Geometria 3 – Topologia

Foglio di esercizi 8

Anno accademico 2021-2022

11/12/2021

1) Siano $f_0, f_1 \colon X \to Y$ e $g_0, g_1 \colon Y \to Z$ continue. Dimostrare che se $f_0 \simeq f_1$ e $g_0 \simeq g_1$ allora $g_0 \circ f_0 \simeq g_1 \circ f_1$.

2) Dimostrare che uno spazio X è contraibile se e solo se qualunque applicazione continua $f \colon X \to Y$ verso uno spazio arbitrario Y è omotopa a costante.

3) Dimostrare che uno spazio X è contraibile se e solo se qualunque applicazione continua $f \colon Y \to X$ da uno spazio arbitrario Y è omotopa a costante.

4) Sia X uno spazio e $x_0 \in X$. Dimostrare che l'inclusione $\mathcal{P}_{x_0}(X) \to X$ induce un isomorfismo sul gruppo fondamentale (quindi $\pi_1(X, x_0)$ dipende solo dalla componente connessa per archi di $x_0 \in X$).

5) Dimostrare che $R^n \searrow B^n \searrow \{0\}$.

6) Dimostrare che se $f, g \colon X \to Y$ sono continue e omotope, allora inducono la stessa applicazione tra gli spazi di componenti (risp. componenti connesse per archi). Dedurre che un'equivalenza omotopica induce un omeomorfismo tra gli spazi di componenti (risp. componenti connesse per archi).

7) La retta di Sorgenfrey è contraibile? Giustificare la risposta.

8) Sia $A \subset X$. Dimostrare che se X si deforma (debolmente) su A allora l'inclusione $i \colon A \to X$ è un'equivalenza omotopica.