

FISICA NUCLEARE

- Costituenti fondamentali della materia
- Elementarità
- Nucleo atomico
- Tabella dei nuclidi
- Unità di misura e scale dimensionali
- Proprietà del nucleo atomico: masse dei nuclei; dimensioni dei nuclei

• Costituenti fondamentali della materia

Fine 19° secolo: esistenza elementi diversi con proprietà periodicamente ricorrenti → chiara indicazione di una struttura interna per atomi.

- Atomo: **nucleo** denso circondato da una *nuvola* di **elettroni**.
- **Nucleo** decomponibile in costituenti più piccoli, **nucleoni**: **protoni** e **neutroni**.
- Prima della scoperta del **neutrone** (Chadwick 1932) si pensava nuclei composti da **protoni** ed **elettroni**.

• Elementarità

Sistema è **elementare** se è privo di struttura interna e si comporta come un punto materiale → non può assorbire energia dall'esterno trasformandola in energia interna.

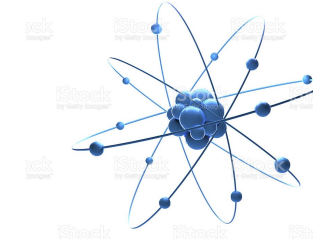
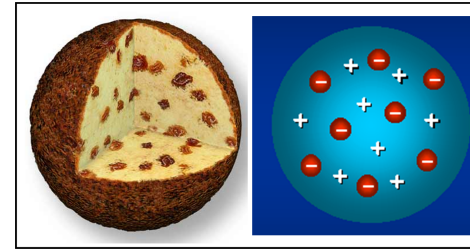
Tutta l'energia trasferita a una particella elementare si trasforma in sua energia cinetica.

Energia di gradi di libertà interni d'una particella non ha distribuzione continua, ma **discreta**, E_0, E_1, E_2, \dots → si evidenzia natura composita della particella trasferendo almeno energia pari alla **soglia**: $E_s = E_1 - E_0$

Con energie $< E_s$, particella sembra elementare → studio struttura interna richiede energie sempre maggiori.

• Nucleo atomico

- 1896 → Bequerel: Radioattività
- 1904 → Thomson: Atomo a panettone
- 1909 → Rutherford: Nucleo atomico

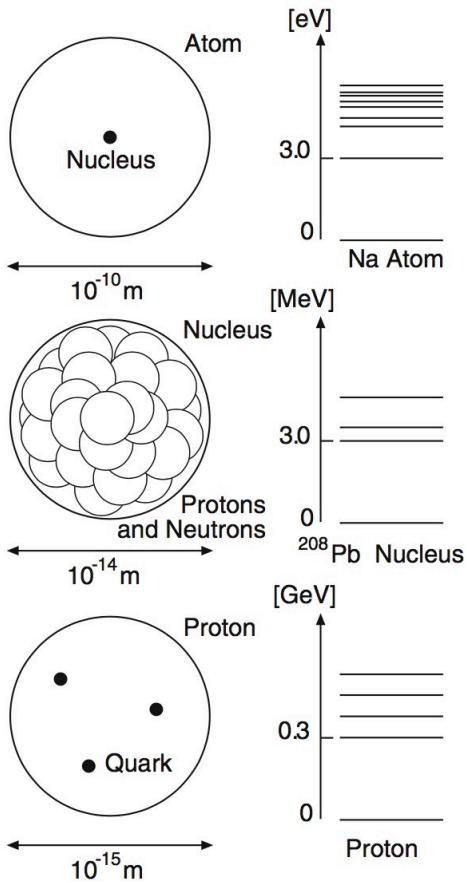


Atomo di Bohr: nucleo circondato da $Z e^-$

Atomo praticamente vuoto !

Nucleo → A sferette ~ rigide (nucleoni), a massimo impacchettamento ⇒ forma che al crescere di A tende a una sfera; **volume $\propto A$** , raggio $R \propto \sqrt[3]{A}$: **$R = r_0 A^{1/3}$**

- A (nucleoni) = Z (protoni - p) + N (neutroni - n)
- Specie nucleare caratterizzata da carica Ze e dalla massa $M(A,Z)$ del nucleo
- Masse: $m_p \approx m_n \approx 200 m_e$ (⇒ spesso trascurabile contributo e^-)
- A è intero più vicino al rapporto fra la massa d'un nucleo e quella di un protone
- Per nuclei oltre l'idrogeno ⇒ $A > Z$ e **$(A-Z)$ cresce con A**



– Inizialmente si pensò massa del nucleo \sim tutta dovuta a p^+ , con $(A - Z)e^-$ per bilanciare la carica.

