

FISICA NUCLEARE

Struttura dei nuclei e modelli nucleari

- Modello a shell
 - Ipernuclei
 - Il potenziale del modello a shell
 - Nucleoni di valenza

Instabilità dei nuclei

- Decadimento radioattivo di una sola sostanza

Modello a shell

- **Atomo**: potenziale coulombiano del suo nucleo \Rightarrow shell dovute a causa esterna
- **Nucleo**: no causa esterna \Rightarrow nucleoni nel potenziale da loro stessi generato

Pensarli densamente impacchettati e al tempo stesso in movimento **su shell** sembra classicamente non plausibile. **Modelli nucleari a gas densi, con molte collisioni interne, non riproducono dati sperimentali.**

Spiegazione nel **principio d'esclusione** \Rightarrow se non ci sono stati quantici vicini e vuoti raggiungibili con l'energia messa in gioco da un'interazione, allora quell'interazione non avrà luogo, e **non esiste analogo classico.**

Come evidenziare struttura livelli energetici d'un nucleo ?

Ipernuclei

Nucleo come gas di Fermi \rightarrow tutti i livelli a più bassa energia occupati, interazioni fra nucleoni possono solo dare scambi fra due di essi senza che ne cambi l'energia \Rightarrow non osservabile sperimentalmente.

Per studiare spettro energetico d'un nucleo, **etichettare singoli nucleoni**: si introduce nel nucleo sonda opportuna, un **iperone Λ^0** , ottenendo un **ipernucleo**.

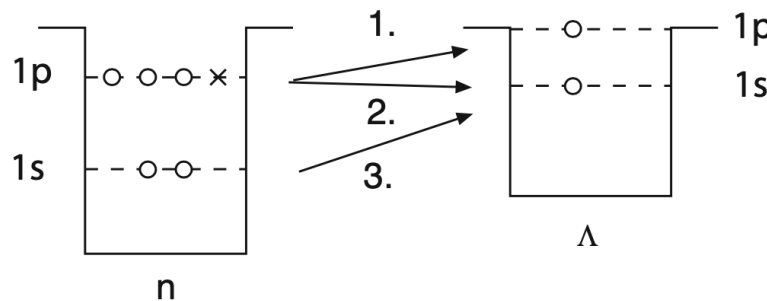
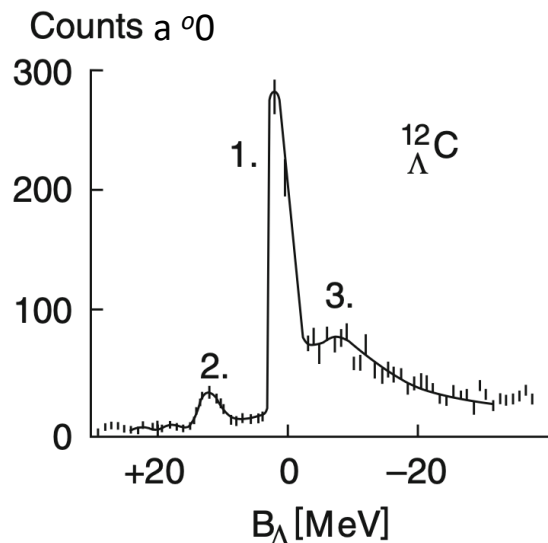
Λ^0 (uds), $M_{\Lambda^0} = 1.115 \text{ GeV}/c^2$, $\tau_{\Lambda^0} = 2.631 \times 10^{-10} \text{ s}$; è una specie di **neutrone pesante**

- **Interazione forte conserva stranezza** $\Rightarrow \Lambda^0$ nel nucleo ha la stessa vita media che da libera, sufficiente per analisi spettroscopiche e studiare le proprietà dell'ipernucleo.
- Si ottiene un ipernucleo con reazione di **scambio di stranezza**



pedice indica $n \rightarrow \Lambda^0$ tramite: $K^- + n \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$, il cui bilancio energetico per n libero dipende da masse delle particelle. **Se n legato in nucleo e anche Λ^0 resta nel nucleo** \Rightarrow diff. d'energia fra K^- e $\pi^- \sim$ diff. fra en. legame di n e Λ^0

$$B_n - B_{\Lambda^0} = E_K - E_{\pi} - (M_{\Lambda^0} - M_n)c^2 - (\text{en. rinculo})$$



In figura, spettro π^- da $K^- + {}^{12}\text{C} \rightarrow \pi^- + {}^{12}\text{C}$, con $|p_{K^-}| = 720 \text{ MeV}/c$.
Energia trasferita $B_{\Lambda^0} \sim$ en. legame Λ_0 nel nucleo.
Picco 1. en legame Λ^0 . **Picco 2.** en trasferita dal legame nucleare al π nella trasformazione di un n in una Λ^0 .

