

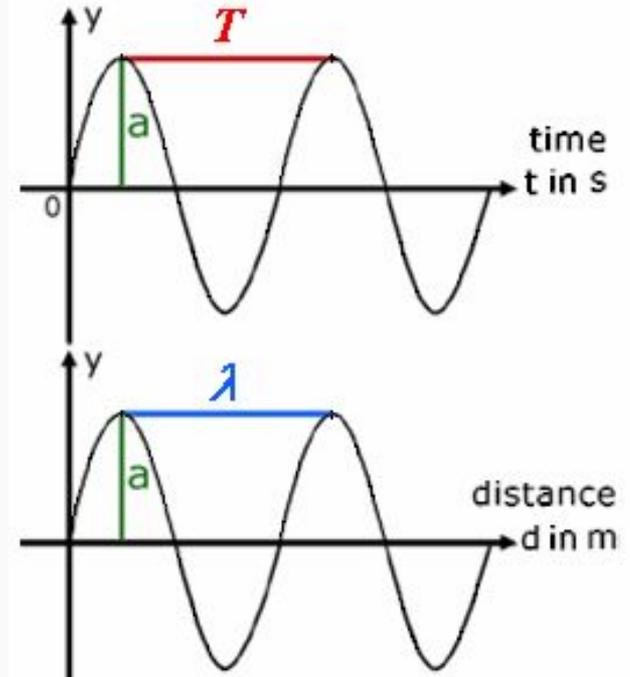
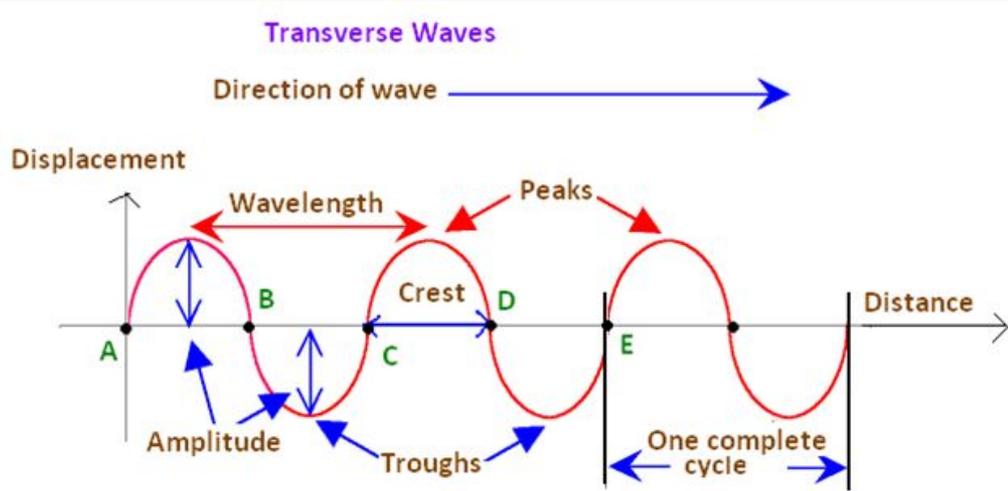
Physics Education Laboratory Lecture 20

