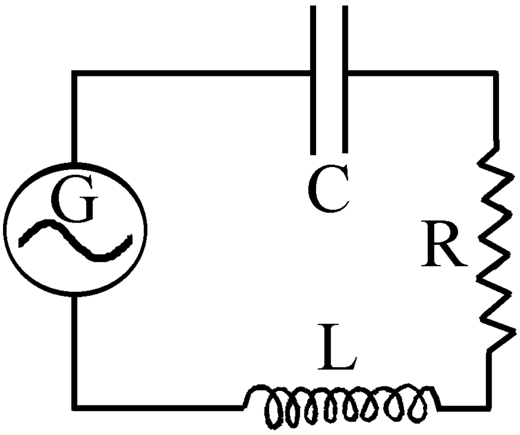
$$U_{em}(t) = U_{em}(0)e^{-\Gamma t} \tag{7.19}$$

Dunque la costante tempo induttiva $\tau_L = 1/\Gamma = L/R$ assume il significato di **tempo di rilassamento dell'energia** nel circuito autooscillante.

7.7 Circuito RCL in serie in regime armonico

Nei paragrafi precedenti abbiamo visto che la forma d'onda di $I(t)$ nel circuito RCL può essere molto diversa dalla forma d'onda di $\mathcal{E}(t)$. Ora, con riferimento alla figura 11, mostriamo che vale un fatto importantissimo: quando un

Fig. 7.11



circuito composto da elementi lineari come condensatori, induttori e resistori è alimentato da un generatore di forza elettromotrice armonica con frequenza ω anche la corrente è armonica con frequenza ω, e la tensione ai capi di un qualunque elemento circuitale è una copia della forza elettromotrice di alimentazione, variata in ampiezza e traslata nel tempo. Per procedere senza immergerci in calcoli noiosi conviene armarsi di un metodo che si rivelerà prezioso in molte circostanze. Cominciamo a pensare che la carica $Q(t)$ del condensatore oscilli in modo armonico e la descriviamo come la parte reale della "carica complessa"

$$Qe^{-i\omega t} \tag{7.20}$$

Si intende che anche Q è complesso: il suo modulo, $\mid Q \mid = \sqrt{QQ^*}$, è il valore di picco della carica e la sua fase è la fase di $Q(t)$ al tempo zero. Ricordiamo che l'angolo di fase viene contato in senso antiorario nel piano complesso, quindi il segno negativo dell'esponente significa che la "carica complessa ruota in senso orario". Ad esempio nel caso considerato in figura 12 la fase di Q vale $\pi/6$, quindi $Q(t)$ ha andamento $Q(t) = \mid Q \mid \cos(\pi/6 - \omega t)$. Poiché la corrente e la carica reali sono legate dalla relazione $I(t) = dQ(t)/dt$, anche la corrente è armonica con frequenza ω e le grandezze complesse $Ie^{-i\omega t}$ e $Qe^{-i\omega t}$ sono legate dalla relazione

$$I = -i\omega Q \qquad \text{ovvero} \qquad Q = i\frac{I}{\omega}$$

Come mostrato in figura 13, la carica complessa e la corrente complessa ruotano insieme in senso orario nel piano complesso, con carica "in ritardo" di $\pi/2$ rispetto alla corrente e con valori di picco tali che $\mid I \mid = \omega \mid Q \mid$.

Veniamo alla tensione $V_C(t)$ ai capi del condensatore in regime armonico. È legata alla carica dalla relazione $V_C(t) = Q(t)/C$, quindi anche $V_C(t)$ è

Fig. 7.12

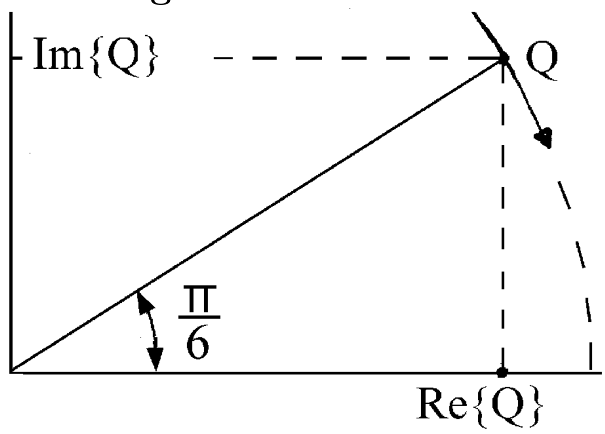
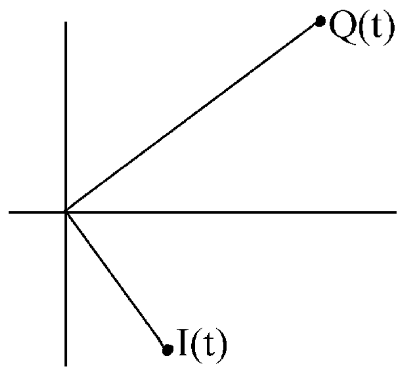