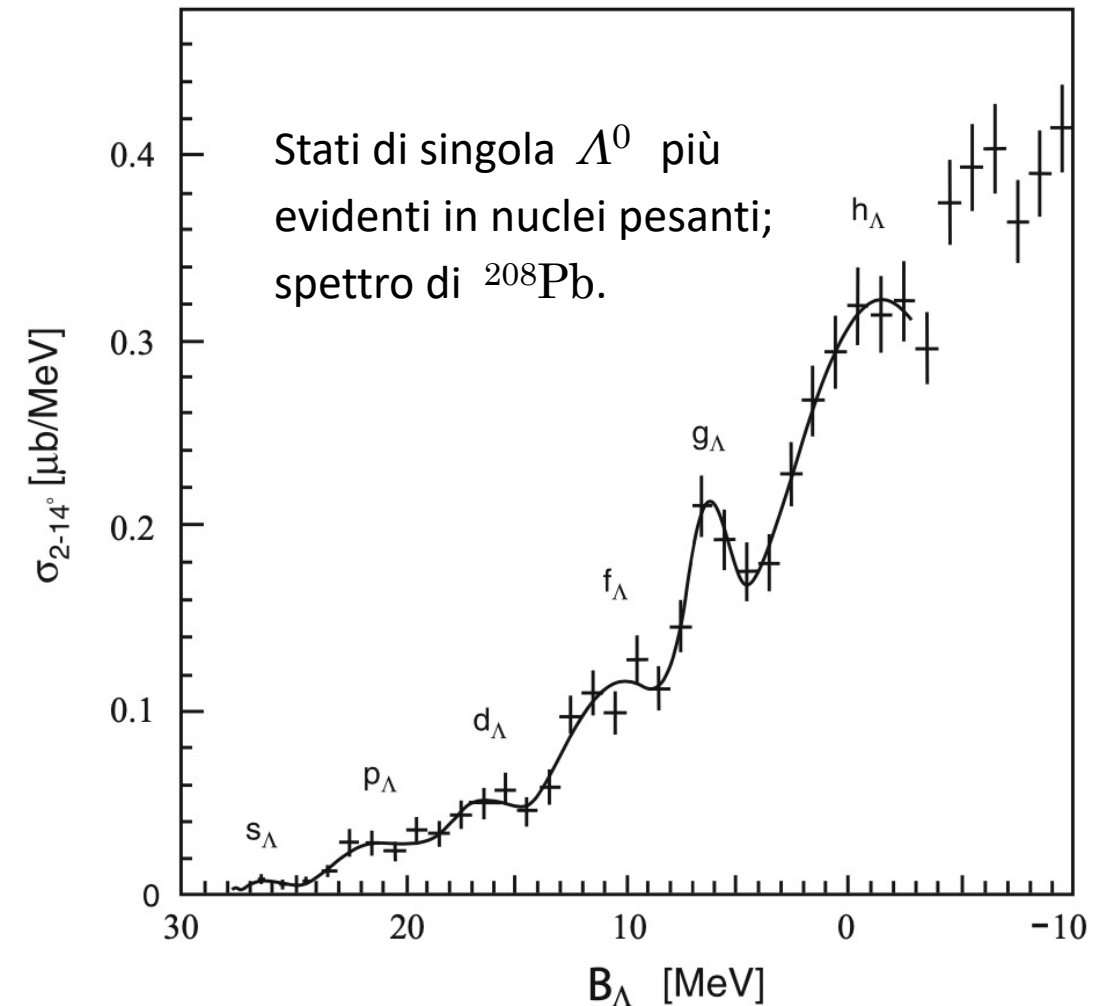
Princ. esclusione impedisce a p o n d'un nucleo di occupare livelli già occupati inferiori a quelli in cui sono
⇒ **nel nucleo stati si riempiono dal basso verso l'alto come in un atomo.**

Se però Λ^0 sostituisce n , può occupare qualsiasi livello, **non risentendo dei singoli nucleoni ma solo del potenziale medio da essi creato.**

