

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Anno accademico 2021/2022 – INGEGNERIA
APPELLO DEL 12.01.2022 – FILA B

1. Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u'' + 4u' + 4u = 3e^t - 2e^{-2t} \\ u(0) = 0, \quad u'(0) = 0. \end{cases}$$

2. Scrivere il polinomio di Taylor di grado 2, associato alla funzione

$$f(x, y) = x^2y^2 + \cos(xy) + e^{x^2-3y},$$

nel punto $(0, 0)$.

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x, y) = 3x + 2y;$$

calcolare $\int_E f$, dove

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

4. Data la forma differenziale

$$\omega(x, y, z) = (z^2 - 2xy) dx + (-x^2 + 2yz) dy + (y^2 + 2xz) dz,$$

trovare una funzione $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $df = \omega$. Calcolare inoltre $\int_\gamma \omega$ in due modi diversi, dove $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ è la curva definita da

$$\gamma(t) = (1 + t, -t^2, 1 - t).$$