Fig. 7.13



armonica con frequenza ω e le grandezze complesse V_C ed I sono legate dalla relazione

$$V_C = \frac{i}{\omega C} I$$

che generalizza la legge di Ohm al caso del condensatore in regime armonico. La grandezza $i/\omega C$ prende il nome di **impedenza capacitiva**. Il suo modulo è il rapporto tra i valori di picco della tensione e della corrente e la sua **fase** $\pi/2$ è lo sfasamento della tensione rispetto alla corrente. Si noti che, a parità di tensione ai capi, un condensatore è percorso da corrente tanto più intensa quanto più alta è la frequenza. Ma la corrente e la tensione sono in quadratura (sfasate di $\pi/2$) e ciò comporta che **la potenza dissipata nel condensatore risulta nulla**. Per capire bene questo punto pensiamo di aver scelto l'origine dei tempi in modo che I sia reale positivo. In tal caso la corrente reale ha l'andamento $I(t) = I\cos(\omega t)$ e la tensione reale ha l'andamento $(I/\omega C)\sin(\omega t)$, quindi la potenza $I(t)V_C(t)$ assorbita dal condensatore dipende dal tempo come $\cos(\omega t)\sin(\omega t) = \sin(2\omega t)/2$ e ha davvero valor medio temporale nullo. Insomma, in un periodo di oscillazione il condensatore riceve tanta energia quanta ne restituisce!

Discorso analogo vale per un'induttore in regime armonico: la tensione ai capi dell'induttore deve equilibrare la forza elettromotrice indotta, quindi è legata alla corrente dalla relazione $V_L(t) = LdI(t)/dt$. Ciò implica che le grandezze complesse V_L ed I sono legate dalla relazione

$$V_L = -i\omega L I$$

che generalizza la legge di Ohm al caso dell'induttore in regime armonico. La grandezza $-i\omega L$ è l'**impedenza induttiva**, ha fase $-\pi/2$ e modulo proporzionale alla frequenza. A parità di tensione l'induttore è percorso da corrente tanto più grande quanto più piccola è la frequenza, ma anche in tal caso la corrente e la tensione ai capi sono in quadratura, quindi **la potenza dissipata nell'induttore è nulla.**

Infine consideriamo il caso di una resistenza in regime armonico. La legge di Ohm $V_R(t) = RI(t)$ comporta che le grandezze complesse V_R ed I sono legate dalla relazione $V_R = RI$, quindi la potenza assorbita e dissipata dalla resistenza dipende dal tempo con andamento $W(t) = R \mid I \mid^2 \sin^2(\omega t)$ e ha valor medio temporale

$$W = \frac{R \mid I \mid^2}{2}$$

Nel circuito RCL in figura 11 tutti gli elementi sono percorsi dalla stessa corrente e l'equazione 10) mostra che la forza elettromotrice complessa applicata al circuito vale

$$\mathcal{E} = [-i\omega L + R + \frac{i}{\omega C}]I \tag{7.21}$$

Il rapporto $Z = \mathcal{E}/I$ è l'**impedenza** del circuito RCL in serie, vale

$$Z = R - i\omega L + \frac{i}{\omega C} \tag{7.22}$$

ed è null'altro che la somma delle impedenze dei tre elementi.

Ribadiamo che quando descriviamo le tensioni, le correnti e le cariche come vettori rotanti nel piano complesso, intendiamo che solo le parti reali hanno significato fisico. Ma attenzione! **L'impedenza è un grandezza complessa non rotante, con modulo e fase dotate di significato fisico preciso**: il modulo è il rapporto tra i valori di picco della tensione e della corrente, la fase è lo sfasamento della tensione rispetto alla corrente.

