FISICA NUCLEARE

Proprietà del nucleo atomico

- Natura delle forze nucleari e dimensioni dei nuclei
- Distribuzione della materia in un nucleo
- Energia di legame nucleare

Natura delle forze nucleari e dimensioni dei nuclei

– Forza nucleare ha piccolissimo raggio d'azione:

- struttura atomica ben spiegata da sole interazioni e. m. ;
- $\mathbf{B}/A \sim$ costante (satura), $\sim$ indipendente da A per $A \gtrsim 12$:

  se forza nucleare avesse ampio raggio, in nucleo ci sarebbero $A(A-1)/2$ coppie d'interazioni fra nucleoni e $\mathbf{B}/A$ dovrebbe crescere $\propto (A-1) \simeq A$ per A crescente, ***contro evidenza***.

– Forza nucleare garantisce coesione del nucleo $\Rightarrow$ *essenzialmente attrattiva*

– È però fortemente repulsiva a distanze $\lesssim \mathbf{0.7}$ fm, garantendo che nucleo ***non collassi***.

Distribuzione materia in un nucleo

– Diffusione di ***ioni*** su nuclei X: finché separazione $> (R_{ione} + R_X)$, fra i due solo forza coulomb. (*Rutherford*).
Accrescendo energia ione si portano nuclei a distanze dove agiscono forze nucleari.
In tal caso approccio di Rutherford non spiega più i risultati sperimentali.

- **Decadimento α**

Studio sperimentale del decadimento $\boldsymbol{\alpha}$ da' informazioni su dimensioni del nucleo che decade (*genitore*) e di quello residuo (*figlio*). Metodo adatto per nuclei con $\boldsymbol{A}$ grandi, tipicamente $\mathbf{140 \lesssim \boldsymbol{A} \lesssim 250}$

- **Atomo pionico**

Si sfruttano raggi X emessi da atomo in cui un $\boldsymbol{\pi^-}$ occupa un'orbita idrogenoide.
Rispetto all'atomo muonico, $\boldsymbol{\pi^-}$ interagisce anche fortemente con i nucleoni. Progredendo nella cascata fra gli orbitali idrogenoidi s'avvicina al nucleo e le loro funzione d'onda cominciano a sovrapporsi favorendo assorbimento del $\boldsymbol{\pi^-}$, e conseguente interruzione di emissione di X da orbitali idrogenoidi più interni.
Il ***rateo di scomparsa pionica*** è legato al raggio di materia del nucleo.

Notevole che raggio di materia d'ogni nucleo coincida $\approx$ col suo raggio di carica a meno di $\approx \mathbf{0.1}\ \mathrm{fm}$.

Anche raggi di materia $\propto \boldsymbol{A}^{1/3}$, con costante di proporzionalità $\boldsymbol{R_0} \simeq \mathbf{1.2}$ fm.

Energia di legame nucleare

- Nucleoni di un nucleo sono troppi per descriverlo risolvendo equazioni del loro moto collettivo; troppo pochi per applicare senza riserve metodi statistici.

- **Modelli ad hoc** descrivono particolari aspetti della fenomenologia nucleare.
  Mancanza d'unità compensata da chiarimenti dati dalla modellistica.

Più semplice modello di nucleo: ***goccia sferica di liquido***, volume $V = 4\pi R^3/3$, in cui $A = (Z+N)$ nucleoni uniformemente distribuiti con densità costante indipendente da A

$$\boxed{\begin{cases} \rho(r) = 3A/4\pi R^3 \equiv \rho_0 & \text{con} \quad r \leq R \\ \rho(r) = 0 & \text{con} \quad r > R \end{cases}}$$