Bayesian updating methods

Francesco Longo - 14/12/21

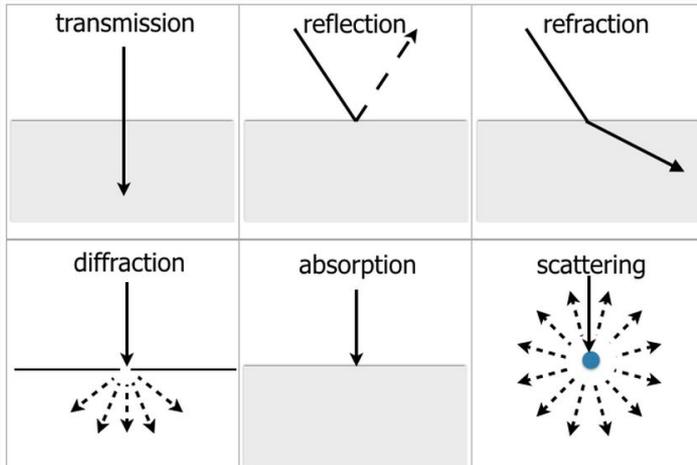
Key Concepts in Wave Physics

- Propagation / Disturbance
- Amplitude, Wavelength, Frequency, Period

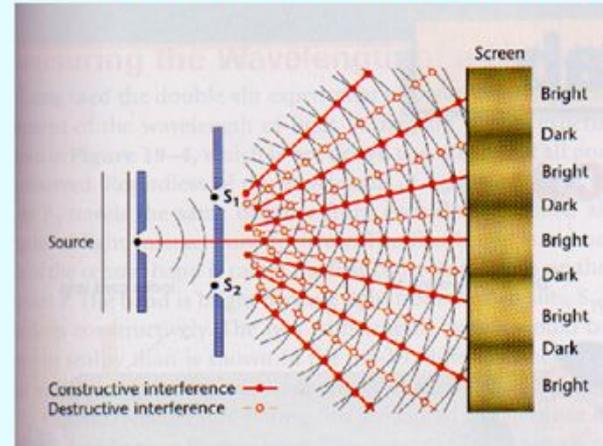


Key Concepts in Wave Physics

- Waves phenomena
- Interference
- Reflection and Refraction



Interference of Waves



Constructive makes bright bands, destructive makes dark bands.

Where crest meets crest or trough meets trough, we have constructive interference.
Crest plus trough cause destructive interference.

Bayesian methods for metacognitive developments skills

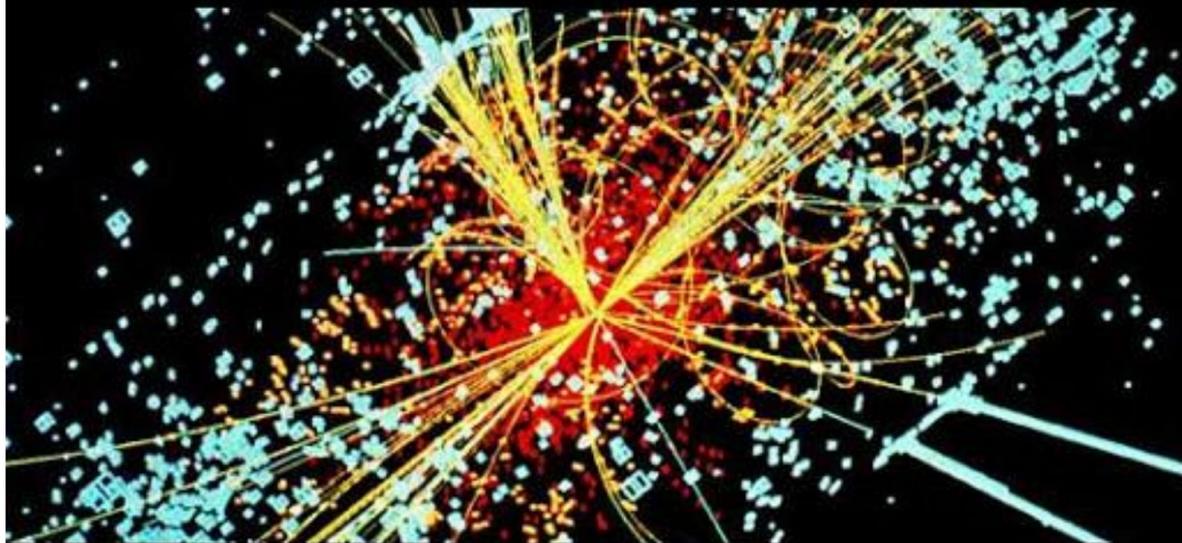
by A. Ventura et al.

<https://student.desmos.com/join/dyzsys?lang=it>

<https://student.desmos.com/join/2j49t8?lang=it>

<https://student.desmos.com/join/zmu97x?lang=it>

Introduzione alla Teoria della Probabilità



Dal lancio di dadi alla rivelazione di particelle
- Teorema di Bayes-

5 - Notazione e considerazioni finali:

Possiamo riscrivere il teorema di Bayes per i nostri fini operativi rinominando alcune variabili, siano:

$$R = \frac{P(E|H)}{P(E|\bar{H})} \quad C_f = P(H|E) \quad C_i = P(H)$$

ricordando che

$$P(E) = P(E|H)P(H) + P(E|\bar{H})P(\bar{H}) \quad \text{allora}$$

$$P(H|E) = \frac{P(E|H)P(H)}{P(E|H)P(H) + P(E|\bar{H})(1-P(H))} = \frac{P(H) \cdot \frac{P(E|H)}{P(E|\bar{H})}}{P(H) \cdot \frac{P(E|H)}{P(E|\bar{H})} + 1 - P(H)}$$

$\rightarrow P(\bar{H}) = 1 - P(H)$
cambio notazione

$$C_f = \frac{C_i R}{C_i R + 1 - C_i}$$

Aggiornamento Bayesiano e Fenomeni Ondulatori



Aggiornamento Bayesiano e Fenomeni Ondulatori



Quando si risolvono degli esercizi, specialmente in fisica, si tende a valutare l'esito del proprio operato in un unico modo: *Confrontando il proprio risultato numerico con quello fornito dal libro.*

Risulta immediata l'evidenza che un approccio simile NON è semplicemente ATTUABILE in un contesto "reale" scientifico, nell'ambito, ad esempio, di una ricerca.

Quando la soluzione non è già nota in partenza, perché il territorio non è ancora ben esplorato, oppure più banalmente perché non c'è una qualche figura autorevole a fornirci l'esito esatto; come possiamo testare la validità del nostro operato?



IF:

"SE...assumiamo la correttezza dell'ipotesi"

Nel contesto degli esercizi forniti dal libro di testo, solitamente l'ipotesi che vogliamo testare è "Il metodo risolutivo che ho utilizzato è quello corretto per questo problema". In situazioni più realistiche potrebbe essere: "la mia applicazione dei fondamentali principi della fisica è adeguata allo scenario corrente" se ad esempio si stanno facendo delle predizioni di un fenomeno di natura fisica.

Aggiornamento Bayesiano e Fenomeni Ondulatori



AND:

"E...eseguo un test in questo modo: (descrizione)"

In questo passaggio è fondamentale descrivere COME si hanno intenzione di cambiare i parametri forniti dal testo. Idealmente questi vanno cambiati con il fine di porsi in una situazione "comoda", una in cui si è sostanzialmente certi di cosa dovrebbe accadere e di come si comporterà il sistema che abbiamo in analisi.

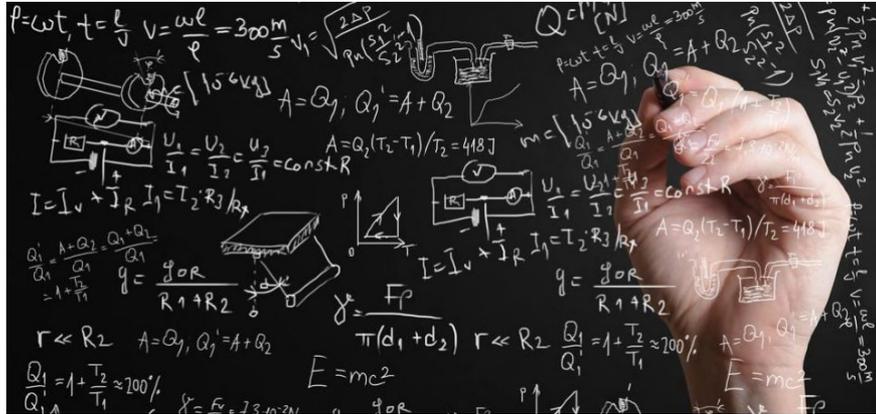


THEN:

"ALLORA...mi aspetto questo esito"

Descriviamo accuratamente come la quantità calcolata precedentemente dovrebbe variare al mutare dei parametri nel modo che abbiamo stabilito.

Aggiornamento Bayesiano e Fenomeni Ondulatori



AND/BUT:

"E/MA...eseguendo i calcoli"

mettiamo effettivamente in pratica quanto abbiamo escogitato e otteniamo un risultato nuovo.