Ma e^- non può essere componente strutturale d'un nucleo:

- Forza attrattiva fra p^+ ed e^- del nucleo dovrebbe essere \gg della coulombiana, perché allora non coinvolge anche e^- atomici ?
- Incertezza Δx su posizione e^- nel nucleo è $\approx 10^{-14}$ m \Rightarrow incertezza su impulso

$$\Delta p \sim h/\Delta x \sim 4.14 \times 10^{-7} \text{ MeV s m}^{-1}$$

Se m_e massa di e^- \Rightarrow grezza stima sua energia tot. nel nucleo

$$E_{tot}^2 = p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4$$

assumendo il suo impulso p_e nel nucleo dell'ordine di Δp .

Sostituendo e con $c \approx 3 \times 10^8$ m/s, $m_e \approx 0.51$ MeV/c², si ha: $E_{tot} \approx 124$ MeV

per l'en. cinetica di ipotetico e^- del nucleo.

\Rightarrow non compatibile con energie misurate per e^- del decadimento β (massimo alcuni MeV), e neppure con l'essere il nucleo legato (≈ 8 MeV l'energia media di legame per nucleone).

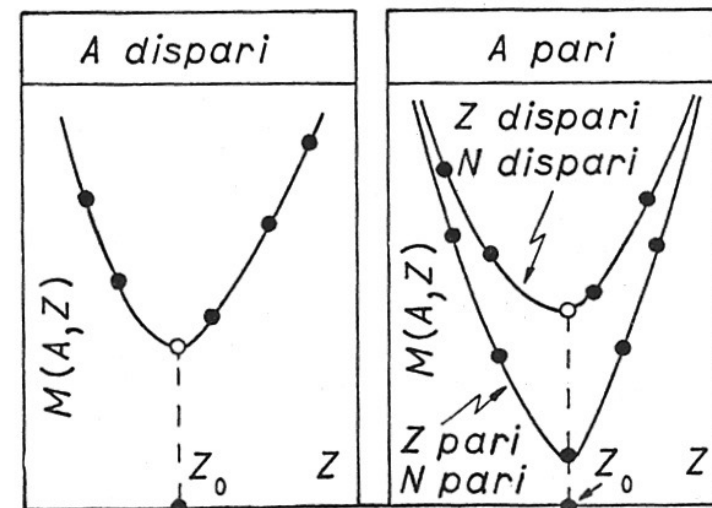
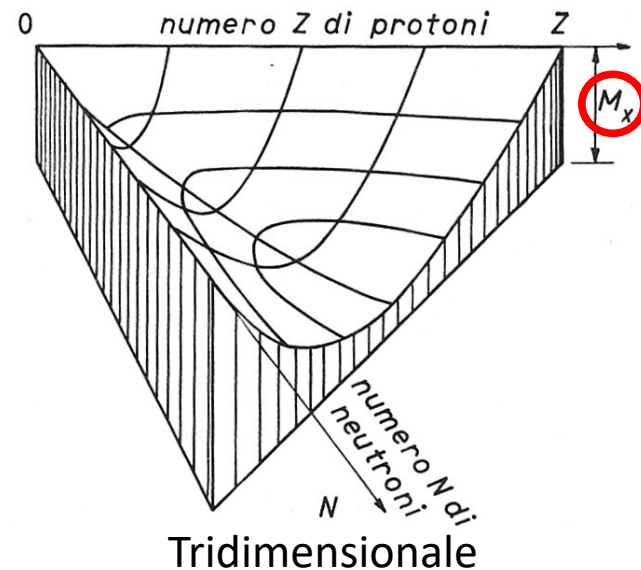
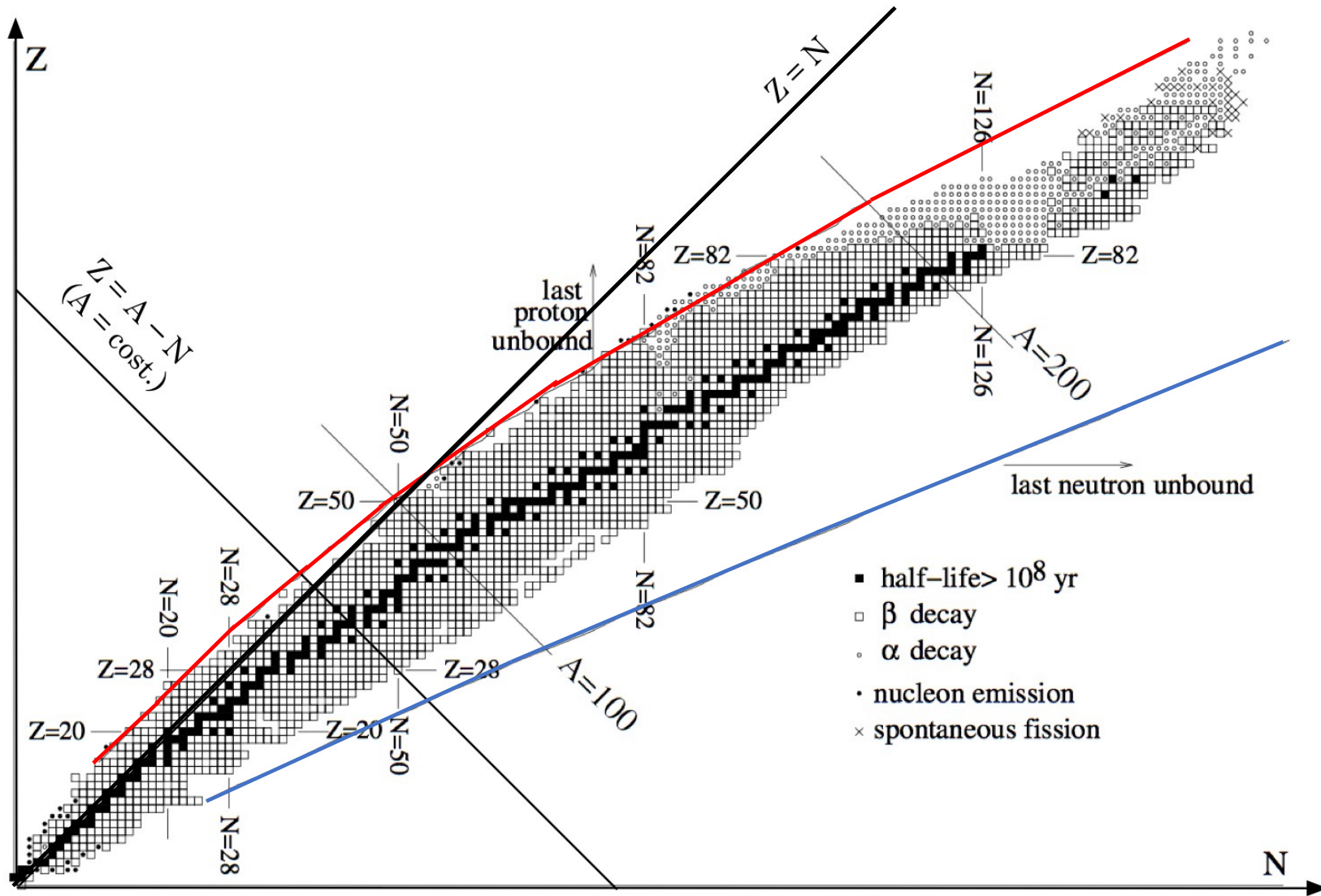
- Violato principio di conservazione del momento angolare totale per un sistema fisico isolato.