Poiché il condensatore e l'induttore non dissipano energia, la potenza dissipata dall'intero circuito RCL è quella dissipata nel resistore e vale

$$W = \frac{1}{2} R \mid I \mid^2 = \frac{\mid I \mid\mid \mathcal{E} \mid}{2} \frac{R}{\mid Z \mid} = I_{eff} \mathcal{E}_{eff} \cos\phi \tag{7.23}$$

I valori efficaci della corrente e della tensione, I_{eff} ed $\mathcal{E}_{eff}$, sono $\sqrt{2}$ volte minori dei valori di picco ed **il fattore di potenza** $\cos\phi = R/ \mid Z \mid$ **è null'altro che il coseno della fase dell'impedenza**.

7.8 Curva di risonanza del circuito RCL

Cominciamo a notare che l'impedenza del circuito RCL in serie, data dall'equazione 22), può essere riscritta nella forma

$$Z = R\left[1 - \frac{iL}{R}(\omega - \frac{1}{\omega LC})\right] = R\left[1 - \frac{i}{\Gamma\omega}(\omega^2 - \omega_0^2)\right]$$

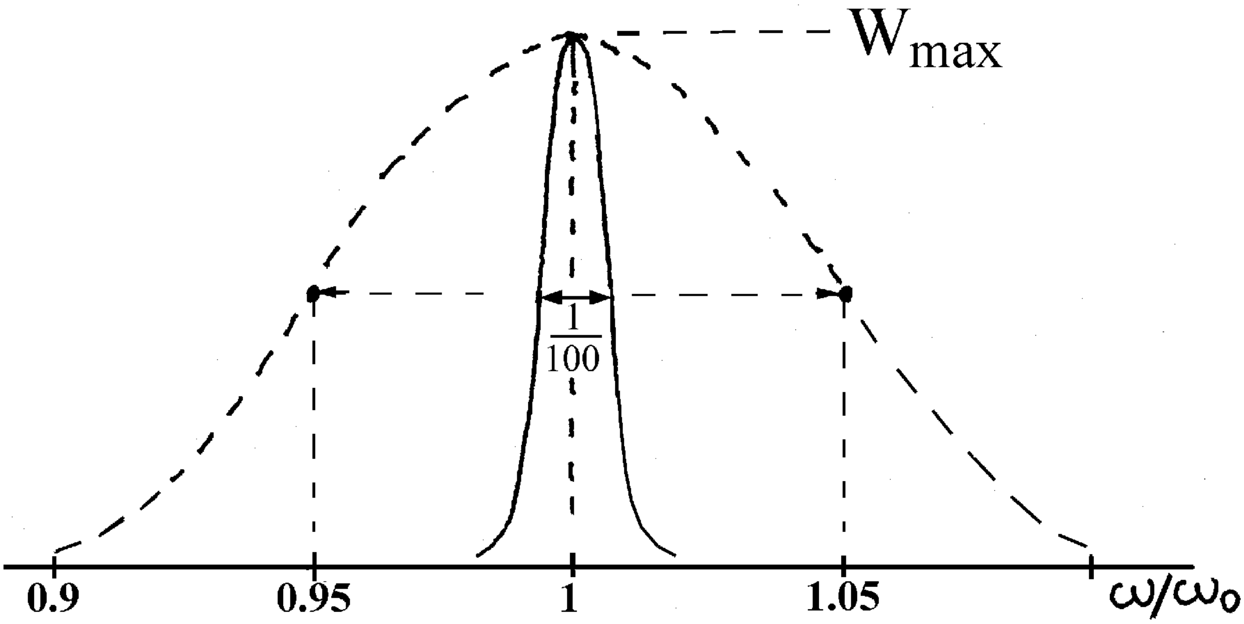
e che il suo modulo quadro vale

$$|Z|^2 = ZZ^* = R^2\left[1 + \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}{(\Gamma\omega)^2}\right] = R^2 \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\Gamma\omega)^2}{(\Gamma\omega)^2}$$

Pertanto il valor medio temporale della potenza assorbita dal circuito RCL alimentato con forza elettromotrice di picco costante e frequenza variabile risulta

$$W(\omega) = \frac{R|I|^2}{2} = \frac{R \mid \mathcal{E} \mid^2}{2|Z|^2} = \frac{\mid \mathcal{E} \mid^2}{2R} \frac{(\Gamma\omega)^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\Gamma\omega)^2} \tag{7.25}$$

Fig. 7.14 Curve di risonanza $W(\omega)$ per due valori del fattore di merito



Le curve continua e tratteggiata in figura 14 mostrano gli andamenti di $W(\omega)$ rispettivamente per $\omega_0/\Gamma = 100$ e per $\omega_0/\Gamma = 10$. Entrambe le curve raggiungono il valore massimo $W_{max} = \mid \mathcal{E} \mid^2 /2R$ per $\omega = \omega_0$, ma hanno larghezze a metà altezza inversamente proporzionali ai fattori di merito. Precisamente possiamo dire quanto segue.

