

FISICA NUCLEARE

Decadimenti nucleari

- Radioattività β
 - Conversione interna
 - Decadimento β
 - Regole di Sargent
 - Teoria di Fermi
 - Emissione ritardata di nucleoni

Decadimento β nucleare dovuto a **interazione debole**.

Conversione interna (non è decadimento ma emissione di e^- da atomo causata dal nucleo)

- e^- atomico di shell interne s'accoppia e.m. a stato eccitato del nucleo acquisendone l'energia e diseccitando il nucleo senza che questo emetta γ .
L' e^- è quindi emesso dall'atomo, non dal nucleo, con $E_{k,e}$ pari a energia di transizione E^* dello stato eccitato meno l'energia B_e di legame di e^-

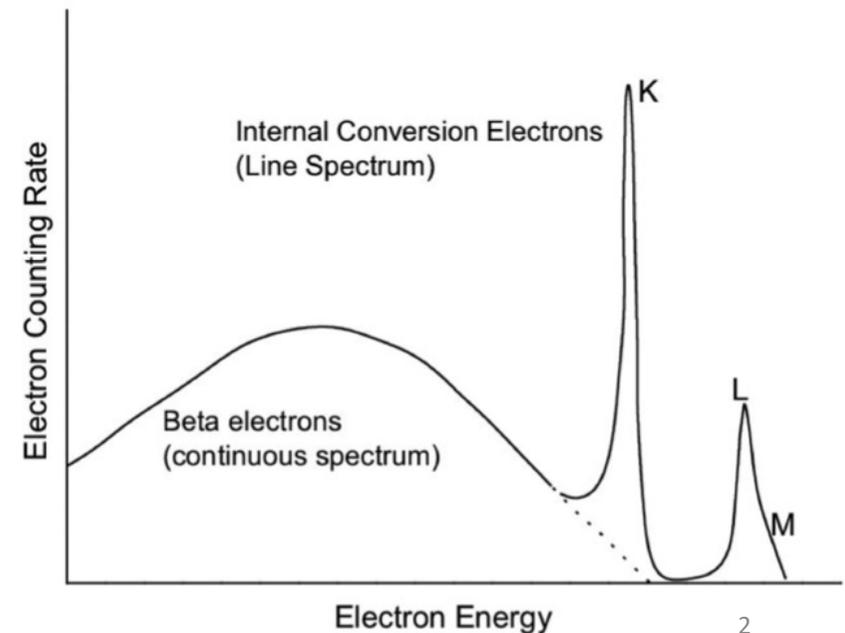
$$E_{k,e} = E^* - B_e$$

quindi **atomo ionizzato** con **Z invariato**.

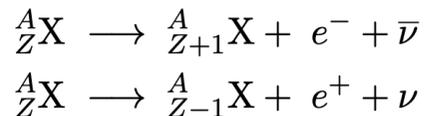
Gran parte e^- di conversione interna vengono da shell K.

Dopo emissione e^- , un e^- da shell meno legata *cade* a riempire la posizione lasciata libera, con concomitante emissione di **X**.

Lo **spettro di e^-** per conversione interna è quindi **discreto** e accompagnato da **emissione ritardata di raggi X**.



Decadimento β



Nucleo con eccesso (scarsità) di n , può trasformarsi in più stabile emettendo e^- (e^+)