► Nuclei con e^- disaccoppiati avrebbero momenti magnetici \gg di quelli osservati.

Se nucleo di **deuterio** contenesse un e^- , suo mom. di dip. magnetico ~ 2000 volte maggiore.

- Scoperta neutrone risolse problema: n ha carica nulla e $m_n > m_p$ dello 0.14% circa.
- Il n ha mom. magnetico intrinseco $\neq 0$, pari in modulo a oltre il 68% di quello del p , **indizio di una struttura interna!**
- La densità media di nucleoni in un nucleo è $\rho_0 \simeq 0.17$ nucleoni \times fm $^{-3}$.
- Specie nucleare (nuclide) \mathbf{X} si indica: ${}^A_Z\mathbf{X}_N$. Talvolta si omette N .
- Nuclei con ugual n. atomico Z e diverso n. di massa A , e quindi N , sono detti **isotopi**.
- Nuclei con ugual n. di massa A e diversi n. atomici Z ed N , sono detti **iobari**.
- Nuclei con ugual n. di neutroni N e diverso n. di massa A e quindi Z , sono detti **isotoni**.
- Un **nucleo in uno stato eccitato è detto isomero** del proprio stato fondamentale.

Tabella dei nuclidi (Segrè)



Sezioni ad A costante (sequenze isobariche)

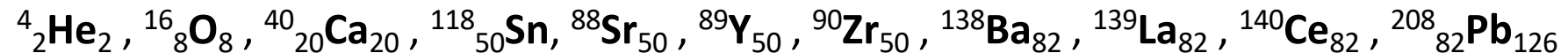
Un nucleo A_ZX è **stabile** se sopravvive indefinitamente, **instabile** se si trasforma **spontaneamente** in ${}^{A'}_{Z'}X$ con un decadimento.

Z_0 sul minimo di $M(A,Z)$ individua l'isobaro più stabile della particolare sequenza.

Sperimentalmente alcune **quasi-regolarità**:

- nuclei con A **pari** hanno da uno a tre **isotopi** stabili;
- nuclei con A **dispari** un solo **isotopo** stabile;
- nuclei con Z (N) **pari** hanno almeno due **isotopi (isotoni)** stabili, quelli con Z (N) **dispari** mai più di due.