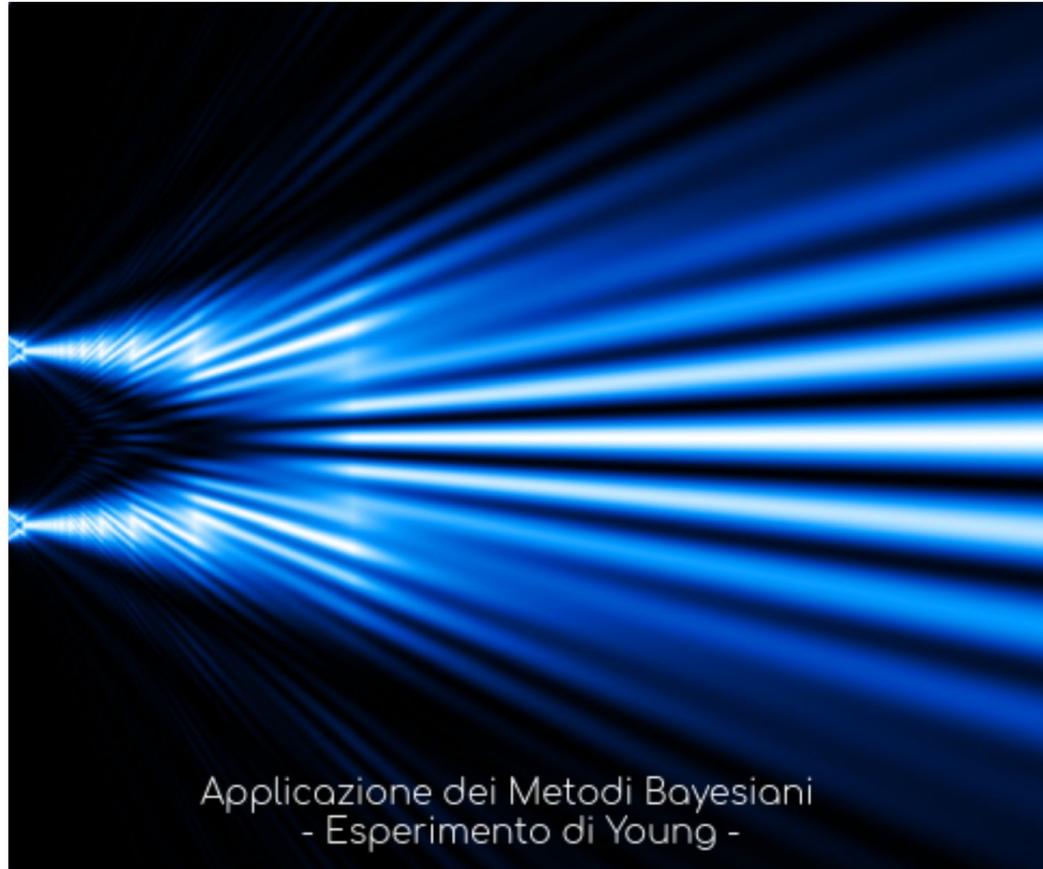


THEREFORE:

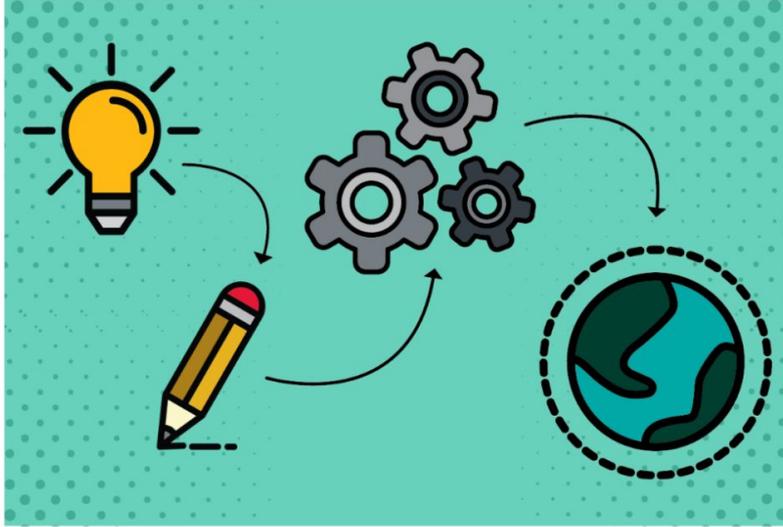
"DI CONSEGUENZA...possiamo trarre questa conclusione(conferma o confutazione)"

Facciamo una riflessione finale e stabiliamo se il risultato ottenuto con il nostro esperimento mentale avvalorata o scredita in qualche modo l'ipotesi iniziale...o non vi influisce in alcun modo (esperimento inconcludente).
distinguiamo quindi 3 casi:

- conferma: la predizione è ragionevole e consistente con il risultato.
- confutazione: la predizione NON è consistente con il risultato, nonostante la sua "ragionevolezza".
- esito nullo: la predizione NON è consistente con il risultato, ma si ritiene probabile che essa non fosse molto valida o ragionevole a causa di una conoscenza di base non sufficiente.