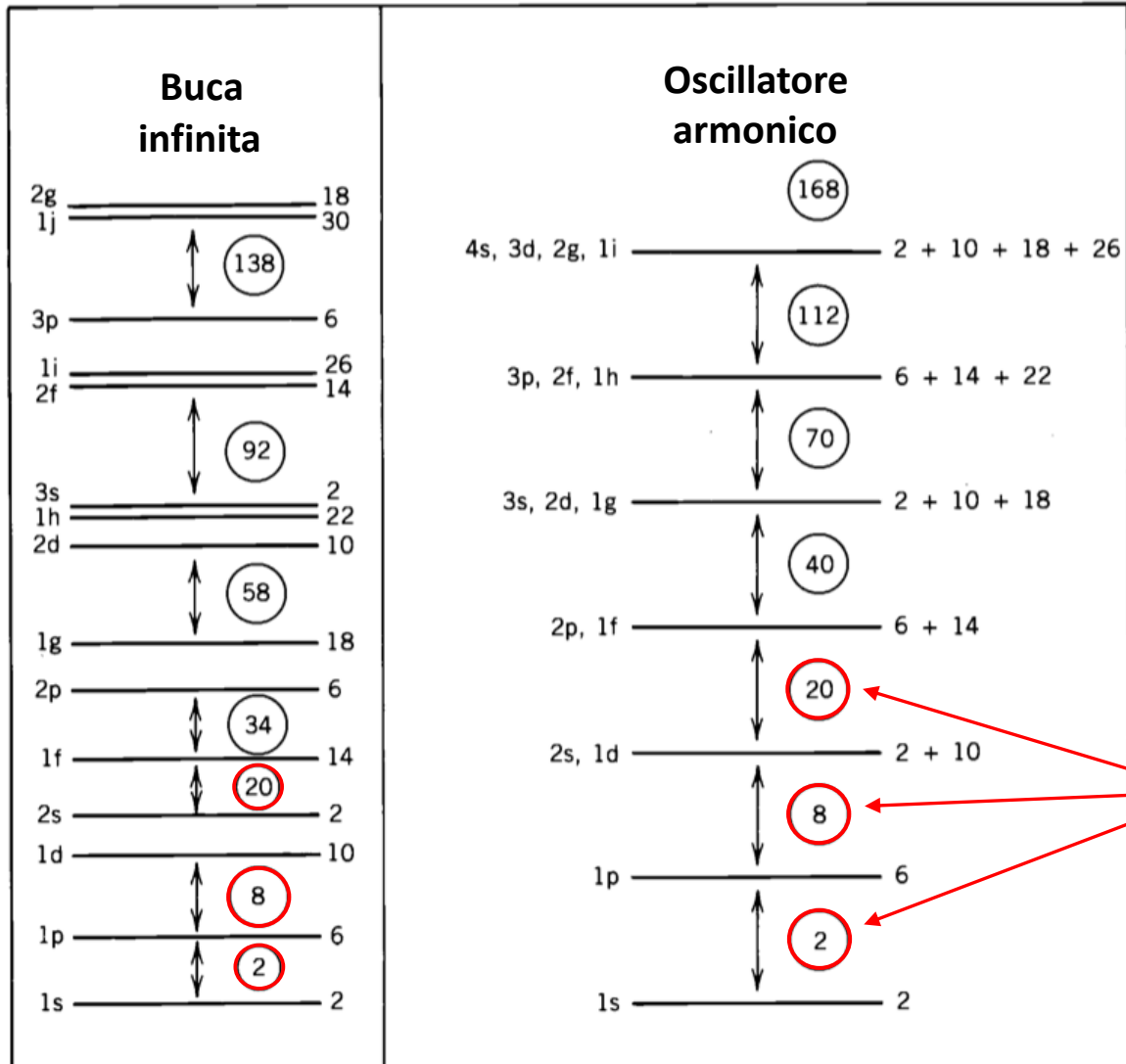
Si mettono così chiaramente in evidenza i livelli energetici, come si vede anche per il ^{208}Pb qui a fianco.

- Interazione Λ^0 -nucleone più **debole** di **nucleone-nucleone**
⇒ **non esistono stati legati Λ^0 -nucleone.**

Λ si muove \sim **libera** nella buca, nonostante nucleo costituito da materia densamente distribuita, ed è quindi un'ottima **sonda esploratrice dei livelli.**



Potenziale del modello a shell



Scegliere potenziale adatto: in fig. soluzione eq. Schrödinger per **buca quadrata a pareti ∞** e **osc. armonico**.

- Degenerazione livello corrisponde a # di nucleoni che può ospitare, $2(2l + 1)$ con $(2l + 1)$ da degenerazione di m_l e 2 da m_s .

Come in fisica atomica, livelli con **notazione spettroscopica**, ma ora **n non** è numero quantico principale, **conta** soltanto i livelli associati a un determinato valore di **l** .

(Numeri d'occupazione dei livelli e numeri cumulativi da riempimento completo.)

Da schema emergono solo i numeri magici 2, 8, 20.