Le **abbondanze isotopiche relative** dei nuclei nei materiali che compongono Terra, meteoriti, Sole e le altre stelle hanno massimi in corrispondenza a



Le specie nucleari caratterizzate da Z o N appartenenti alla sequenza: **$Z, N = 2, 8, 20, 50, 82, 126$ (#)** hanno quindi proprietà che ne giustificano la grande abbondanza nell'Universo.

- Analisi sistematica specie nucleari \Rightarrow nuclei della sequenza (#) hanno il massimo numero di **isotopi** stabili.

I numeri della sequenza (#) sono detti **numeri magici** e li si indica (Z^*, N^*).

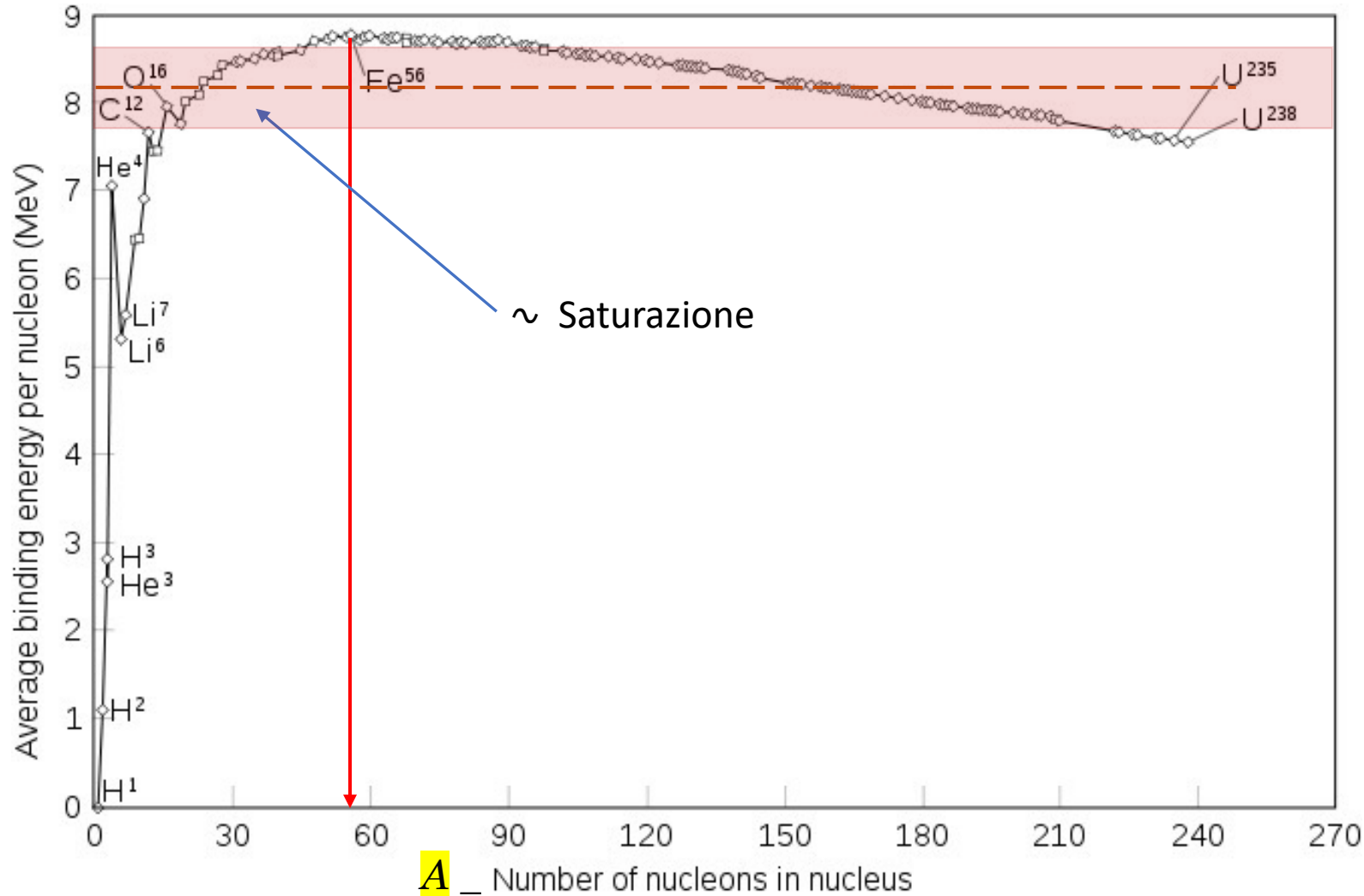
Unità di misura e scale dimensionali

- Carica elementare: $e \simeq 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
- $1 \text{ eV} \simeq 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$
- Cost. di Boltzmann: $k_B = 1.38064852(79) \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} = 8.61673324(78) \times 10^{-5} \text{ eV} \cdot \text{K}^{-1}$
- Velocità luce nel vuoto: $c = 299792458 \text{ m/s}$
- $1 \text{ kg} \simeq 5.62 \cdot 10^{35} \text{ eV}/c^2$
- Unità di massa atomica: $1 \text{ u} = 1 \text{ M}_{12\text{C}} = 931.494 \text{ MeV}/c^2 = 1.66054 \times 10^{-27} \text{ kg}$
- Costante di Plank: $\hbar = h/2\pi \simeq 1.055 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \simeq 6.582 \cdot 10^{-22} \text{ MeV} \cdot \text{s}$
- Magnetone elementare: $\mu = q\hbar/2M$

$$c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \simeq \frac{1}{137.036}$$

