

FISICA NUCLEARE

Proprietà del nucleo atomico

- Neutron drip line
- Spin dei nuclei
- Parità e nuclei
- Momenti elettrici e magnetici dei nuclei

Neutron drip line

Crescita continua di N per dato Z porta a **isotopi instabili** (n in livelli sempre meno legati _ princ. d'esclusione).
Utile conoscere max. numero di n che fissato Z , \in isotopi stabili: **neutron drip line** \Rightarrow insieme di nuclidi per cui è nulla energia S_n di separazione d'un n .

$$\begin{aligned} S_n &= -[M(A, Z) - M(A - 1, Z) - m_n]c^2 = \\ &= -[Zm_p + Nm_n - B(A, Z) - Zm_p - (N - 1)m_n + B(A - 1, Z) - m_n]c^2 = \\ &= B(A, Z) - B(A - 1, Z) \end{aligned}$$

$B(A, Z) \sim$ funz. continua di A e $Z \Rightarrow$ sviluppo con Taylor fino 1° termine

$B(A + \delta A, Z + \delta Z) \approx B(A, Z) + [\partial B / \partial A] \delta A + [\partial B / \partial Z] \delta Z + \dots$ ed essendo $\delta A = -1, \delta Z = 0$.

$$B(A + \delta A, Z + \delta Z) \approx B(A, Z) - [\partial B / \partial A]$$

da cui

$$S_n \approx B(A, Z) - B(A + \delta A, Z + \delta Z) \approx B(A, Z) - B(A - 1, Z) \approx \partial B / \partial A$$

sgocciolamento ...
d'un n

Da **Weizsäcker**, trascurando termine d'accoppiamento e con $Z \approx (Z-1)$

$$B(A, Z) = b_V A + b_S A^{2/3} + b_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} + b_{sim} \frac{(A - 2Z)^2}{A}$$

Derivando parzialmente

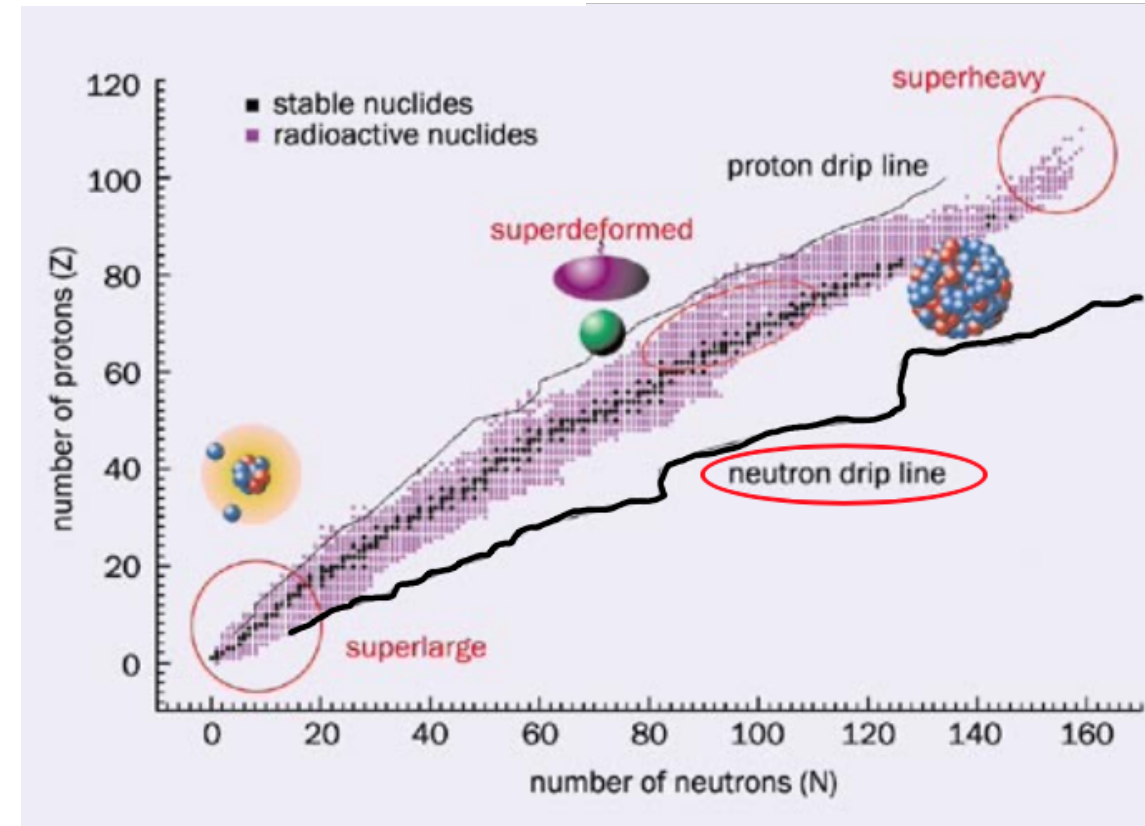
$$S_n = b_V + \frac{2}{3} b_S A^{-1/3} - \frac{1}{3} b_C Z^2 A^{-4/3} + b_A \left[1 - \frac{4Z^2}{A^2} \right]$$