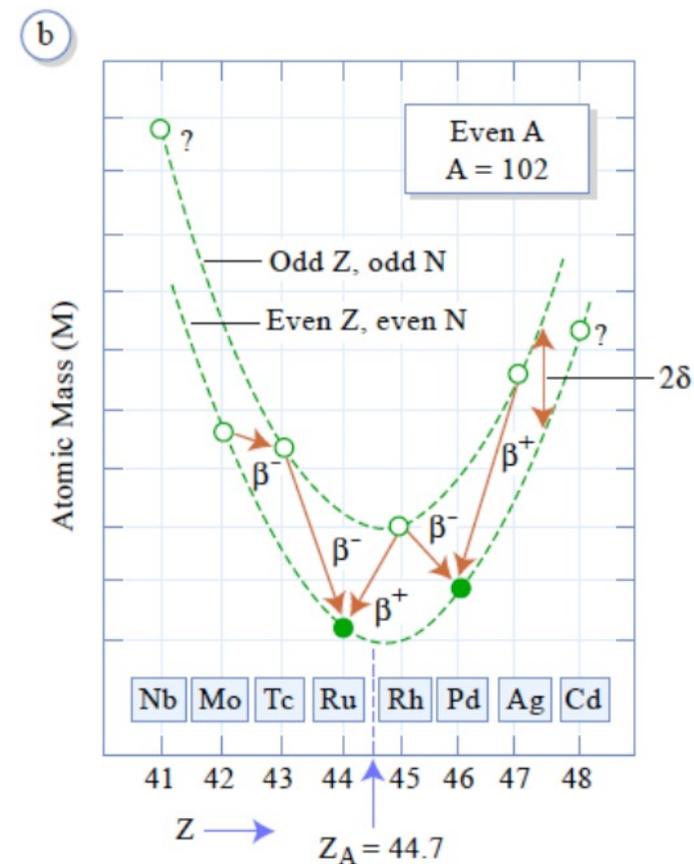
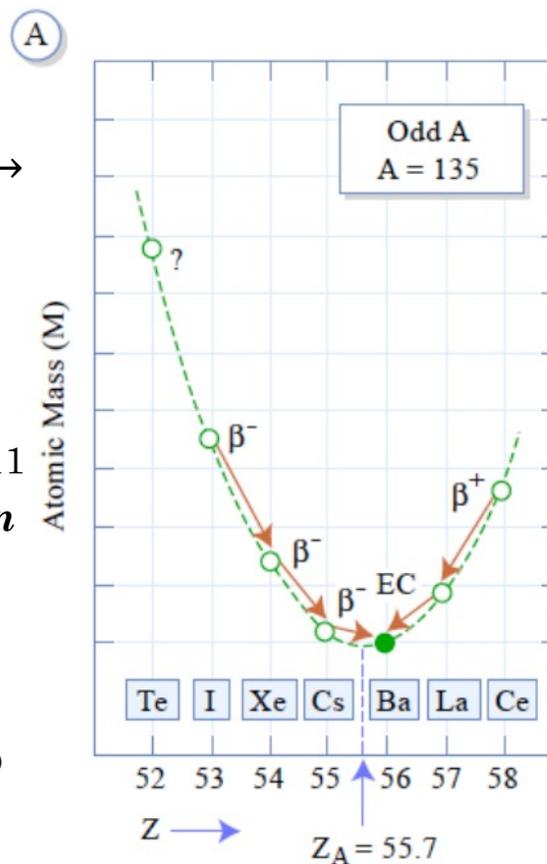
(sequenze isobariche a lato) \rightarrow

- Il processo lascia invariato A .
- Nel nucleo G trasformazione n in p (β^-) o p in n (β^+).

Masse: ($m_p = 938.272$; $m_n = 939.565$; $m_e = 0.511$ MeV/ c^2) $\Rightarrow \beta^-$ energeticamente permesso per n sia legati, che liberi con una vita media

