

# Geometria 3 – Topologia

## Simulazione d'esame

Anno accademico 2021-2022

24/12/2021

- 1) Sia  $L \subset \mathbb{R}^3$  una retta. Mostrare che  $\mathbb{R}^3 - L$  è connesso per archi e calcolare  $\pi_1(\mathbb{R}^3 - L)$ .
- 2) Sia  $K \subset \mathbb{R}^2$  compatto e non vuoto. Dimostrare che  $\mathbb{R}^2 - K$  ha un'unica componente connessa illimitata  $U$ , che è anche connessa per archi ed esiste un epimorfismo  $\pi_1(U) \rightarrow \mathbb{Z}$ .
- 3) Sia  $f: S^n \rightarrow X$  continua. Dimostrare che  $f \simeq \text{cost}$  se e solo se  $f$  si può estendere ad un'applicazione continua  $\tilde{f}: B^{n+1} \rightarrow X$ .
- 4) Sia  $f = x^7 - x^4 - 5x + 3i$  un polinomio complesso. Dimostrare che  $f$  ammette almeno una radice  $\alpha \in \mathbb{C}$  con  $|\alpha| \leq 1$ .