Condizione che caratterizza la drip line: $S_n = 0$

$$b_V - b_A - \frac{2}{3} b_S A^{-1/3} = Z^2 \left(\frac{1}{3} b_C A^{-4/3} + \frac{4b_A}{A^2} \right)$$

da cui

$$Z_{n_dline} = \sqrt{\frac{b_V - b_A - \frac{2}{3} b_S A^{-1/3}}{\frac{b_C}{3} A^{-4/3} + 4 \frac{b_A}{A^2}}}$$



Spin dei nuclei

Mom. ang. tot. \mathbf{J} di un nucleo (detto **spin del nucleo**)

$$\mathbf{J} = \sum_{i=1}^A \boldsymbol{\ell}_i + \sum_{i=1}^A \mathbf{s}_i = \mathbf{L} + \mathbf{S}$$

\mathbf{J} ha **multipli interi** di \hbar per A pari e **multipli semi-interi** per A dispari
 \Rightarrow sistema più stabile se i suoi componenti d'uno stesso tipo s'accoppiano con spin $\uparrow\downarrow$.

Ogni livello nucleare ha mom. ang. totale \mathbf{J} che per isotropia spazio si conserva \Rightarrow **operatore che lo rappresenta commuta con Hamilt. e suo valore sempre determinabile assieme all'energia del livello.**

Di ℓ noti contemporaneamente al più il $|\boldsymbol{\ell}|^2 = \ell(\ell+1)\hbar^2$ e max. valore della proiezione ℓ_z lungo direz. z di riferimento, $\ell_z = \ell\hbar$, con ℓ intero ≥ 0 . Inoltre ℓ_z può assumere solo i $(2\ell+1)$ valori, scalati di \hbar : $-\ell\hbar \leq \ell_z \leq +\ell\hbar$.

p e n sono fermioni e il loro spin può assumere i soli due stati $\uparrow\uparrow$ o $\uparrow\downarrow$ a z , con $s_z = \pm \hbar/2$.

- Spin dello stato eccitato d'un nucleo può differire d'un multiplo intero di \hbar da stato fondamentale
- J si orienta solo lungo $(2J+1)$ diverse direzioni, rispetto a z , dove sua componente vale $m\hbar$, con m **numero quantico magnetico**, intero o semi-intero $\in (-J, -J+1, \dots, +J-1, +J)$
- **Effetti osservabili dello spin per lo più legati a momento magnetico del nucleo.** Alle $(2J+1)$ possibili orientazioni si associano energie, misurabili da **struttura iperfina** di spettri atomici, **spettri rotazionali** di molecole biatomiche di atomi uguali, con spettroscopia delle microonde
- Tutti i nuclei con Z ed N pari hanno $J = 0$, non così per i nuclei con A pari ma Z e N dispari.
- Solo **quattro nuclei stabili dispari-dispari**: ^2H , ^6Li , ^{10}B e ^{14}N . Altri **quattro** ^{40}K , ^{50}V , ^{138}La e ^{176}Lu , **con vita media molto lunga**, ($\approx 10^6$ y); ^{176}Lu utilizzato per datazione meteoriti ed ha il maggior spin: **$J = 7$** .
- Gran parte dei nuclei ha spin piccoli, **fra $J = 1$ e $J = 7$ per dispari-dispari**, **semi-interi fra $J = 1/2$ e $J = 9/2$ per A dispari**.
- Nucleoni tendono a **posizionarsi** nel nucleo **riducendo lo spin totale** \Rightarrow strutture più legate, come gli e^- nel riempire orbitali atomici.