$$\tau_n = 879.5 \text{ s}$$

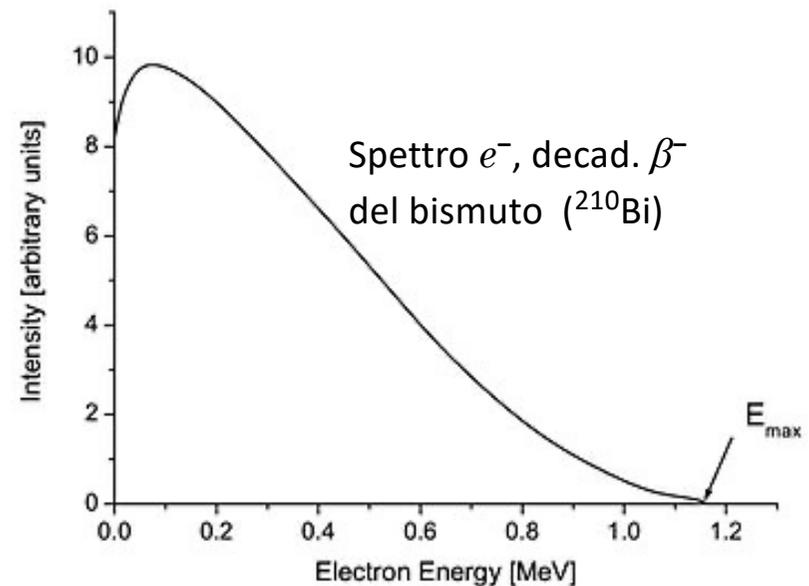
Non permesso decadimento del p libero; in un nucleo può avvenire purché sufficiente guadagno in termini d'energia di legame.



- Spettri energetici e^- sono **continui**, da energia nulla fino a E_{max} ~ compatibile con quanto si avrebbe se decadimento fosse in **2 corpi**, senza il ν .

(Se decadimento in 2 corpi \Rightarrow non si conserverebbero energia e momento angolare!)

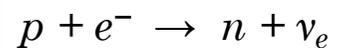
Alcuni nuclei possono decadere sia β^- che β^+ :
 potassio $^{40}_{19}\text{K}$, rame $^{64}_{29}\text{Cu}$.



Cattura elettronica

Nucleo con meno n del corrispondente isobaro stabile, o con eccesso di p , può ridurre di un'unità la carica anche **catturando e^-** da un orbitale atomico del proprio atomo, tipicamente **orbitale K**.

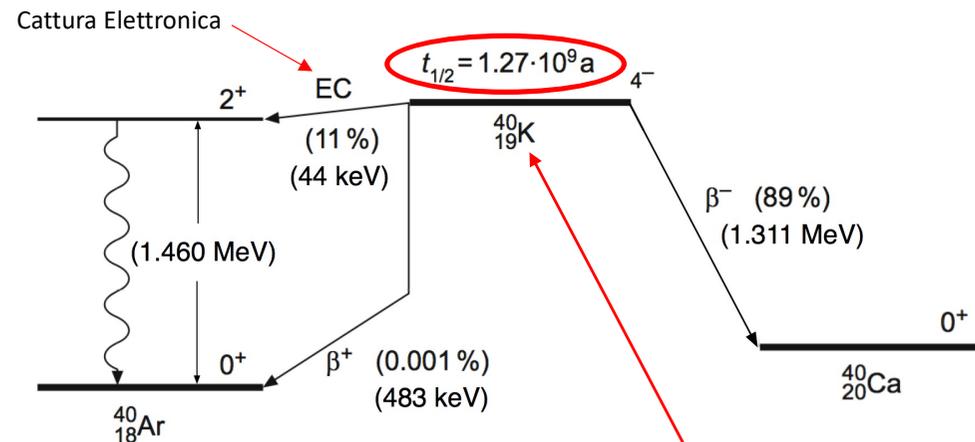
Cattura K, come conversione interna, dovuta a non trascurabile sovrapposizione spaziale tra funz. d'onda di elettrone e funz. d'onda del nucleo, favorendo possibilità che un p di questo e l' e^- si combinino



Prevalente in nuclei pesanti, con raggio maggiore e con minore estensione radiale degli orbitali atomici.

– Come per conversione interna, cattura K ingenera emissione di raggi **X**.

Cattura K può essere **energeticamente competitiva** col decadimento β^+ ,
come nel caso del ^{40}K .



Vite medie

Vite medie dei decadimenti β nucleari, $\tau_\beta = 1/\lambda_\beta \in [\sim 10^{-3} \text{ s}, \sim 10^{16} \text{ y}]$.