• **Quando la frequenza ω è uguale alla frequenza di risonanza ω_0 il circuito risuona assorbendo la potenza massima $\mid \mathcal{E} \mid^2 /2R$.**

• Quando il fattore di merito è grande, come nei casi considerati in figura, la potenza assorbita si riduce alla metà di quella massima per $\omega = \omega_0 \pm \Gamma/2$, quindi Γ acquista l'ulteriore significato di **larghezza a metà altezza della curva di risonanza**.

Infine notiamo che per $\omega << \omega_0$ l'induttore gioca un ruolo trascurabile e l'impedenza del circuito si riduce a $R + i/\omega C$. In particolare per $\omega << RC$ l'impedenza è ben approssimata da $i/\omega C$, ma attenzione: la resistenza gioca sempre un ruolo importante perchè è l'unico elemento a dissipare potenza; la corrente di picco vale $\approx \mathcal{E}\omega C$ e la potenza dissipata risulta $W \approx R(\mathcal{E}\omega C)^2/2$. Invece, per $\omega >> \omega_0$ gioca un ruolo trascurabile il condensatore e l'impedenza del circuito si riduce a $R - i\omega L$. In particolare per $\omega >> R/L$ l'impedenza è ben approssimata da $-i\omega L$, la corrente di picco vale $\approx \mathcal{E}/\omega L$ e la potenza dissipata risulta $W \approx R(\mathcal{E}/\omega L)^2/2$.

ESERCIZI

1) Un circuito RCL in serie con $R = 0.2\ \Omega$, $C = 1\ \mu F$ e $L = 100\ \mu H$, è alimentato con tensione di picco di $10\ V$. Calcolare: a) la frequenza di risonanza, il fattore di merito e la larghezza della risonanza, b) la corrente e la potenza assorbita in piena risonanza, c) la corrente, la potenza assorbita e la fase dell'impedenza quando la frequenza vale $\omega_0/10$, d) la corrente, la potenza assorbita e la fase dell'impedenza quando la frequenza vale $10\ \omega_0$. e) Poi dire quale elemento circuitale può essere trascurato nella situazione c) e quale nella situazione d).

2) Considerare un circuito RCL in serie con $R = 0.02\ \Omega$, $C = 50\ pF$ ed $L = 0.2\ \mu H$ ed eseguire i calcoli richiesti nell'esercizio precedente.

3) In un circuito RCL in serie con morsetti in corto, due massimi di corrente successivi sono raggiunti ai tempi $t = 0$ e $t = 0.1\ s$ e hanno i valori di $10\ A$ e $5\ A$ rispettivamente. La frequenza di oscillazione vale $\omega_0 = 10^4\ s^{-1}$ e l'energia del circuito al tempo zero è di $10\ J$. Calcolare: a) il coefficiente di autoinduzione, la resistenza, la capacità ed il fattore di merito del circuito. Poi pensare che il circuito sia alimentato con tensione di picco di $100\ V$ e frequenza di $2\ 10^4\ s^{-1}$ e calcolare: b) l'impedenza del circuito, c) la potenza assorbita, d) i moduli delle tensioni resistiva, induttiva e capacitiva.

4) Un solenoide toroidale di circonferenza media $10\ cm$ è costituito da 10^3 spire di area $1\ cm^2$ fatte con filo di rame di diametro $0.1\ mm$. a) Calcolare il coefficiente di autoinduzione e la resistenza del sistema. b) Poi si pensi che gli estremi dell'avvolgimento, collegati ad una batteria da $10\ V$ nel passato, siano messi in corto istantaneamente al tempo zero e calcolare l'energia magnetica residua dopo $1\ s$.

5) Con un circuito RCL si vuole produrre un campo elettrico armonico, di frequenza $\omega = 10^8\ s^{-1}$ ed ampiezza di picco $100\ V/m$, tra le armature di un condensatore di sezione $10\ cm^2$, distanti $4\ mm$ e poste nel vuoto. a) Calcolare la corrente di picco. b) Scegliere il valore dell'induttanza in modo che il circuito risuoni proprio alla frequenza voluta. c) Calcolare l'energia immagazzinata nel circuito nelle condizioni di lavoro richieste. d) Descrivere i flussi di energia nel sistema.