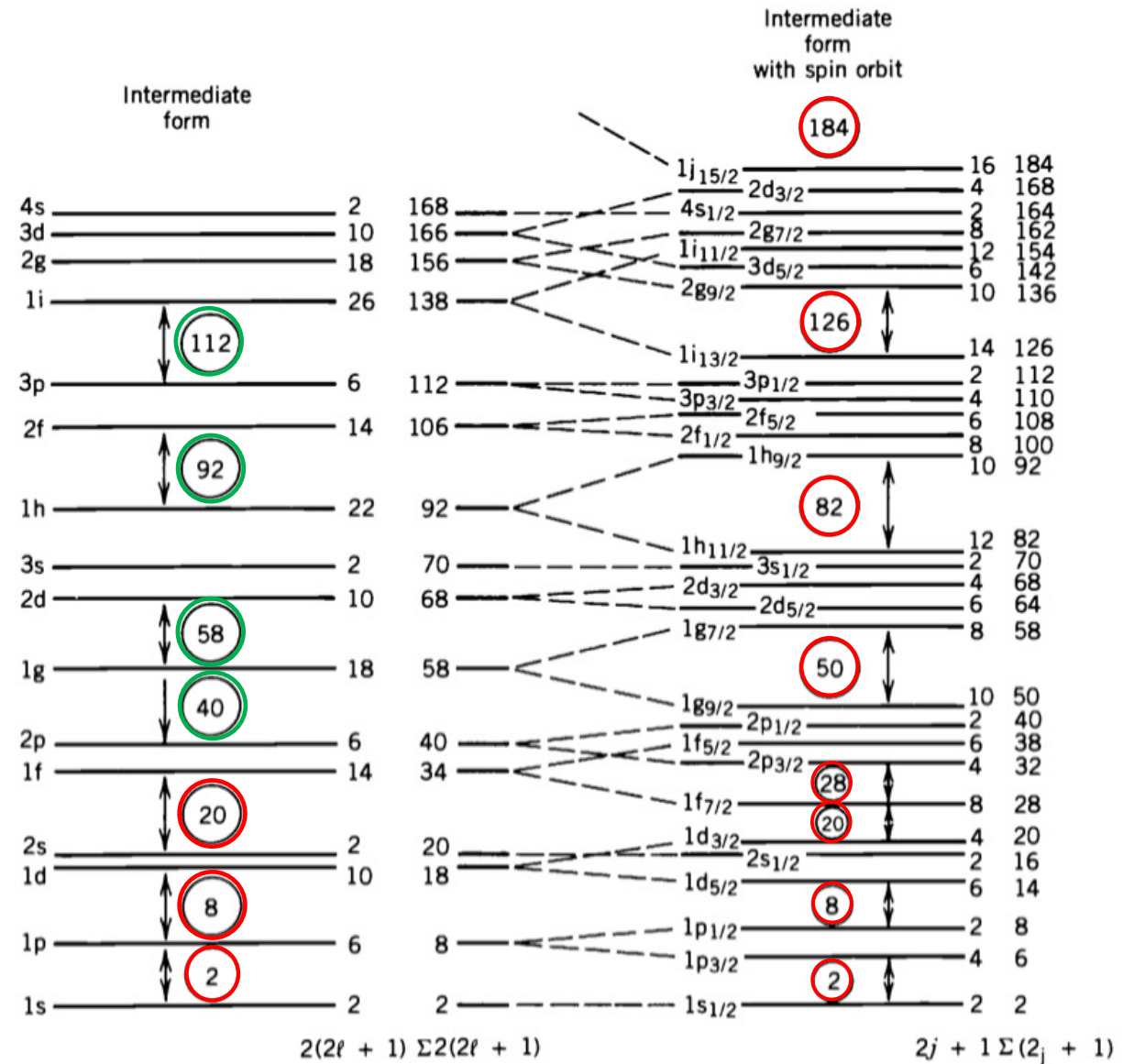
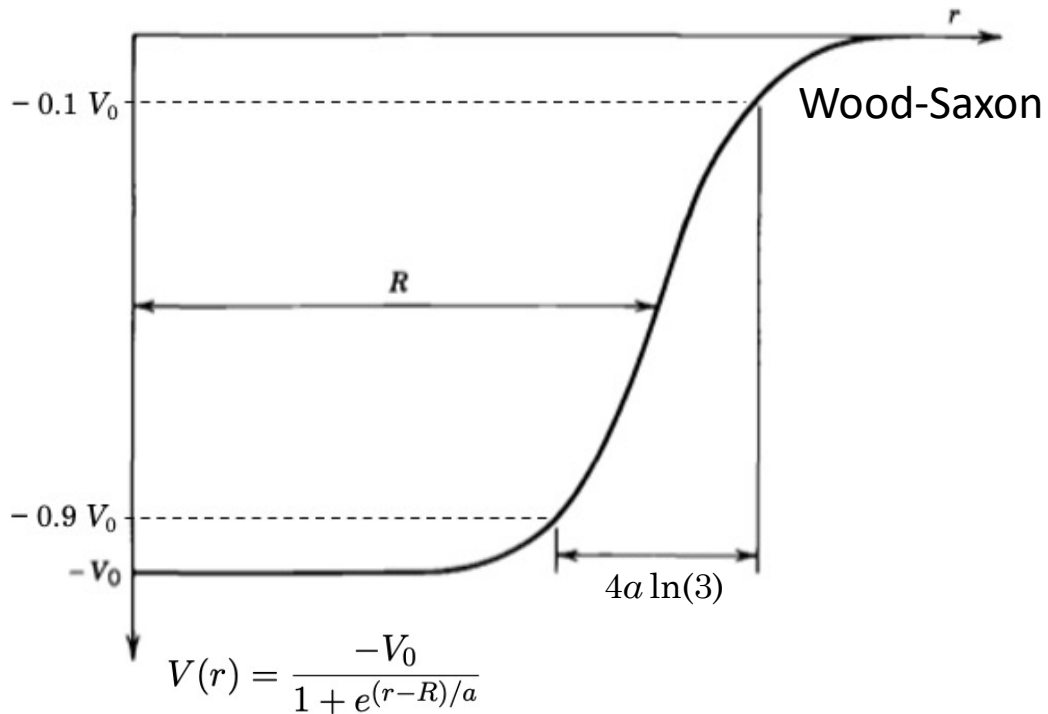
Potenziale più realistico è:

Wood-Saxon

$$V(r) = \frac{-V_0}{1 + e^{(r-R)/a}}$$

- Né buca ∞ né oscillatore armonico spiegano però come togliere nucleoni da un nucleo!

Breve range forze nucleari \Rightarrow ragionevole che potenziale segua andamento densità nucleoni nel nucleo, senza bordi netti e andando a zero dolcemente a distanza \sim al raggio nucleare.



Livelli calcolati con potenziale di Wood-Saxon (numeri magici !)

R e a , **raggio medio** e **spessore di pelle**, come per densità dei nucleoni: $R \simeq 1.25 \times A^{1/3}$ fm, $a = 0.524$ fm. V_0 , dell'ordine di 50 MeV, **per avere le corrette separazioni energetiche**.