Le massime energie E_β d'emissione vanno da poche frazioni di MeV fino a $\sim 7 \text{ MeV}$.

Regola di Sargent: $\lambda_\beta = \frac{1}{\tau_\beta} \propto E^5$, e dipende da caratteristiche dei nuclei G e F.

NO casi di due isobari contigui β -stabili, anche se talora uno dei due ha vita media molto lunga (es. il ^{40}K)

I nuclidi β -instabili con emissione di e^+ hanno tutti $Z < 80$.

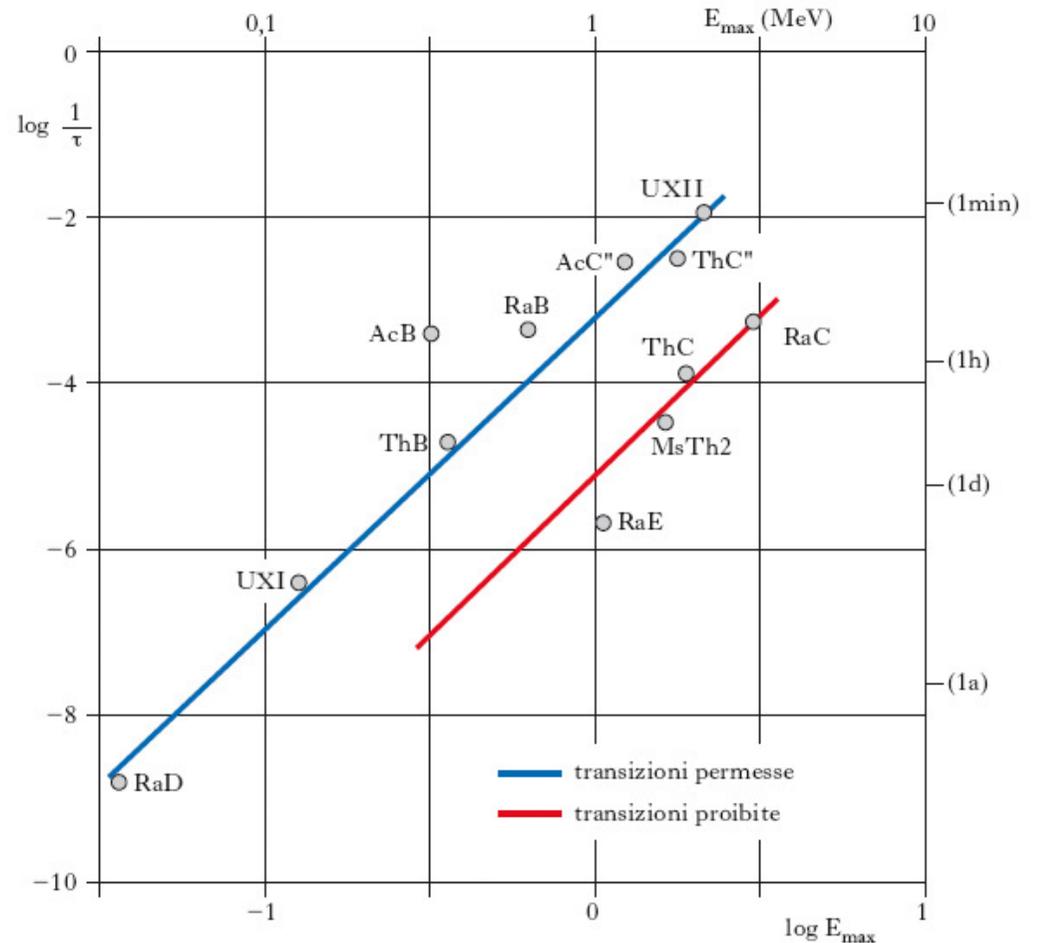
Regole di Sargent

Graficando $\log(\lambda_\beta)$ % $\log(E_{max})$ degli e^{\pm} , la gran parte dei punti cade in prossimità di due curve quasi rettilinee.

