

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II  
Anno accademico 2021/2022 – INGEGNERIA  
APPELLO DEL 12.01.2022 – FILA C

1. Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u'' - 10u' + 25u = 3e^t - 2e^{5t} \\ u(0) = 0, \quad u'(0) = 0. \end{cases}$$

2. Scrivere il polinomio di Taylor di grado 2, associato alla funzione

$$f(x, y) = xy^3 - \cos(xy) + e^{3x^2+y},$$

nel punto  $(0, 0)$ .

3. Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x, y) = 3x - 2y;$$

calcolare  $\int_E f$ , dove

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

4. Data la forma differenziale

$$\omega(x, y, z) = (z^2 - 2xy) dx + (-x^2 - 2yz) dy + (-y^2 + 2xz) dz,$$

trovare una funzione  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $df = \omega$ . Calcolare inoltre  $\int_\gamma \omega$  in due modi diversi, dove  $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$  è la curva definita da

$$\gamma(t) = (1 + t, -t^2, 1 - t).$$