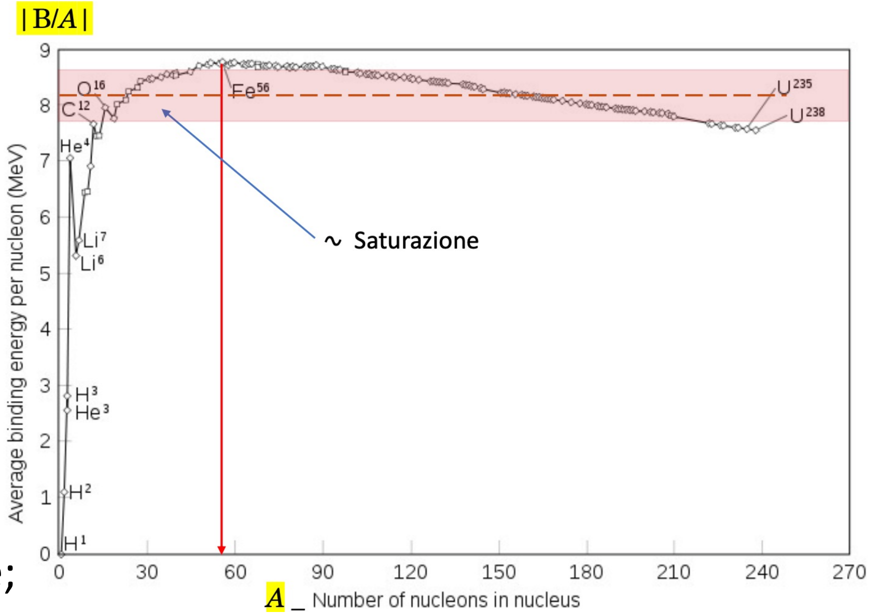
Ipotesi:

- energia interazione fra due nucleoni non dipende da tipo e numero di altri nucleoni presenti;
- interazione è attrattiva a breve raggio r_{int} , come gocce di liquido in cui molecole interagiscono e.m. dipolo-dipolo;
- per distanze $r \ll r_{int}$, interazione fra nucleoni è fortemente repulsiva;
- l'energia totale di legame d'un nucleo $\propto$ numero dei suoi nucleoni.

Sono ipotesi che implicano ***saturazione densità***, ogni nucleone interagisce $\sim$ solo con primi vicini e

$$\boxed{R = \left(\frac{3A}{4\pi\rho_0}\right)^{1/3} = r_0 A^{1/3}} \qquad\qquad r_0 \simeq 3/(4\pi\rho_0)$$

Weizsäcker, da modello a goccia e con approccio semi-empirico ha formulato equazione che descrive energia media di legame per nucleone $\langle \mathrm{B} \rangle \equiv |\mathrm{B}/A|$.



Dipendenza di $\langle \mathrm{B} \rangle \equiv |\mathrm{B}/A|$ da A e Z evidenzia due distinti contributi a $\mathrm{B}(A,Z)$ d'un nucleo:

- di volume $\mathrm{B}_V(A)$ a carattere ***universale*** che assicura debole dipendenza da A e Z di $|\mathrm{B}/A|$ per le diverse specie nucleari
- contributo $\mathrm{B}_i(A, Z)$ articolato su caratteristiche specifiche dei vari nuclidi:
  - **repulsione elettrostatica** fra Z protoni del nucleo tende a ridurne legame;
  - **dimensioni finite** del nucleo $\Rightarrow$ nucleoni ***periferici*** meno legati di quelli in zona ***centrale***;
  - **eccesso neutronico** tende a ridurre legame nucleare;
  - natura **pari o dispari** di A e Z, responsabile variazioni di massa (en. di legame) nelle sequenze isobariche.

- **riduzione** energia legame per dimensioni finite, ***energia di superficie*** $\mathrm{B}_S(A)$, $\propto S = 4\pi R_0^2 = 4\pi r_0^2 A^{2/3}$; nucleone superficiale ha minori interazioni leganti rispetto a nucleone interno. Si pone

$$\boxed{\mathrm{B}_S(A) = b_S A^{2/3}}$$

energia $|\mathbf{B}/A|$ minore per nuclei più leggeri, con maggior rapporto ***superficie/volume*** $\propto 1/R$.

- **riduzione** energia legame per ***repulsione coulombiana***, $\mathrm{B}_C(A, Z)$ si stima da distribuzione a simm. sferica della carica d'un nucleo, descritta da $\rho_Z(r)$.

$V_C(r)$ en. pot. elettrostatica d'un protone nel campo degli altri $(Z-1)$; detta $E_{r'}$ la componente radiale del campo alla superficie $S(r') = 4\pi r'^2$ contenente la carica $Q(r')$

$$E_{r'} = \frac{Q(r')}{4\pi\epsilon_0\, r'^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r'^2}\int_0^{r'} 4\pi\rho_{Z-1}(r'')r''^2 \mathrm{d}r''$$