Aggiornamento Bayesiano e Fenomeni Ondulatori - Esperimento di Young



A differenza dei compiti assegnati, la scienza non si fa esclusivamente stando seduti a riflettere sulla propria scrivania.

Il passaggio per noi ora fondamentale è quello di andare oltre il puro esperimento concettuale basato unicamente sui calcoli, e lanciarsi verso l'ideazione di esperienze reali, poiché il fine ultimo della scienza non è quello di rimuginare su sé stessa, ma di descrivere accuratamente il mondo in cui viviamo.

Le situazioni surreali e semplificate dei problemi di testo, spesso tendono a creare un qualche distacco dalla realtà e farci chiedere: "Sì, ma tutto ciò a che cosa mi serve nel mondo reale?", dove la resistenza dell'aria esiste, dove le funi non sono indistruttibili e dove le onde del mare non sembrano descrivere una perfetta funzione sinusoidale.

Ma non dobbiamo scordare che è la padronanza delle situazioni più semplici che ci permette poi di destreggiarci nel mondo fisico, come vedremo oggi.

Aggiornamento Bayesiano e Fenomeni Ondulatori - Esperimento di Young



Vediamo quali sono i passaggi fondamentali di un'esperienza laboratoriale, affiancati ad un esempio pratico.

1 - IPOTESI:

Il primo passo consiste sempre nell'elaborare correttamente e nel modo più completo possibile l'ipotesi che si vuole testare, stabilendo un livello di convinzione iniziale.

Consideriamo un giocattolo costituito da una molla che lancia una macchina lungo una traiettoria rettilinea. Il costruttore del giocattolo afferma che l'auto raggiunge una velocità media di 10m/s. vogliamo testare questa dichiarazione.

ipotesi: L'auto raggiunge effettivamente la velocità media dichiarata dal costruttore.

livello di convinzione: $C_i = 0.9$ (ci fidiamo abbastanza)



2 - DESIGN DELL'ESPERIMENTO:

Stabilita l'ipotesi da testare è **ESSENZIALE** descrivere nei minimi dettagli *COME* si intende effettuare la verifica. L'attenzione non va infatti rivolta unicamente ai calcoli necessari ad ottenere il parametro cercato (la velocità dell'auto), ma deve soffermarsi accuratamente anche sulle modalità operative dell'esperimento.

Di fondamentale importanza nel mondo scientifico è infatti la ripetibilità dei risultati: il mio esperimento ha valore oggettivo unicamente se un collega può leggere il mio operato, provare a ripetere la stessa esperienza ed ottenere risultati coerenti. Se non ci si sofferma a sufficienza sulle caratteristiche dell'esperimento, si ottengono poi dei risultati che non possono essere riottenuti dagli altri scienziati per mancanza di informazioni.



2 - DESIGN DELL'ESPERIMENTO:

Stabilita l'ipotesi da testare è **ESSENZIALE** descrivere nei minimi dettagli *COME* si intende effettuare la verifica. L'attenzione non va infatti rivolta unicamente ai calcoli necessari ad ottenere il parametro cercato (la velocità dell'auto), ma deve soffermarsi accuratamente anche sulle modalità operative dell'esperimento.

Di fondamentale importanza nel mondo scientifico è infatti la ripetibilità dei risultati: il mio esperimento ha valore oggettivo unicamente se un collega può leggere il mio operato, provare a ripetere la stessa esperienza ed ottenere risultati coerenti. Se non ci si sofferma a sufficienza sulle caratteristiche dell'esperimento, si ottengono poi dei risultati che non possono essere riottenuti dagli altri scienziati per mancanza di informazioni.