Parità e nuclei

- Potenziale centrale descritto da funzione pari \Rightarrow funz. d'onda stati associati hanno parità definita $P = (-1)^\ell$
Si possono misurare contemporaneamente **energia E** e **parità P (+1 o -1)** di uno stato
- **La parità si conserva nel tempo se tutte le interazioni sono pari**
- La densità di probabilità di uno stato puro, a parità definita, è sempre pari
- **Quantità dispari**: vettore, impulso, momento di dipolo elettrico, ...
Quantità pari: pseudovettore, energia cinetica, momento angolare, momento di dipolo magnetico, ...
E così per gli operatori associati. Quindi se di uno stato a energia nota si misura mom. angolare, se ne può **contemporaneamente** misurare anche la parità (i relativi operatori commutano) ma non l'impulso.
- Stato nucleare caratterizzato da: energia, momento angolare e parità **(E, J^P)**
- **Sperimentalmente \Rightarrow forze nucleari conservano parità \Rightarrow un livello nucleare ha parità definita.**
Spin J può corrispondere a diversi valori di L , associati a parità **+** per L pari, e **-** per L dispari \Rightarrow **mescolanze** fra mom. ang. orbitali o con L pari, o con L dispari.

Deutone ${}^2\text{H}$: p e n legati; energia stato fondamentale $\simeq 2.225 \text{ MeV}$; spin $J = 1$, con due nucleoni in stato di **tripletto** $S = 1 \Rightarrow$ mom. ang. orb. $L = 0$ (onda S), come si ha da misura del mom. di dipolo magnetico, pari a $0.857 \mu_N \sim$ equivalente a somma di quelli di p e n .

Ma sperimentalmente ${}^2\text{H}$ ha anche momento di quadrupolo elettrico $(e \cdot 2.82 \times 10^{-31} \text{ m}^2 \cdot e) \neq 0 \Rightarrow$ suo stato fondamentale non è pura onda S, che sarebbe sfericamente simmetrico quindi compatibile con mom. el. di quadrupolo nullo, ma deve essere una mescolanza con altri mom. ang. orbitali.

Questi devono soddisfare

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S} \quad , \quad \text{con } S = 1 \quad \text{e} \quad J = 1$$

che è possibile per $L = 0$, $L = 1$ (onda P), ed $L = 2$ (onda D).

Ma l'onda P ha parità opposta alle onde S e D, la mescolanza può quindi sussistere solo fra onda S e D.

Momenti elettrici e magnetici dei nuclei

Sondare nuclei con interazioni e. m., più deboli delle nucleari, perturba poco quanto si misura.

Momenti di multipolo (osservabili) associati a distribuzioni spaziali di cariche e correnti:

- $\propto 1/r^2$ carica sorgente \Rightarrow monopolo elettrico (mom. d'ordine 0)
- $\propto 1/r^3$ \Rightarrow dipolo elettrico (mom. d'ordine 1)
- $\propto 1/r^4$ \Rightarrow quadrupolo elettrico (mom. d'ordine 2)
-
- Il monopolo magnetico non c'è
- $\propto 1/r^3$ campo magnetico \Rightarrow dipolo magnetico
-

Nucleoni nel nucleo si aggregano in struttura che se non eccitata, tende a distribuzione e forma più possibile simmetriche, \sim sferica \Rightarrow **spesso** sufficiente misurare multipoli d'ordine più basso.

Si associano proprietà multipolari d'ordine superiore a presenza di nucleoni spaiati nel nucleo.

Momenti di multipolo nucleari associati a proprietà di simmetria e parità dei loro stati:

parità mom. elettrici $(-1)^\ell$, parità mom. magnetici $(-1)^{\ell+1}$, con ℓ ordine di multipolo.

Valore aspettazione operatore **momento di multipolo** O ,

$$\int \psi^*(\mathbf{r}) O \psi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

- Se forze conservano parità, e ψ non degenera \Rightarrow sua parità ininfluente e $\psi^*\psi = |\psi|^2$ è pari. Se O dispari allora tutto l'integrando dispari \Rightarrow l'integrale si annulla.
- **In un nucleo mom. di multipolo statico a parità dispari sono nulli**: dip. elettrico, quad. magnetico, ...
- Evidenza sperimentale **no** dipoli elettrici nei nuclei \Rightarrow **forze nucleari conservano la parità**.

Nei nuclei:

- **Monopolo elettrico** è la carica Ze
- Successivo momento $\neq 0$ è **dipolo magnetico** con ℓ num. quantico del mom. ang. orbitale.

$$\mu = \frac{e\hbar}{2M} \ell$$

$e\hbar / 2M \rightarrow$ **magnetone elementare**; atomo $M = m_e \Rightarrow$ magnetone di Bohr μ_B ,
nucleo $M = m_p \Rightarrow$ magnetone nucleare μ_N

$\mu_N / \mu_B \ll 1 \Rightarrow$ preponderanza effetti magnetici atomici rispetto a nucleari.