Proprietà del nucleo atomico: masse dei nuclei; dimensioni dei nuclei

$|B/A|$



La massa $M(A,Z)$ d'un nucleo A_ZX con Z protoni e $(A - Z)$ neutroni, è data da

$$M(A,Z) = Zm_p + (A - Z)m_n - \Delta M(A,Z)$$

$\Delta M(A,Z) \rightarrow$ **difetto di massa**, è negativo e \propto energia di legame B del nucleo:

$$B = c^2 \Delta M(A,Z)$$

Energia media di legame per un nucleone in un nucleo:

$$|B/A| = -B/A$$

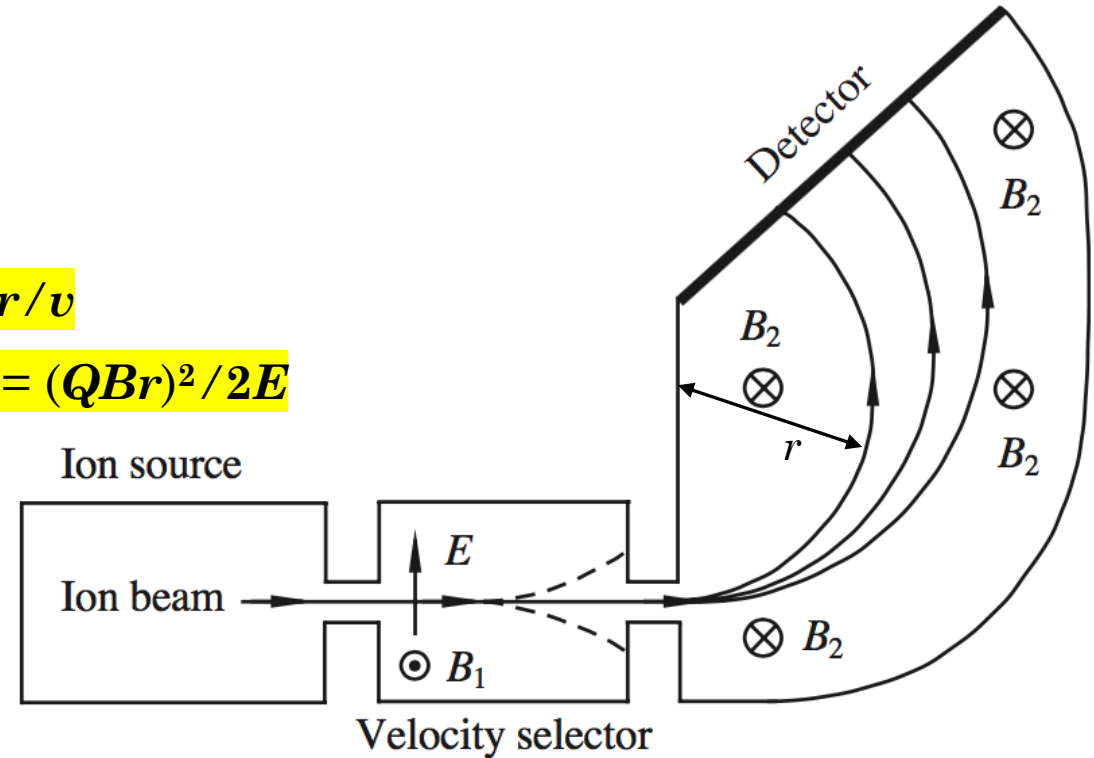
Misura di masse nucleari

Spettrometro di massa:

- **selettore velocità** $\Rightarrow QE + QvB = 0 \Rightarrow v = E/B$

- **spettrometro magnetico** $\Rightarrow QvB = Mv^2/r \Rightarrow M = QBr/v$

ed essendo $E_k = mv^2/2$, da cui $v = (2E/m)^{1/2} \Rightarrow M = (QBr)^2/2E$



Se un nucleo vive per un tempo troppo breve \Rightarrow altre tecniche: bilancio energetico dettagliato di

reazioni nucleari contenenti quel nucleo, e nuclei di cui è nota la massa per vie spettroscopiche.

Esempio trattando delle reazioni nucleari.

... dimensioni dei nuclei ...

Densità nucleonica e **potenziale nucleare** dipendono similmente da parametri che definiscono dimensioni nucleari, hanno valore \sim **costante** fino pochi **fm** dal **CM** del nucleo, per poi **andare rapidamente a zero**.