- Questo potenziale rimuove degenerazione in l dell'oscillatore armonico per le shell principali.
- Salendo in energia **splitting** raggiunge l'entità delle spazature fra i livelli dell'osc. armonico.
- Riempendo ordinatamente shell con $2(2l+1)$ nucleoni si trovano primi tre **numeri magici** 2, 8 e 20.
- **Corretta struttura sub-shell e i restanti numeri magici, richiedono contributo di spin-orbita**

$$V_{so}(r) \ell \cdot \mathbf{s}$$

Il termine $l \cdot s$ riordina i livelli. Sviluppando $j^2 = (l + s)^2$ si ha, per valori d'aspettazione

$$\frac{\langle l \cdot s \rangle}{\hbar^2} = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2} = \begin{cases} \frac{\ell}{2} & \text{per } j = l + \frac{1}{2} \\ -\frac{(\ell+1)}{2} & \text{per } j = l - \frac{1}{2} \end{cases}$$

da cui la separazione energetica ΔE_{ls} che cresce linearmente con l

$$\Delta E_{ls} = \frac{2\ell+1}{2} \langle V_{so}(r) \rangle$$

Nell'atomo accoppiamento ls genera **struttura fine**; nel nucleo responsabile di **separazioni ampie** fra i livelli, confrontabili con quelle fra le stesse shell n_l .

Nucleoni di valenza

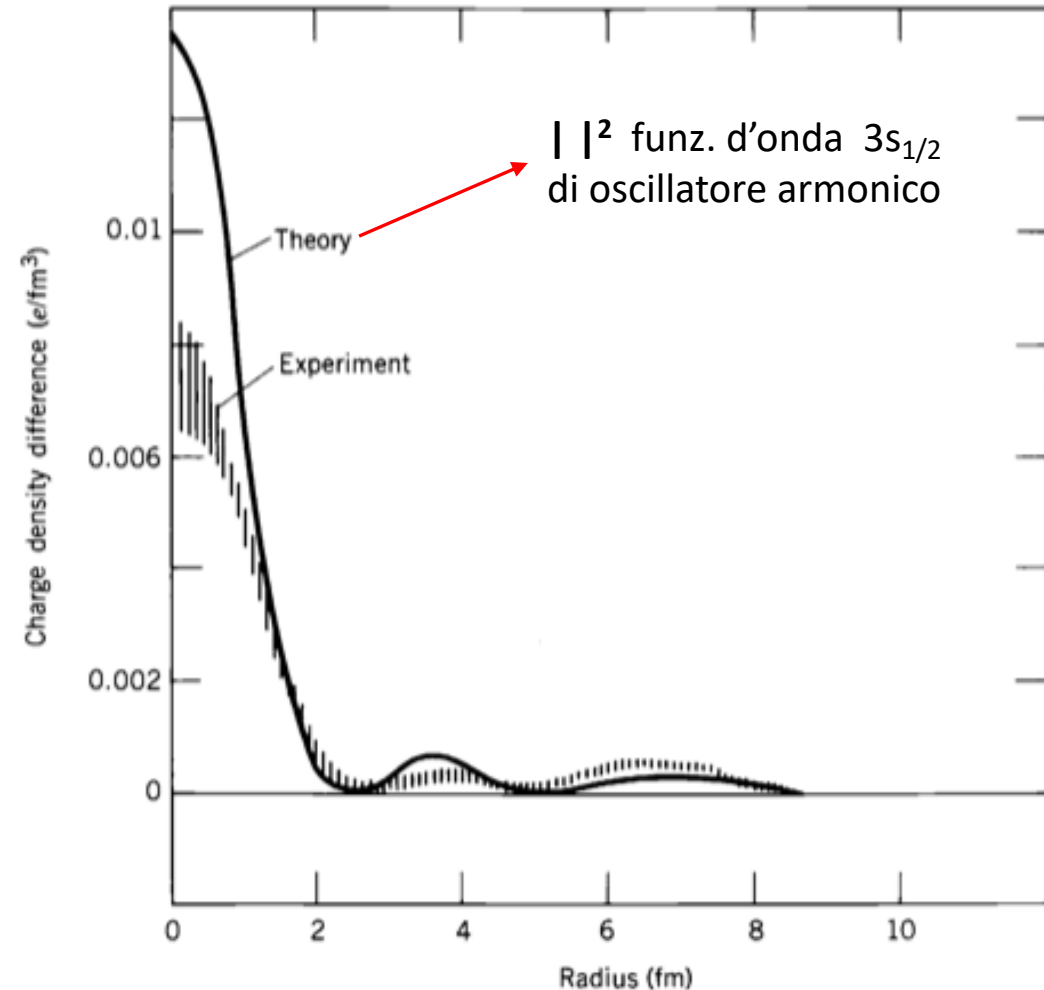
- Mod. a shell predice **livelli energetici, spin e parità** di quasi tutti gli stati fondamentali per **A dispari**; **minor successo** per **mom. di dip. magnetico e quadруп. elettrico**.

Forma estrema → modello a **particella indipendente**: tutti i nucleoni appaiati, tranne l'eventuale dispari residuo, solo responsabile delle proprietà osservate.