Per conservatività del campo $E_{r'} = -dV_C(r')/dr'$, da cui

$$V_C(r) = -\frac{1}{\epsilon_0}\int_\infty^r \frac{\mathrm{d}r'}{r'^2}\int_0^{r'} \rho_{Z-1}(r'')r''^2 \mathrm{d}r''$$

che $\to 0$ per $r \to \infty$

Energia pot. coulomb. del nucleo $$\boxed{\mathrm{B}_C = \frac{1}{2}\int \rho_Z(r) V_C(r)\mathrm{d}^3 r}$$

Supponendo ϱ_Z uniforme nel nucleo e nulla fuori

$$\begin{cases} \rho_Z(r) = 3Ze/4\pi R_0^3 & \text{con} \quad r \leq R_0 \\ \rho_Z(r) = 0 & \text{con} \quad r > R_0 \end{cases}$$

si ha
$$\begin{cases} V_C(r) = \frac{(Z-1)}{4\pi\epsilon_0}\frac{e}{2R_0}\left(3 - \frac{r^2}{R_0^2}\right) & \text{con} \quad r \leq R_0 \\ V_C(r) = \frac{(Z-1)e}{4\pi\epsilon_0 r} & \text{con} \quad r > R_0 \end{cases}$$

e sostituendo

$$\boxed{\mathrm{B}_C(A,Z) = \frac{3}{5}\frac{Z(Z-1)}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{R_0} = b_C\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}}$$

$$b_C = 3e^2/(20\pi\varepsilon_0 r_0)$$

Vale anche per carica non unif. distribuita nel nucleo, purché a simmetria sferica: cambia solo valore b_C

- **riduzione** energia legame per eccesso neutronico, ***energia di simmetria*** $\mathbf{B}_{\text{sim}}(\boldsymbol{A,Z})$.
  $\mathbf{B}_{\text{sim}}(\boldsymbol{A,Z})$ si ha considerando che ogni $\boldsymbol{n}$ in eccesso provoca riduzione en. legame per nucleone $\propto (\boldsymbol{N}-\boldsymbol{Z})/\boldsymbol{A}$ (∼ lavoro per portare un $\boldsymbol{p}$ in un livello $\boldsymbol{n}$ …). Poiché tot. $\boldsymbol{n}$ in eccesso è $(\boldsymbol{N}-\boldsymbol{Z}) \Rightarrow$ effetto $\propto (\boldsymbol{N}-\boldsymbol{Z})^2/\boldsymbol{A}$

$$\boxed{B_{sim}(A,Z) = b_{sim}\frac{(N-Z)^2}{A} = b_{sim}\frac{(A-2Z)^2}{A}}$$

Nei nuclei N/Z cresce con A per compensare l'aumento di repulsione coulombiana che anche se più debole della forza nucleare, agendo a ***lungo range*** renderebbe instabili i nuclei ben prima dell'uranio, se $N = Z$.

Quindi perché il termine di simmetria è slegante ?

Spiegazione ⇒ **carattere fermionico dei nucleoni**, principio d'esclusione e struttura a livelli energetici d'un nucleo.

- termine ***pari-dispari*** $B_{ac}(A,Z)$. Nuclei sono più stabili se hanno numeri pari di p e/o n. Dipende da come si accoppiano p e n, in base ai loro momenti orbitali e di spin a formare mom. ang. totale J di un nucleo.

$$B_{ac}(A,Z) = b_{ac}\frac{\delta(A,Z)}{A}$$

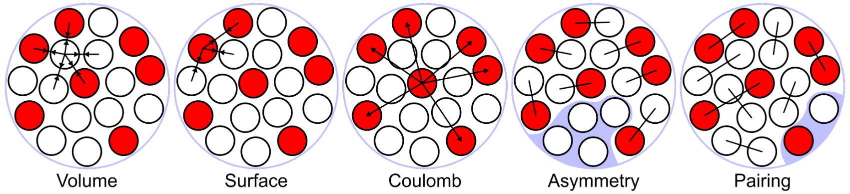
Fenomenologica sequenze isobariche ⇒ $\boldsymbol{\delta(A,Z) = -1}$ se N e Z pari; $\boldsymbol{\delta(A,Z) = 0}$ se N e Z sono uno pari e l'altro dispari o viceversa; $\boldsymbol{\delta(A,Z) = +1}$ se N e Z entrambi dispari

$$\boxed{B_{ac}(A,Z) = -b_{ac}\frac{(-1)^N + (-1)^Z}{2A}}$$

- termine ***energia di volume*** $\mathbf{B}_V(\boldsymbol{A})$, è legante e lo si esprime come funzione lineare di $\boldsymbol{A}$