- **Supposta simmetria sferica**, si caratterizza la struttura con due parametri: **raggio medio** fino al dimezzarsi della densità nucleonica, e **spessore di una superficie sfumata**, centrata sul raggio medio.
- Definire cosa si vuole descrivere e come: estensione distribuzione di **carica** **O** di **massa**; due cose legate a come si indaga.

Raggio di carica: atomi muonici

- Raggio d'azione forze nucleari \ll dimensioni atomiche, altrimenti si sentirebbe effetto su struttura atomica che è ben spiegata da sole interazioni elettromagnetiche.
- Distribuzione **carica estesa** del nucleo \Rightarrow perturba energie livelli atomici, calcolate per nucleo puntiforme. Calcolo perturbativo spostamenti ΔE livelli per carica nucleare **Z***e* unif. distribuita in sfera di raggio **R**:

$$\Delta E = \int \psi_{E_0}^*(\vec{r}) e\Delta V(r) \psi_{E_0}(\vec{r}) d\vec{r} = \int \psi_{E_0}^2(\vec{r}) e\Delta V(r) d\vec{r}$$

con $\psi_{E_0}(\vec{r})$ funz. d'onda dell' e^- atomico sul livello imperturbato $E_0 = -Z^2e^2/(8\pi\epsilon_0 a)$
 $\Delta V(r)$ perturbazione dovuta a diff. fra potenziale di carica distribuita e di carica puntiforme

$$\psi_{E_0}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a}\right)^{3/2} e^{-\frac{Zr}{a}} \quad \Rightarrow \quad \text{con } a = \hbar^2/(me^2) \quad \text{raggio di Bohr}$$

$$\Delta V(r) = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r} \left[1 - \frac{r}{R} \left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2} \right) \right] \quad \Rightarrow \quad \Delta E = 4\pi \int_0^R r^2 \psi_{E_0}^2(r) \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \left[1 - \frac{r}{R} \left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2} \right) \right] d\vec{r}$$

Poiché $R \ll a$, si approssima funz. d'onda col suo valore $\psi_{E_0}^2(0)$ nell'origine (CM), per cui

$$\Delta E = \frac{1}{5} \frac{Z^2 e^2}{2\pi\epsilon_0 a} \left(\frac{ZR}{a}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad \left| \frac{\Delta E}{E_0} \right| = \frac{4}{5} \left(\frac{ZR}{a}\right)^2$$

Ma anche con atomo idrogenoide molto pesante ($^{207}_{82}\text{Pb}$) si ha $\left| \frac{\Delta E}{E_0} \right| \simeq 10^{-4}$, troppo piccolo per essere ben misurabile.

Atomi muonici $\Rightarrow m_\mu/m_e \simeq 200$; orbita idrogenoide di atomo muonico ≈ 200 volte più piccola.

Effetto ora troppo grande per calcolo perturbativo \Rightarrow risolvere eq. Schroedinger corrispondente.

Effetto però scala come quadrato del raggio idrogenoide associato, $\Rightarrow \approx 10^4$ volte superiore per μ -atomo.

Risultati coerenti con:

$$R = R_0 A^{1/3}, \quad \text{con } R_0 \simeq 1.16 \text{ fm}$$

Raggio di carica: *nuclei speculari*

Nuclei speculari, isobari che si differenziano per scambio fra corrispondenti numeri di p ed n .

Simmetria sferica: si calcola la diversa energia di legame imputandola al diverso contributo coulombiano

$$\Delta E_C = \frac{3}{20\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{R} [Z^2 - (Z-1)^2] \simeq \frac{3}{10\pi\epsilon_0} \frac{e^2 Z}{R_0 A^{1/3}}$$

Confronto con valori sperimentali $\Rightarrow R_0$ nell'ipotesi che i due nuclei speculari abbiano \sim ugual raggio di carica.