Ipotesi richiede studio parte interna di nuclei pesanti e verificarne completezza di shell.

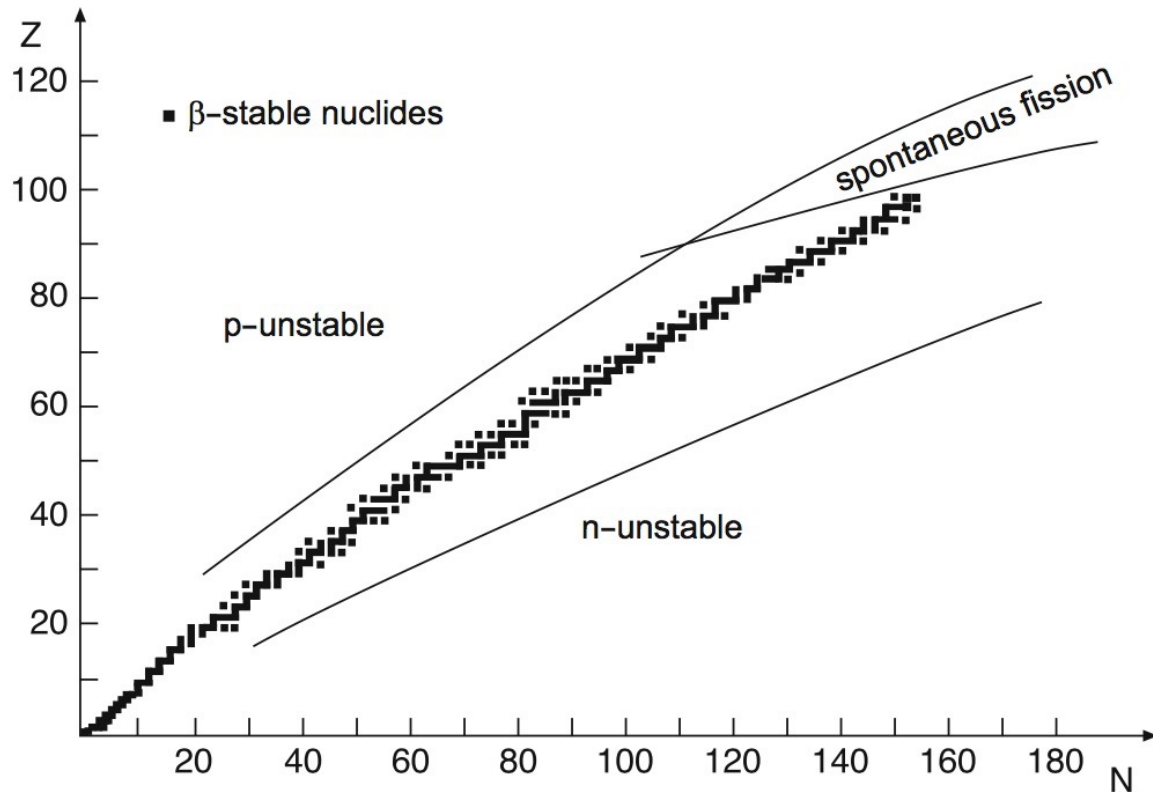
Diffusione e^- di alta energia che sondano densità di carica di singoli nucleoni sulle loro shell ⇒ equivale a studiare $|\psi|^2$.

In fig. differenza fra distribuzione di carica di $^{205}\text{Tl}_{124}$ e $^{206}\text{Pb}_{124}$. Dati da diffusione di elettroni; **previsione teorica è $|\psi|^2$ della funz. d'onda $3s_{1/2}$ dell'oscillatore armonico.**



Risultato sperimentale conferma assunzione che shell mantengano loro caratteristiche anche nelle parti più interne d'un nucleo ⇒ **modello a nucleone di valenza abbastanza realistico per molti nuclei.**

Instabilità dei nuclei



Note \sim **3300** specie nucleari

- **254** nuclidi *naturali stabili*
- **85** *naturali instabili* di cui **32** *primordiali*
- i restanti sono radionuclidi *artificiali*. Con $Z > 92$ tutti artificiali (*transuranici*).
- Tutti gli elementi transuranici e parte dei *suburanici*, sono *naturalmente instabili* per emissione di α , e^-/e^+ , γ .
C'è poi la *fissione spontanea* dell'isotopo ^{238}U .

Sperimentalmente \Rightarrow rateo decadimento di sostanza radioattiva pura decresce esponenzialmente col tempo.

- *Radioattività coinvolge ogni singolo atomo di una*

sostanza, e non il campione di sostanza nella sua interezza.

Decadimento radioattivo è processo **intrinsecamente statistico** \Rightarrow gli atomi di una sostanza **non invecchiano**.

Impossibile predire istante del decadimento \Rightarrow **legge esp. decrescente col tempo.**

- Processi coinvolgenti molti atomi: variabili \sim continue, **noto un sistema** ad un certo istante la **legge decadimento** dà numero **medio di suoi atomi** a un qualsiasi istante successivo.
- A ogni nucleo instabile si associa prob. λ di decadere in qualsiasi istante e la **vita media** τ è: $\tau = 1/\lambda$.