Diagramma (**Sargent**), regola empirica del tipo Geiger-Nuttal per decadimento α .

Qui però **le λ_β cambiano lentamente con E_{max}** e le due curve **non** corrispondono a diverse serie radioattive.

Fissato E_{max} , λ_β curva superiore ~ 100 volte > quello curva inferiore, per cui **decadimento prossimo curva inferiore ~ 100 volte meno probabile del corrispondente su curva superiore.**
Da cui transizioni **permesse** e **proibite** ...



Teoria di Fermi dell'interazione debole

Scale temporali tipiche: processi **forti** $\rightarrow 10^{-23}$ s Nonostante decadimenti β si manifestino nei nuclei,
processi **e.m.** $\rightarrow 10^{-16}$ s non coinvolgono ne' forza nucleare ne' e.m., e data la
processi **deboli** $\rightarrow 10^{-11}$ s piccolezza di $\lambda_\beta = 1/\tau_\beta$, interazione \Rightarrow **debole**.

Fermi postulò nuova **forza**, che chiamò **debole**, efficace solo nell'ambiente "nucleare" e a **brevissimo raggio**.

- In termini di intensità relative, presa **1** quella della forza **forte**, si ha **10^{-2}** per l'**e.m.**, **10^{-5}** per la **debole**, e **10^{-39}** per la **gravitazionale**.
- **Basso valore intensità accoppiamento** \Rightarrow **tecniche perturbative** per formulare teoria del decadimento β .
- Non potendoci essere **e^-** stabilmente nei nuclei \Rightarrow quelli emessi col decadimento β non possono che essere stati prodotti al momento del decadimento.

Calcolo probabilità λ_β di transizione per unità di tempo, e della **forma dello spettro** delle particelle emesse, può quindi essere affrontato come fatto da Fermi, con **tecniche perturbative** utilizzando la **Regola d'Oro n. 2**.

Il calcolo di Fermi

Fermi, con Pauli, considera ν e suppone ν ed e formati al momento del decadimento ed emissione.

Li descrive come onde piane di impulsi \mathbf{p}_e e \mathbf{p}_ν : $\psi_e = N_e e^{i\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{r} / \hbar}$, $\psi_\nu = N_\nu e^{i\mathbf{p}_\nu \cdot \mathbf{r} / \hbar}$

Buona appross. ad **alte** energie, poichè funz. d'onda influenzata da carica Ze del nucleo.

- Prob. emissione dipende da quella che ν ed e siano creati **contemporaneamente nello stesso punto**, il **c.m. O** del sistema prima del decadimento, quindi da $|\psi_e(O)|^2 |\psi_\nu(O)|^2$

- Dipende anche da $|\mathcal{M}|^2$ matrice trans. per decad. β che Fermi non conosceva ma che scegliendo la forma più semplice del processo dove un n del nucleo si trasforma in un p dello stesso nucleo è $\mathcal{M} = \int \psi_p^* \psi_n d\tau$

Operatore relativist. di spin

Considerando stati di spin $\mathcal{M}_i = \int \psi_p^* \sigma_i \psi_n d\tau \Rightarrow |\mathcal{M}|^2 = \sum_{i=1}^3 |\mathcal{M}_i|^2$

Prob. emissione include fattore cost. g^2 : intensità d'accoppiamento con ruolo di **costante universale**.

Sperimentalmente $10^{-48} \text{ g m}^3 \text{ s}^{-2} \lesssim g \lesssim 10^{-49} \text{ g m}^3 \text{ s}^{-2}$

Regola d'Oro n. 2 \Rightarrow
per probabilità d'emissione:

$$\frac{2\pi}{\hbar} (|\psi_e(O)| |\psi_\nu(O)| |\mathcal{M}| g)^2 \frac{dn}{dE}$$

(densità stati finali)

- Funz. d'onda normalizzate su $V \Rightarrow N_e = N_\nu = 1/\sqrt{V}$
- Nucleo posizionato in $\mathbf{r} = 0 \Leftrightarrow \psi$ cambia poco nel nucleo stesso.