2 - DESIGN DELL'ESPERIMENTO:

Nel nostro caso possiamo procedere in questo modo:

- Segnare con del nastro colorato due punti sufficientemente distanti sul percorso
- Misurare con un metro a nastro la lunghezza che intercorre tra i due segnali appena disposti.
- Un operatore è addetto alla carica della molla, un secondo operatore possiede invece un cronometro
- Al rilascio della macchinina, l'operatore dotato di cronometro farà partire lo strumento superato il primo segmento di nastro e lo interromperà raggiunto il secondo.
- Dalla misura dell'intervallo di tempo e della distanza che intercorre tra i due segnali possiamo ottenere la velocità media che andiamo cercando.

Si eseguono queste misure diverse volte.

Aggiornamento Bayesiano e Fenomeni Ondulatori - Esperimento di Young



2 - DESIGN DELL'ESPERIMENTO:

Idealmente abbiamo il desiderio di minimizzare quanto più possibile gli errori associati alla misura, ogni decisione presa per fare ciò è bene venga specificata. Nel nostro caso:

- i due segnali devono essere quanto più separati possibile per permettere all'operatore di poterli distinguere adeguatamente.
- Lo spesso del nastro è bene venga minimizzato così da non avere incertezza sul punto di inizio e di fine del percorso noto
- La molla andrebbe sempre caricata allo stesso modo, avendo quindi o un sistema di blocco opportuno o un segno sul banco a cui fare riferimento.



3 - ANALISI DATI:

Il terzo step consiste nel raccogliere tutti i dati raccolti, ordinarli, valutarli ed utilizzarli per calcolare le grandezze cercate.

Si faccia attenzione al fatto che ad ogni grandezza misurata è associata una incertezza.

Questa può essere legata alla natura dello strumento ed al suo funzionamento (Errori Massimi) oppure alla fluttuazione statistica legata alla ripetizione delle misure (Errori Statistici).



4 - ANALISI DEGLI ERRORI

La trattazione adeguata degli errori richiede conoscenze ulteriori a quelle a nostra disposizione, quindi non ce ne occuperemo.

Ci tengo però ugualmente a fare presente questo passaggio perché ad esso è associato un concetto di grande importanza:

Ogni risultato di natura scientifica è tale solo in relazione all'errore ad esso associato.

Se tentassimo di misurare la massa di un singolo elettrone utilizzando una bilancia da cucina, correttamente diremmo:

$$m_e = 0 \pm 0.05 \text{ g}$$

Ma a questa misura è associata una incertezza spropositatamente enorme rispetto al valore della grandezza che andiamo cercando, tanto che secondo la stessa bilancia non potremmo distinguere un elettrone da una manciata di molecole.

Aggiornamento Bayesiano e Fenomeni Ondulatori - Esperimento di Young



l'analisi degli errori è dunque molto importante per il passaggio successivo:

5 - VALUTAZIONE DEI RISULTATI

Come visto per l'esperimento concettuale, alla fine di tutto, ciò che dobbiamo fare è valutare l'esito della nostra esperienza, dicendo se abbiamo ottenuto una conferma, una confutazione o *un risultato nullo*.

Ebbene, un ottimo metodo per ottenere un esito nullo è quello di avere delle incertezze troppo grandi.

Supponiamo infatti che la velocità trovata per la nostra macchina sia $v = 8.34 \pm 5 \frac{m}{s}$

in questo caso non saremmo in grado di stabilire l'esito dell'esperimento, in quanto questo risultato sarebbe sì in accordo con il valore fornito dal costruttore (10 m/s), ma anche con uno completamente diverso (3 m/s ad esempio)...



5 - VALUTAZIONE DEI RISULTATI

Ammettendo di avere un esito con un'incertezza *ragionevole*, possiamo invece, come al solito, avere una:

CONFERMA - l'esito avvalorava l'ipotesi ed è coerente con quanto atteso entro l'incertezza trovata

CONFUTAZIONE - l'esito non è concorde con l'ipotesi di partenza entro l'incertezza trovata

consideriamo però un altro possibile esito:

FALSA CONFUTAZIONE - l'esito non è concorde con l'ipotesi trovata...ma ciò è dovuto ad alcune incorrettezze riconoscibili nella misura.

