

$$f(x) = \arcsin(\alpha - \log|x|) \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

1) dom f : f per α n'indio per $x > 0$ $\boxed{\arcsin(\alpha - \log x)}$

$$-1 \leq \alpha - \log x \leq 1 \quad \log x \leq \alpha + 1 \quad \wedge \quad \log x \geq \alpha - 1$$

$$\Rightarrow x \in [e^{\alpha-1}, e^{\alpha+1}]$$

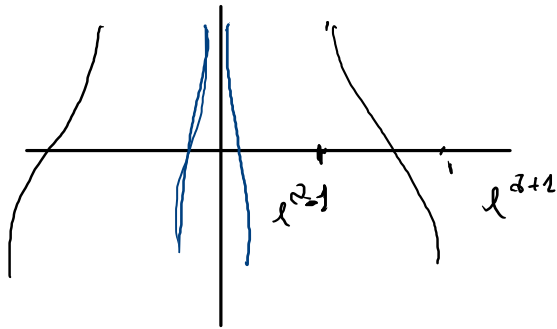
$$\text{dom } f = [-e^{\alpha+1}, -e^{\alpha-1}] \cup [e^{\alpha-1}, e^{\alpha+1}]$$

$-\log x$ decresce $\arcsin$ cresce $\Rightarrow f(x)$ è decrescente su $[e^{\alpha-1}, e^{\alpha+1}]$

$$\max f = f(e^{\alpha-1}) = \arcsin(\alpha - \log e^{\alpha-1}) = \frac{\pi}{2} \quad \min f = -\frac{\pi}{2}$$

2) f crescente su $[-e^{\alpha+1}, -e^{\alpha-1}]$, f decrescente su $[e^{\alpha-1}, e^{\alpha+1}]$

$-l^{d+1}$ e l^{d+1} punti di massimo $\max f = -\frac{\pi}{7}$
 $-l^{d-1}$ e l^{d-1} punti di massimo $\max f = \frac{\pi}{7}$



$d \gg 1$

$[l^{d-1}, l^{d+1}]$

per $d \rightarrow +\infty$ il grafico si dilata orizzontalmente e si sposta verso $+\infty$ il suo estremo destro, verso $-\infty$ il suo estremo sinistro

per $d \rightarrow -\infty$ $[l^{d-1}, l^{d+1}]$ il grafico viene schiacciato contro l'asse y.

$$f(x) = \int_x^{3x} \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} dt$$

$$= [\operatorname{arctanh}(3x) - \operatorname{arctanh}(x)] \quad f(0) = 0$$

$$f(-x) = \int_{-x}^{-3x} \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} dt = \int_x^{3x} -\frac{1}{\sqrt{1+s^2}} ds = -f(x)$$

$s = -t$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+(3x)^2}} \cdot 3 - \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \cdot 1$$

$$\frac{3\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1+9x^2}}{\sqrt{} \cdot \sqrt{}}$$

$$f'(0) = 2$$

$f'(x) > 0$ se e solo se $3\sqrt{1+x^2} > \sqrt{1+9x^2} \Leftrightarrow 9(1+x^2) > 1+9x^2 \Leftrightarrow 9 > 1$
 sempre /
 f strett. crescente su $\mathbb{R}$ e quindi f è iniettiva

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{f'(0)} = \frac{1}{2}$$

$$y = f(x)$$

$$y=0 \leadsto x=0$$

$$f \text{ dispari} \Rightarrow f^{-1} \text{ dispari}$$

$$P(y) = \frac{1}{2}y$$

$$P_2 = P_1$$

$$g \text{ dispari} \Rightarrow$$

$$g^{(2n)}(0) = 0$$

$$g(-x) = -g(x)$$

$$\Rightarrow g(0) = 0$$

$$D[(f^{-1})'(y)] = D\left[\frac{1}{f'(f^{-1}(y))}\right] = \frac{1}{[f'(f^{-1}(y))]^2} \cdot f''(f^{-1}(y)) \cdot \frac{1}{f'(x)}$$