Si approssimano quindi funz. d'onda col loro valore in O

$$\psi_e(O) = \frac{1}{\sqrt{V}} \quad , \quad \psi_\nu(O) = \frac{1}{\sqrt{V}}$$

Per **densità degli stati finali** si ha:

$$dn = \frac{p_e^2 dp_e}{2\pi^2 \hbar^3} \frac{p_\nu^2 dp_\nu}{2\pi^2 \hbar^3} V^2 = \frac{p_e^2 p_\nu^2}{4\pi^4 \hbar^6} V^2 dp_e dp_\nu = \frac{p_e^2 p_\nu^2}{4\pi^4 \hbar^6 c} V^2 dp_e dE$$

Quindi probabilità emissione per unità di tempo $P(p_\nu, p_e) dp_e$ (p_e misurato, con $m_\nu = 0$)

$$P(p_e) dp_e = \frac{g^2 |\mathcal{M}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} (E_{tot} - E_e)^2 p_e^2 dp_e$$

$E_\nu = p_\nu c = E_{tot} - E_e$, da cui: $p_\nu = (E_{tot} - E_e)/c$, con E_{tot} energia nello stato finale, \simeq estremo superiore $E_{e,max}$ dello spettro degli e .

In funzione dell'**impulso** di e :

$$P(p_e) dp_e = \frac{g^2 |\mathcal{M}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} \left(\sqrt{m^2 c^4 + p_{e,max}^2 c^2} - \sqrt{m^2 c^4 + p_e^2 c^2} \right)^2 p_e^2 dp_e$$

Rateo di decadimento: si è trovata la distribuzione dello spazio delle fasi nel decadimento a **3** corpi con massa del nucleo residuo $\gg m_e$ a sua volta $\gg m_\nu$. Per il **rateo** λ_β :

$$\lambda_\beta = \frac{1}{\tau_\beta} = \frac{g^2 |\mathcal{M}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} \int_0^{p_{e,max}} \left(\sqrt{m^2 c^4 + p_{e,max}^2 c^2} - \sqrt{m^2 c^4 + p_e^2 c^2} \right)^2 p_e^2 dp_e$$

Ridefinendo impulsi in unità mc , si risolve l'integrale e si ritrova, se e sono \sim relativistici ($p_e \simeq E_e$)

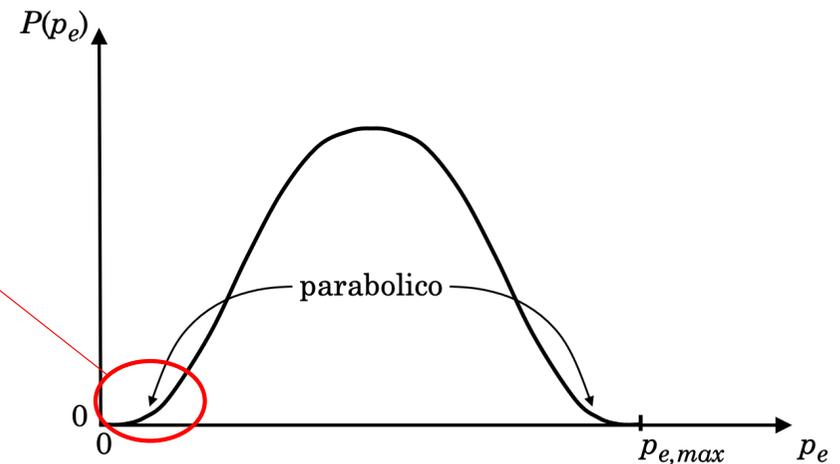
$$\lambda_\beta = \frac{1}{\tau_\beta} \propto E^5 \quad \text{ovvero la } \mathbf{legge\ di\ Sargent}.$$

Forma degli spettri: la probabilità d'emissione di un e nell'intervallo d'impulso dp_e dipende da p_e come