- Si pone $\mu = g_\ell \ell \mu_N$ con g_ℓ che vale 1 per i p e 0 per i n .
- A spin è associato mom. magnetico intrinseco $\mu = g_s s \mu_N$ con $s = 1/2$ e g_s **fattore di spin**, che per **Dirac** dovrebbe essere 2 per particelle puntiformi prive di struttura interna.

Questo vale per l' e^- , ma **non** per i **nucleoni**:

$$g_s = + 5.5857 \quad \text{per } p$$

$$g_s = - 3.8261 \quad \text{per } n$$

indizio che p e n **non sono elementari**, ma hanno struttura e non sono puntiformi.

- Nel nucleo, nucleoni accoppiati non contribuiscono a mom. magnetico \sim tutto dovuto a **nucleoni di valenza**, ovvero **disaccoppiati**.

In tabella valori mom. di dip. magnetico di nuclei nello stato fondamentale

Nuclide	μ (μ_N)
n	-1.9130418
p	+2.7928456
^2H (D)	+0.8574376
^{17}O	-1.89379
^{57}Fe	+0.09062293
^{57}Co	+4.733
^{93}Nb	+6.1705

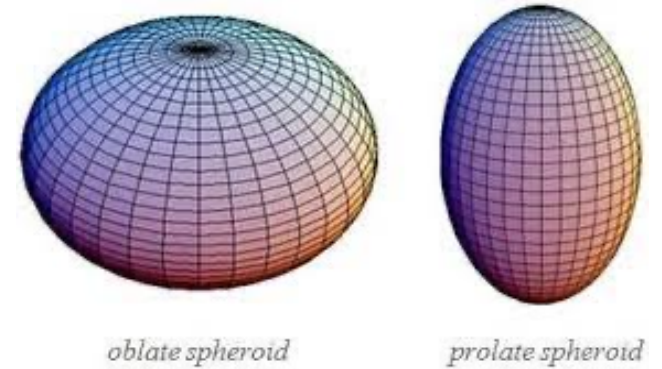
- Successivo mom. di multipolo $\neq 0$ è **quadrupolo elettrico**, definito come

$$eQ = e \int \psi^*(\mathbf{r}) (3z^2 - r^2) \psi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

nullo se nucleone spaiato è un n , se $|\psi|^2$ ha simm. sferica $\Rightarrow |\mathbf{J}| = 0$, e anche se $|\mathbf{J}| = 1/2$

Se $|\psi|^2$ concentrata nel piano $(x; y) \Rightarrow Q \sim -\langle r^2 \rangle$, deformazione **oblata**

Se $|\psi|^2$ concentrata lungo l'asse z , $\Rightarrow Q \sim +2\langle r^2 \rangle$, deformazione **prolata**



Modello a singolo nucleone spaiato giustifica \sim valori piccoli di mom. di quadrupolo, **non** i grandi.

Nuclei costituiti da **core** sferico di **nucleoni appaiati**, più eventuale **nucleone spaiato**, non vale per tutti nuclei; anche il **core** può avere **simmetria non sferica**.

Misure di momenti elettrici e magnetici

- Se campi elettrici e magnetici in cui un nucleo si trova non ne perturbano distribuzioni di cariche e correnti \Rightarrow sua energia dipende anche da interaz. fra suoi momenti e questi campi.
- Campi esterni possono essere dovuti a e^- di atomo o molecola cui nucleo appartiene, o prodotti ad hoc.
- Energie d'interazione con mom. elettrici e magnetici nucleari perturbano i livelli di atomi o molecole generando la **struttura iperfine** delle linee spettrali atomiche o molecolari, la cui analisi permette misura dei momenti nucleari.

Misure mom. d_n dipolo elettrico del n danno un limite superiore $(d_n/e) < 3 \times 10^{-28} \text{ m}$.

I momenti di quadrupolo elettrico misurati sono compresi fra +8 barn del ^{176}Lu e -1.0 barn del ^{123}Sb .
(1 barn = $10^{-28} \text{ m}^2 = 100 \text{ fm}^2$)

$$Q_{rid} = \frac{Q}{Ze \langle R \rangle^2}$$

è detto **momento di quadrupolo ridotto**, con $\langle R \rangle$ una sorta di raggio medio della distribuzione di carica.