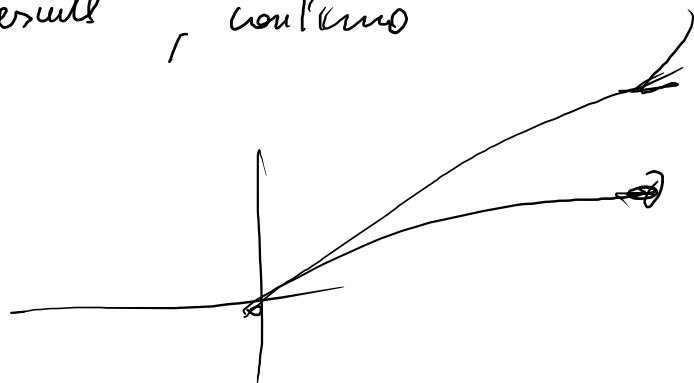
f biiettivo?

$$f(x) = \int_x^{3x} \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} dt$$

$$f(0) = 0$$

f crescente, continuo

f biettiva in e solo in $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$



$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}} \cdot (3x-x) \leq \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}} \rightarrow 2$$

$x \rightarrow +\infty$

$x > 0$

$$x \leq \xi \leq 3x$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}} \leq \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

quindi $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \in \mathbb{R}$ f non è biiettivo

$$f_{a, x_0}(x) = \begin{cases} 2 - x^2 & x < 0 \\ 2 \cos x & x \in [0, x_0] \\ 2x & x > x_0 \end{cases} \quad \swarrow$$

$$x_0 \in]0, \pi[$$

continuità

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2} x^2 + o(x^3)$$

$$2 \cos x = 2 - x^2 + o(x^3)$$

f è C^3 vicino a 0

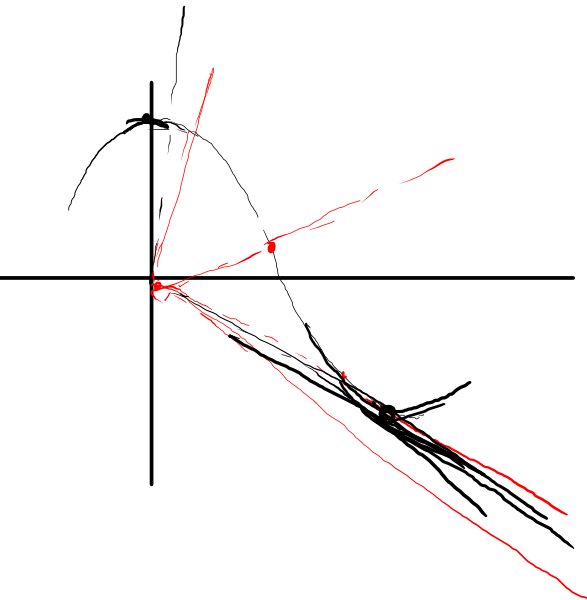
x_0 ?

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = 2 \cos x_0$$

$$\lim_{x_0 \rightarrow \pi} 2 = 2$$

$$\cos x_0 \geq -1$$

$$2 \geq -\frac{2}{\pi}$$



$$\leadsto 2x_0 = 2 \cos x_0 \quad \Leftrightarrow \quad 2 = \frac{2 \cos x_0}{x_0}$$

f_{a,x_0} è continua se $x_0 \in]0, \pi[$ e $a = \frac{2 \cos x_0}{x_0}$

$$\left\{ \left(\frac{2 \cos x_0}{x_0}, x_0 \right) \in \mathbb{R} \times]0, \pi[\right\}$$

] funzione $h:]0, \pi[\rightarrow \mathbb{R}$ $h(x) = \frac{2 \cos x}{x}$; h_{a,x_0} è continua se e solo se i parametri (x_0, a) appartengono al grafico di h .