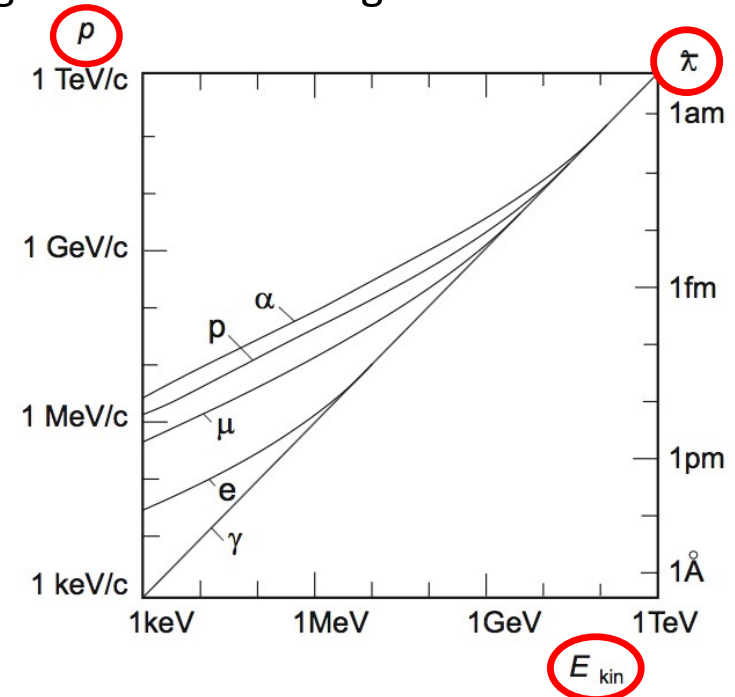
>>> FIN QUI !!! <<<

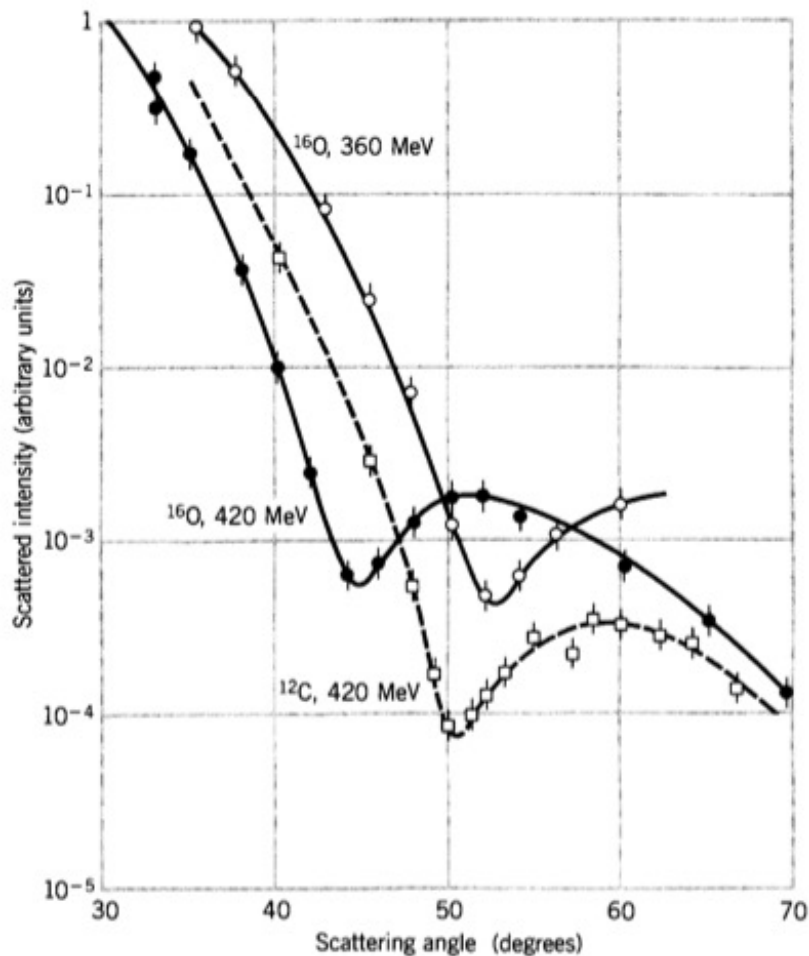
Raggio di carica: *diffusione diffrattiva*

Sonde per esplorare dimensioni nucleari con ragionevole risoluz. \Rightarrow lung. d'onda di De Broglie inferiore alle dimensioni esplorate ($\lambda \lesssim R$)

$$\lambda = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar c}{\sqrt{2mc^2 E_k + E_k^2}} \approx \begin{cases} \frac{\hbar}{\sqrt{2mE_k}} & \text{per } E_k \ll mc^2 \\ \frac{\hbar c}{E_k} \approx \frac{\hbar c}{E} & \text{per } E_k \gg mc^2 \end{cases}$$

Per risolvere tipiche dimensioni nucleari (alcuni **fm**),
particelle con impulsi di alcune decine di MeV/c.





Diff. elastica di e^- su ^{16}O e ^{12}C ; primi minimi diffrattivi non raggiungono 0, come per diffrazione luce da disco opaco \Rightarrow **nucleo non ha bordi netti**

Brutalmente: $R \propto \lambda / (2 \sin \vartheta)$, ma ...

e^- incidente \rightarrow partic. libera di impulso $\mathbf{p}_i = \hbar \mathbf{k}_i$ e funz. d'onda $\sim e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}}$.

Similmente per e^- diffuso: $\mathbf{p}_f = \hbar \mathbf{k}_f$, funz. d'onda $\sim e^{i\mathbf{k}_f \cdot \mathbf{r}}$.

