

# Geometria 3 - Topologia

## Foglio di esercizi 9

Anno accademico 2021-2022

17/12/2021

- 1) Dimostrare che un retratto di uno spazio di Hausdorff è chiuso.
- 2) Dimostrare che  $B^n/S^{n-1} \cong S^n$  (suggerimento: capire prima i casi  $n = 1, 2$  e generalizzare).
- 3) Dimostrare che  $(S^n \times [0, 1]) / (S^n \times \{0\}) \cong B^{n+1}$ .
- 4) Dimostrare che  $p: S^1 \rightarrow S^1$ ,  $p(z) = z^2$ , è un rivestimento, dove consideriamo  $S^1 \subset \mathbb{C}$ .
- 5) Sia  $U \subset \mathbb{R}^n$  un aperto non vuoto e connesso. Dimostrare che ogni cammino in  $U$  è omotopo (rel  $\{0, 1\}$ ) ad un cammino poligonale (cioè un cammino che è unione finita di segmenti consecutivi).
- 6) Dimostrare che  $O(n)$  ha due componenti connesse per archi di cui una è  $SO(n)$  (suggerimento: induzione su  $n$ ).