$$\boxed{\mathrm{B}_V(A) = b_V A}$$

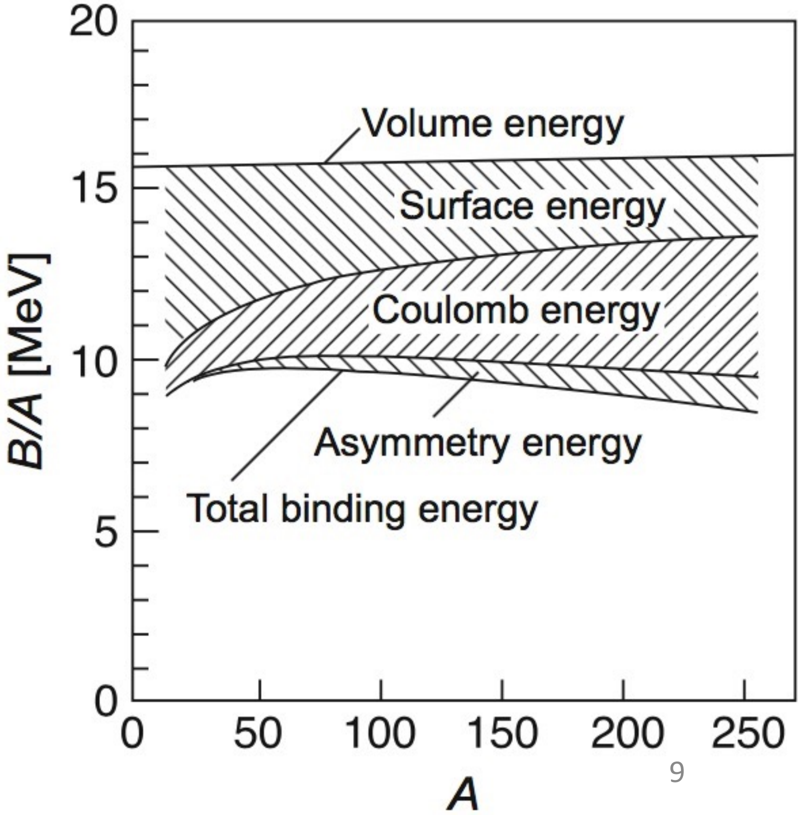
per cui b_V indipendente da $\boldsymbol{A}$; termine costante dell'en. media di legame che garantisce la debole dipendenza da $\boldsymbol{A}$ (per $\boldsymbol{A} \geq \mathbf{12}$).



Per l'energia di legame si ha dunque:

$$\boxed{\begin{aligned} \mathrm{B}_0(A,Z) &= \mathrm{B}_V(A) + \mathrm{B}_S(A) + \mathrm{B}_C(A,Z) + \mathrm{B}_{sim}(A,Z) + \mathrm{B}_{ac}(A,Z) = \\ &= b_V A + b_S A^{2/3} + b_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + b_{sim} \frac{(A-2Z)^2}{A} + b_{ac} \frac{\delta(A,Z)}{A} \end{aligned}}$$

con $\begin{cases} b_V = -15.56 & \mathrm{MeV} \\ b_S = +17.23 & \mathrm{MeV} \\ b_C = +0.697 & \mathrm{MeV} \\ b_{sim} = +19.1 & \mathrm{MeV} \\ b_{ac} = +135.0 & \mathrm{MeV} \end{cases}$ (best fit su dati sperimentali)



Massa d'un nucleo $\rightarrow$ $\boxed{M(A,Z) = Zm_p + (A-Z)m_n + \frac{B_0(A,Z)}{c^2}}$, attendibile entro $\approx 2\ \mathrm{MeV}/c^2$

Raccogliendo opportunamente termini si può scrivere

$$\boxed{M(A,Z) = \alpha Z^2 - \beta Z + \gamma A + b_{ac}\frac{\delta(A,Z)}{A}}$$

ritrovando il risultato sperimentale della distribuzione parabolica delle masse per le sequenze isobariche.

Modello a goccia descrive stabilità nuclei rispetto a decadimento ***α***, alla ***fissione*** e al decadimento ***β***, ma **sbaglia** nel descrivere moti collettivi rotazionali e vibrazionali.

Limiti:
- approccio misto semiclassico;
- nucleo sferico;
- saturazione e repulsione a breve range richiedono quark e gluoni … ;
- spin e mom. ang. trattati in modo semiclassico