Interazione con $V(r)$ trasforma onda incidente in diffusa e prob. transiz. $\propto |F|^2$

con $F(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f) = \int \psi_f^* V(r) \psi_i dv$ che posto $\mathbf{q} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f$ diventa

$$F(\mathbf{q}) = \int e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} V(r) dv \quad (*)$$

$V(r)$ dipende da densità di carica nel nucleo $Z\rho_e(\mathbf{r}')$, \mathbf{r}' varia nel nucleo e ρ_e descrive distribuzione di carica.

Un e^- in \mathbf{r} sente en. pot.:
$$E(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho_e(\mathbf{r}') dv'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

Integrando su \mathbf{r} , da (*) si ha

$$F(\mathbf{q}) = \int e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}'} \rho_e(\mathbf{r}') dv'$$

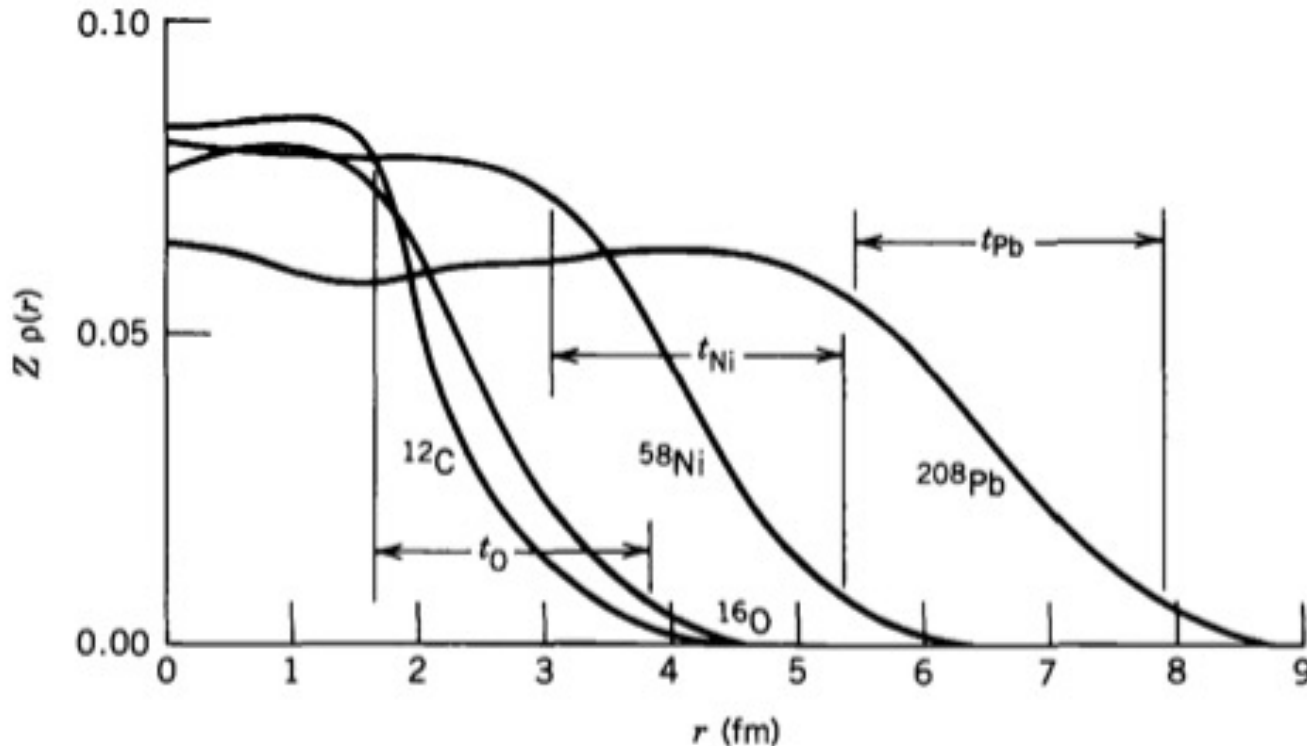
che, se $\rho_e(\mathbf{r}')$ dipende solo da modulo r' , e non da θ' o φ' , diventa

$$F(q) = \frac{4\pi}{q} \int \sin(qr') \rho_e(r') r' dr' \quad (**)$$

Elasticità interazione $\Rightarrow |p_i| = |p_f| \Rightarrow q$ funz. angolo diffusione α fra p_i e p_f : $q = (2p/\hbar) \sin(\alpha/2)$

Misurare prob. di diffusione in funzione di α dà dipendenza da q della (**).

$F(q) \rightarrow$ fattore di forma. Da inversione numerica (**Fourier trasf.**) della (**) si ottiene $\rho_e(r')$.



- Densità di carica nella zona centrale leggermente maggiore nei nuclei più leggeri.
- I nucleoni non sembrano addensarsi maggiormente verso il centro dei nuclei.
- Alla superficie dei nuclei la densità sfuma in un intervallo di spessore **sostanzialmente indipendente dalla taglia del nucleo per $A \gtrsim 16$.**