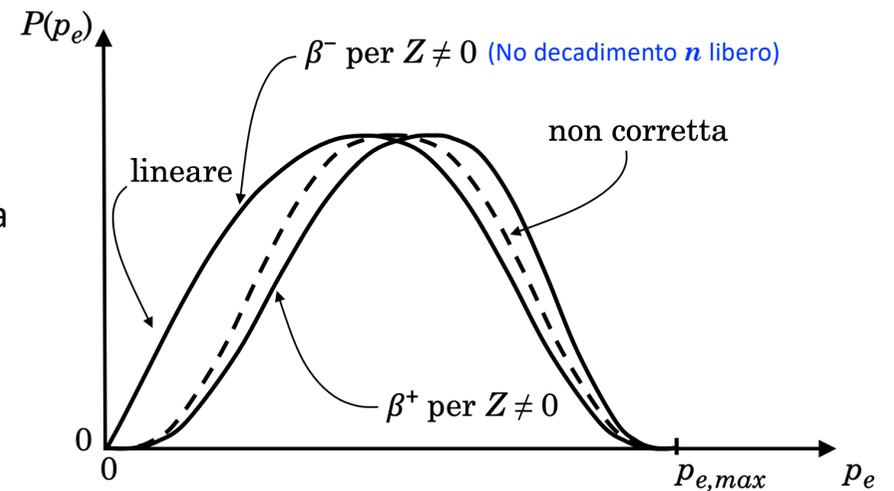
$$\left[\left(\sqrt{m^2 c^4 + p_{e,max}^2 c^2} - \sqrt{m^2 c^4 + p_e^2 c^2} \right)^2 p_e^2 \right]$$

che ha la forma in figura, poiché quadrato della differenza fra radici è \simeq costante per piccolissimi valori di p_e .

L'andamento attorno a $p_{e,max}$ si ha sviluppando con Taylor attorno a $p_{e,max}$ e prendendo il **lim.** per $p_e \rightarrow p_{e,max}$



Perturbazioni dovute alla carica del nucleo sulle funzioni d'onda di e^- o di e^+ accrescono la prima e riducono la seconda rispetto all'assenza di carica.



Massa del neutrino: Fermi ipotizzò $m_\nu = 0$ \Rightarrow distribuzione per i valori massimi di p_e avvicinamento parabolico dolce al valore nullo.

Se viceversa $m_\nu \neq 0$ si può provare (H. Bethe) che tale avvicinamento è con derivata decrescente tendente a $-\infty$, tanto più marcato quanto maggiore fosse la massa di ν . *I dati sperimentali non riescono a discriminare fra le due possibilità.*

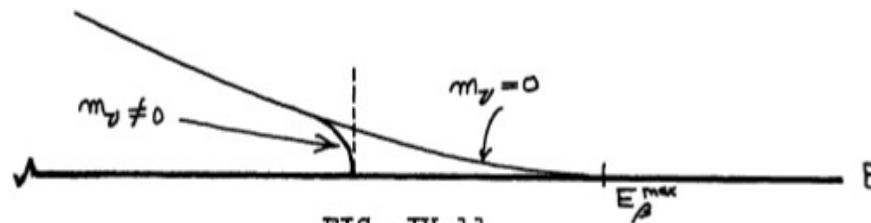


FIG. IV.11

Emissione ritardata di nucleoni

Stati eccitati popolati in seguito a decadimento β non si diseccitano solo emettendo γ .

- *Occasionalmente instabili per emissione di uno o più nucleoni.*

Processo rapidissimo, competitivo con emissione γ ; ha tempi simili al decadimento β .

Energie nel decadimento di nuclidi una o due posizioni oltre isobaro più stabile, sono piccole (1÷2 MeV) \Rightarrow **emissione di nucleoni singoli energeticamente proibita.**

Lontano da valle di stabilità, energie associate a decadimenti possono essere abbastanza grandi da popolare stati eccitati che decadono poi con emissione di nucleoni.