$$f \in C^1 ? \quad \left\{ \begin{array}{ll} 2 \cos x & x \leq x_0 \\ 2x & x > x_0 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{ll} -2 \sin x & \\ a & \end{array} \right.$$

$$a = \frac{2 \cos x_0}{x_0} = -2 \sin x_0 \Rightarrow$$

$$x_0 = - \frac{\cos x_0}{\sin x_0}$$

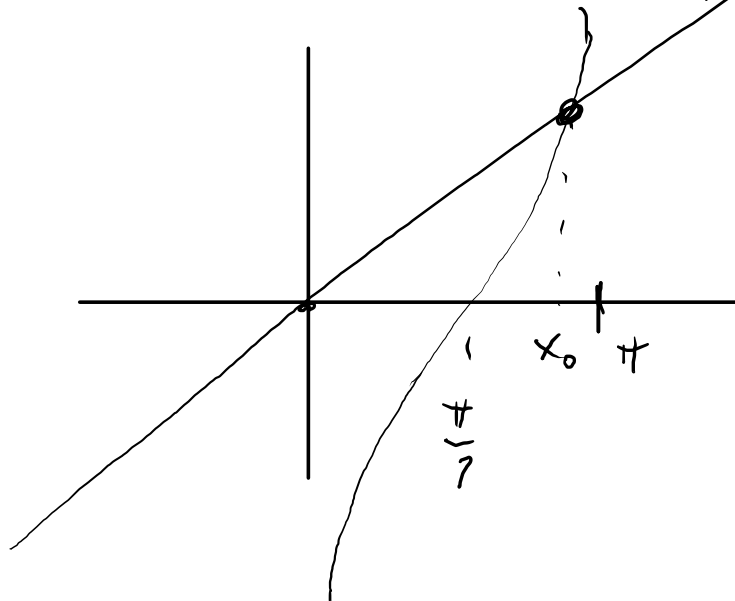
$$\rightarrow -2 \sin x_0 = a$$

$$x_0 = - \frac{\cos x_0}{\sin x_0}$$

esiste un punto con questo proprietà?

$\exists ! x_0 \in]\frac{\pi}{2}, \pi[$ che

soddisfa le condizioni



$$y = - \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$y = x$$

$f \in C^1$ per un unico coppia di parametri (a, x_0) con

$$x_0 = - \frac{\cos x_0}{\sin x_0} \quad / \quad a = \frac{2 \cos x_0}{x_0}$$

$$\begin{cases} C^2 \text{ ?} \\ -2 \cos x \\ 0 \end{cases}$$

devo essere $-2 \cos x_0 = 0$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{\pi}{2}$$

ma $x_0 = \frac{\pi}{2}$ non soddisfa la condizione

affinché $f_{x_0,0} \in C^1$

prendi l'insieme dei parametri per cui f_{α, x_0} è C^2 e vedi.

$$g(z) = \sin(\sqrt{z})$$

$$\int g(z) = \int \sin(\sqrt{z}) dz = \int 2y \sin y dy = \left[-2y \cos y \right] + \int 2 \cos y dy$$

$$\sqrt{z} = y \quad dy = \frac{1}{2\sqrt{z}} dz$$

$$= -2\sqrt{z} \cos \sqrt{z} + 2 \sin \sqrt{z}$$

$$\int_0^{\pi} \left(\int_0^{x^2} \sin \sqrt{t} dt \right) dx = \int_0^{\pi} (2 \sin x - 2x \cos x) dx =$$

$$= 2 \left[-\cos x \right]_0^{\pi} - 2 \left[\left[x \sin x \right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \sin x dx \right] = 8$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\int_0^{x^2} m \sqrt{t} dt \right) dx = 2 \cdot 8 = 16$$

$\uparrow$
 par.

$$t \geq 0$$

$$\sqrt{t}$$