Decadimento radioattivo di una sola sostanza

Probabilità che un atomo decada nel tempo $dt \rightarrow \lambda dt$

Diminuzione $-dN(t)$ per decadimento del numero $N(t)$ di atomi presenti al tempo $t \rightarrow -dN(t) = \lambda N(t)dt$

Integrando, con $N(t=0) = N(0)$

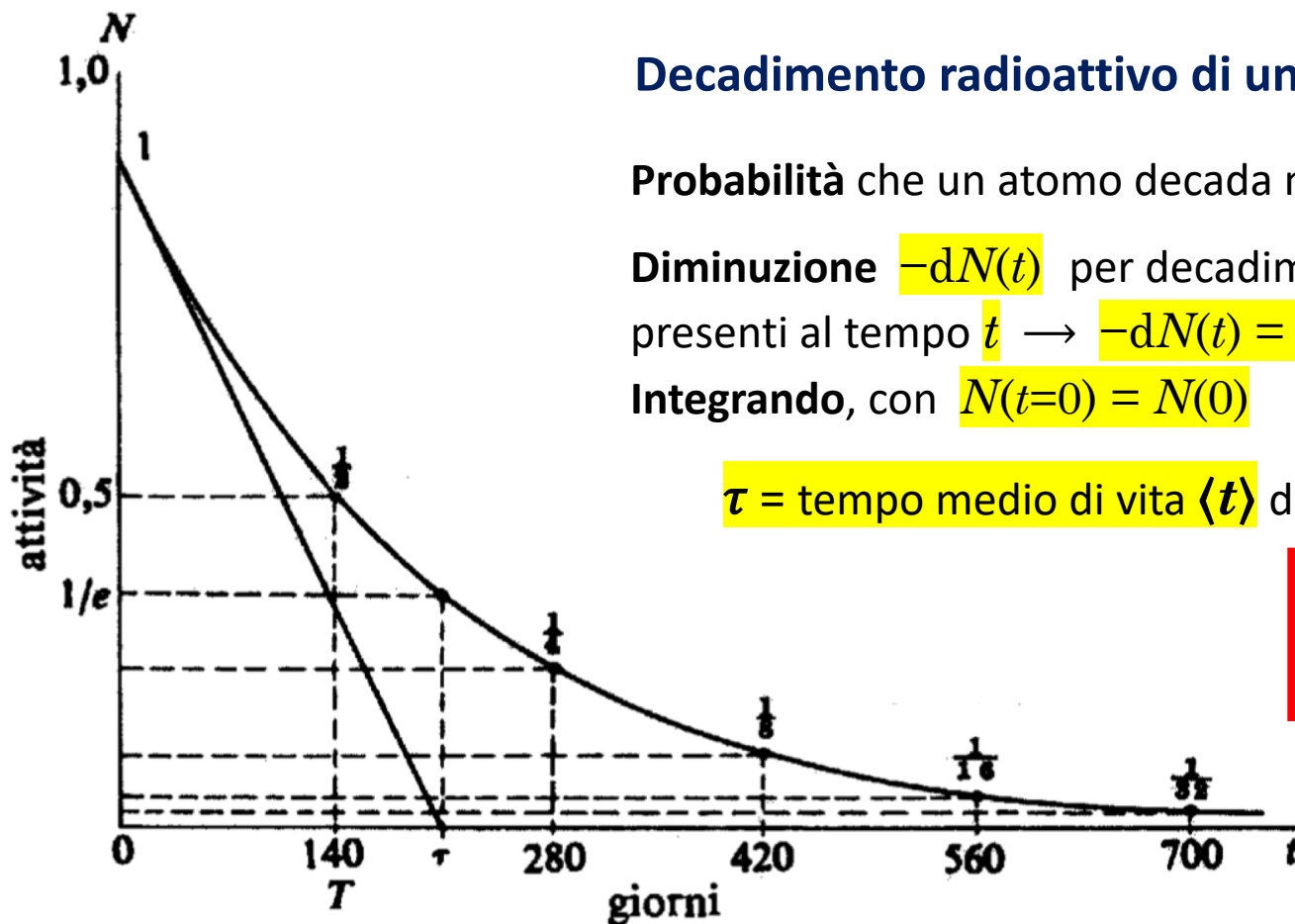
$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t}$$

$\tau =$ tempo medio di vita $\langle t \rangle$ del nucleo, infatti la funz. di distribuzione è

$$\frac{\lambda N(t)}{N(0)} = \frac{\lambda N(0)e^{-\lambda t}}{N(0)} = \lambda e^{-\lambda t}$$

da cui:

$$\langle t \rangle = \int_0^{\infty} t \lambda e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} = \tau$$



- **Tempo di dimezzamento** $T_{1/2}$ → $N(T_{1/2}) = N(0)e^{-T_{1/2}/\tau} = \frac{N(0)}{2}$ da cui: $T_{1/2} = \tau \ln 2$

Rateo di decadimenti nell'unità di tempo è detto **attività** $A(t)$:

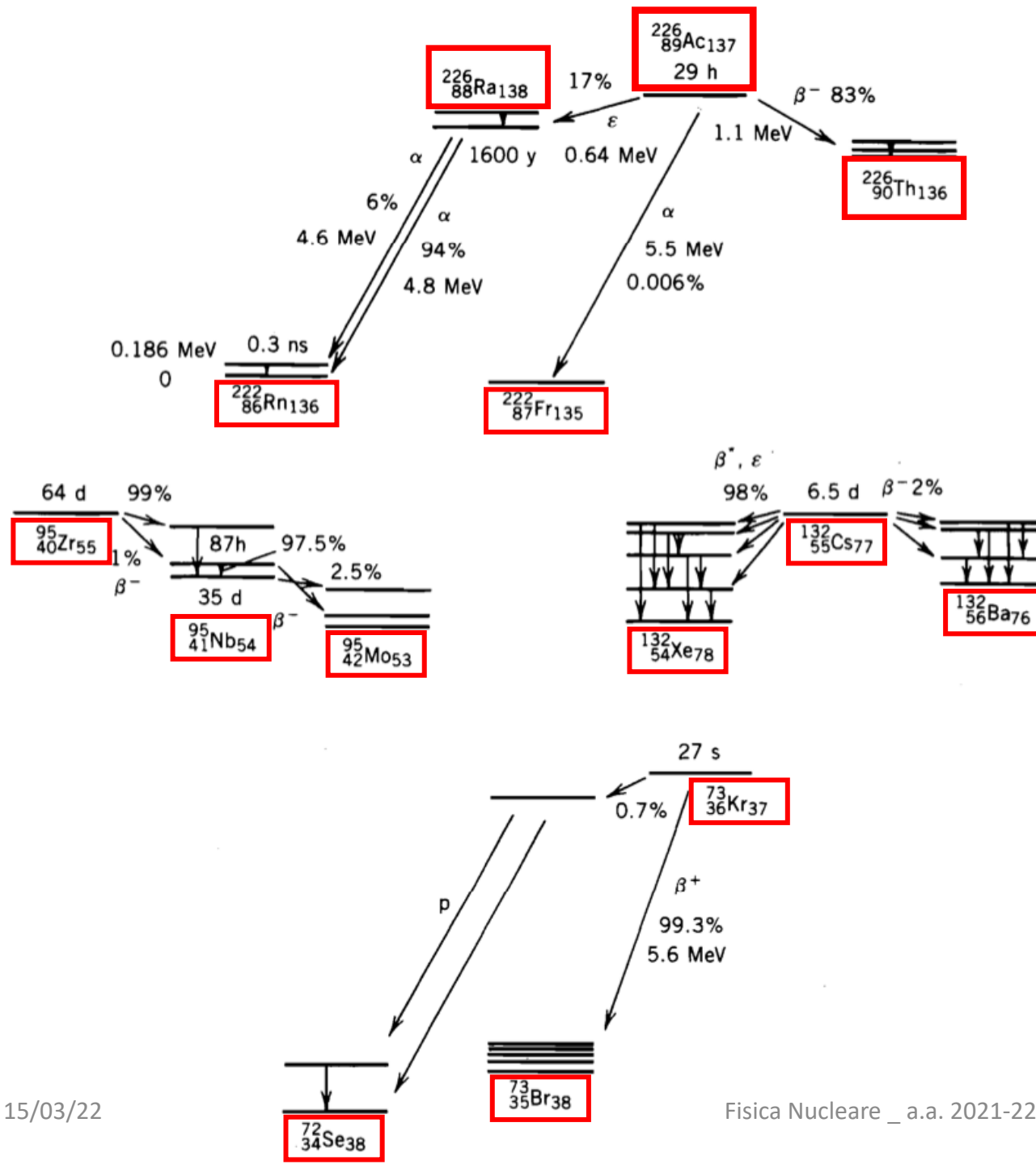
$$\mathcal{A}(t) = \left| \frac{dN(t)}{dt} \right| = \lambda N(t) = \lambda N(0)e^{-\lambda t} = \mathcal{A}(0)e^{-\lambda t}$$

- Attività si misura in **Bequerel** (1Bq = disintegrazione/secondo), o in **Curie** (Ci) 1 Ci = 3.7×10^{10} Bq)
- Sostanza radioattiva **genitore** può avere **meccanismi indipendenti** di decadimento, detti **canali di decadimento**, ognuno caratterizzato da una costante λ_i , originando diverse sostanze **figlie**.
 Probabilità di eventi indipendenti **additive** ⇒ prob. tot. di decadimento d'una sostanza con più canali è

$$\lambda_{tot} = \sum_{i=1}^n \lambda_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\tau_i} = \frac{1}{\tau_{tot}}$$

Ogni diverso canale → **diramazione**, e rapporto fra quantità dei prodotti **i** e **j** di decadimento di due diversi canali, in un certo intervallo di tempo, è detto **rapporto di diramazione (branching ratio) relativo** e coincide col rapporto fra rispettive costanti di decadimento, λ_i/λ_j

$$\frac{dN_i(t)}{dN_j(t)} = \frac{\lambda_i N_0(t) dt}{\lambda_j N_0(t) dt} = \frac{\lambda_i}{\lambda_j}$$



$$\frac{dN_i(t)}{dN_j(t)} = \frac{\lambda_i N_0(t) dt}{\lambda_j N_0(t) dt} = \frac{\lambda_i}{\lambda_j}$$