Supponiamo di aver trovato ad esempio l'esito:

$$v = 9.05 \pm 0.6 \frac{m}{s}$$



5 - VALUTAZIONE DEI RISULTATI

Un po' adirati ci rivolgiamo al costruttore, chiamandolo per chiedere spiegazioni.

Molto gentilmente esso ci risponde comunicandoci che la velocità da loro fornita è da intendersi "Nel vuoto" e che nella nostra esperienza non è stata valutata e sottratta la resistenza dovuta all'attrito con l'aria.

In questo caso quella che abbiamo ottenuto potrebbe trattarsi di una falsa confutazione...ossia è necessario screditare l'esperienza effettuata, **NON** l'ipotesi di partenza!.

R	Interpretazione
$< \frac{1}{150}$	Confutazione molto forte
tra $\frac{1}{150}$ e $\frac{1}{20}$	Confutazione forte
tra $\frac{1}{20}$ e $\frac{1}{3}$	Sostanziale confutazione
tra $\frac{1}{3}$ e 1	debole confutazione
1	esito nullo
tra 1 e 3	debole conferma
tra 3 e 20	sostanziale conferma
tra 20 e 150	conferma importante
> 150	conferma molto importante

6 - AGGIORNAMENTO BAYESIANO

Dopo aver valutato i risultati non resta che procedere come di consueto stabilendo un valore di R ed aggiornando il nostro livello di convinzione.

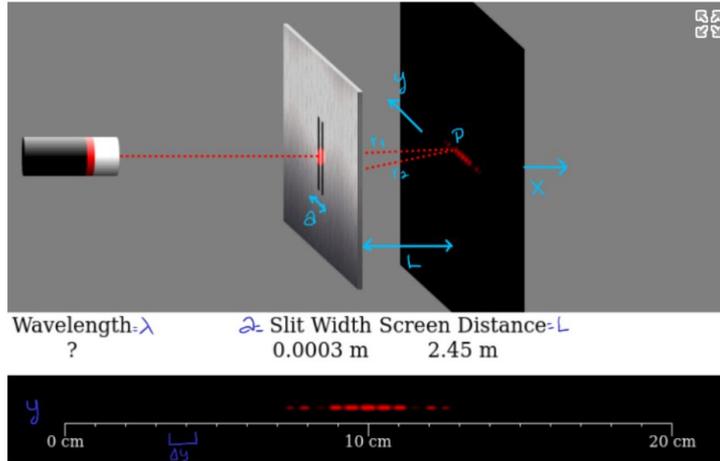
Nel nostro caso avendo ottenuto una falsa confutazione e non avendo ulteriormente esplorato l'ipotesi di resistenza in aria, possiamo concludere di aver ottenuto un ESITO NULLO, $R = 1$.

E la nostra convinzione relativa al valore riportato sulla scatola del nostro giocattolo rimane invariata

$$C_f = C_i = 0.9$$

Continuiamo a fidarci del costruttore allo stesso modo.

Aggiornamento Bayesiano e Fenomeni Ondulatori - Esperimento di Young



Opportunamente decidi di allestire uno schermo ed una doppia fenditura, allineati in modo da poter eseguire l'esperimento di Young.

Sia questo il tuo laboratorio:

<https://www.physicsclassroom.com/Physics-Interactives/Light-and-Color/Youngs-Experiment/Youngs-Experiment-Interactive>

Prova ad eseguire correttamente le misure per ottenere la lunghezza d'onda. (Si ricorda che il Massimo ed i minimi centrali sono di ordine 0, $m = 0$)

Delta_y(m)	a(m)	L(m)	m1-m2	lunghezza d'onda (nm)
	0.00025			
	0.00025			
	0.00025			

Aggiornamento Bayesiano e Fenomeni Ondulatori - Esperimento di Young

Using this Interactive

The Young's Double Slit Experiment Interactive is shown in the iFrame below. There is a small hot spot in the top-left corner. Clicking/tapping the hot spot opens the Interactive in full-screen mode. Use the Escape key on a keyboard (or comparable method) to exit from full-screen mode.

There is a second hot-spot in the lower-right corner of the iFrame. Dragging this hot-spot allows you to change the size of iFrame to whatever dimensions you prefer.

