Matricola: ____________________

Nome: ____

Cognome: ______________________________________

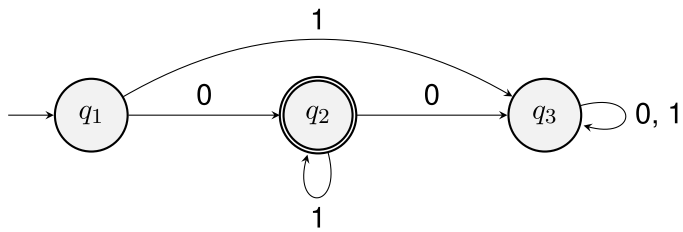
ESAME - Computabilità, Complessità e Logica

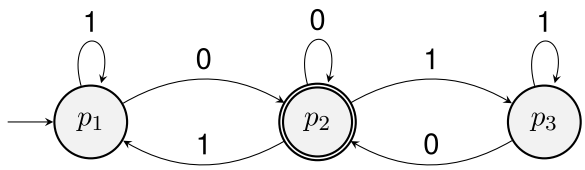
19 gennaio 2022

Si hanno a disposizione 2 ore per il completamento dell'esame. Per poter accedere all'orale sono richiesti almeno 18 punti, ogni domanda ha indicato a lato il valore in punti *massimo* ottenibile per quella domanda. Si ricorda che è necessario motivare le risposte.

Domanda 1 *[4 punti]*

Dati i seguenti automi a stati finiti:





Si costruisca l'automa prodotto accettante l'intersezione dei linguaggi riconosciuti dai due automi.

Domanda 2 *[4 punti]*

Sia $L = \{ab^nac^na \mid n \in \mathbb{N}\}$ un linguaggio sull'alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$. Usando il *pumping lemma* per linguaggi regolari si mostri che L *non* è un linguaggio regolare.

Domanda 3 *[4 punti]*

Si consideri il problema stabilire se, data una macchina di Turing M, uno parola w e uno stato q della macchina, M su input w entra almeno una volta nello stato q.
Stabilire se il problema è decidibile. Nel caso lo sia si fornisca un algoritmo per deciderlo. Altrimenti si mostri che il problema non è decidibile mostrando una riduzione.

Domanda 4 *[4 punti]*

Data una formula φ sulle variabili $x_1, \dots, x_n$ si consideri il problema di stabilire se esistano almeno 4 assegnamenti che la soddisfano. Si dimostri che il problema è NP-completo.

Domanda 5 *[4 punti]*

Formalizzare nel simbolismo logico le seguenti proposizioni:

1. Chi è amico di qualcuno che ama il cinema, ama il cinema.
2. Chi ama il teatro, è amico di qualcuno che ama il teatro.
3. Barbara è amica di Donatella e ama il teatro, ma non il cinema.

Domanda 6 *[4 punti]*

Dimostrare con la Deduzione Naturale che

- $\vdash (P \to Q) \to ((P \wedge R) \to (Q \wedge R))$
- $\neg(P \vee Q) \vdash \neg P \wedge \neg Q$

Domanda 7 *[4 punti]*

Stabilire con i tableau analitici ED il metodo dei sequenti se:

$$\vdash \exists x(P(x) \to \forall y P(y))$$

Domanda 8 *[4 punti]*

Stabilire, utilizzando la risoluzione, che:

$$\exists x(B(x) \wedge E(x)), \exists x(B(x) \wedge \forall y(E(y) \to \neg A(x, y))) \models \exists x(B(x) \wedge \neg\forall y(B(y) \to A(y, x)))$$