

Capitolo 10

La forza nucleare

L'esistenza di nuclei stabili implica che l'interazione nucleone-nucleone è attrattiva e più intensa di quella coulombiana, anche se non può mantenersi attrattiva a qualunque distanza, altrimenti i nuclei collasrebbero su loro stessi; ciò suggerisce la presenza di un *core* repulsivo a brevi distanze. Questo *core* può essere ignorato quando le interazioni coinvolgenti nuclei avvengono a basse energie. Inoltre, nel limite non relativistico, l'interazione nucleare è indipendente dalle velocità delle particelle interagenti e può essere descritta mediante un potenziale.

All'ordine più basso il potenziale può essere rappresentato da un termine centrale dominante, dipendente esclusivamente dalla separazione radiale fra le particelle coinvolte, assieme a un piccolo contributo di tipo non-centrale che trova una sua prima giustificazione nella presenza di un momento di quadrupolo elettrico non nullo per il deutone, dipendente dall'orientazione relativa fra spin totale e raggio vettore delle particelle che lo compongono. Le forze nucleari mostrano *saturazione*, evidenziata nella forma dell'andamento dell'energia media di legame (figura 2.1), quindi ogni nucleone di un nucleo ha interazioni attrattive solo con un numero limitato di altri nucleoni a lui vicini, per effetto del breve raggio d'azione delle forze nucleari.

Anche dagli esperimenti sull'interazione nucleone-nucleone si deduce che essa è a range breve, ma comunque dell'ordine di grandezza delle dimensioni nucleari, per cui non può essere imputata allo scambio diretto di gluoni, come avviene per la forza forte fra quark, dato il confinamento del colore.

Il confronto fra i dati della diffusione n-n e p-p, tenuto conto dell'interazione coulombiana, mostra che la forza nucleare gode della *simmetria di carica* ed è quindi sostanzialmente indipendente dalla carica elettrica ($p-p \equiv n-n \equiv p-n$), come detto nel paragrafo 2.5.8.

Una caratteristica delle forze nucleari è poi che il potenziale non dipende solo dalla distanza fra le particelle interagenti ma anche dall'orientazione relativa dei loro spin, come mostrato da esperimenti di diffusione di neutroni lenti su idrogeno molecolare.

Anche gli studi sul deutone hanno evidenziato una dipendenza dallo spin delle forze nucleari: la forza fra protone e neutrone in uno stato di spin totale 1 (spin paralleli), è infatti abbastanza intensa da permettere il debole legame che garantisce l'esistenza del deutone, mentre il potenziale per lo stato con spin totale 0 (spin anti-paralleli) non contempla stati legati.

I risultati sperimentali sulla diffusione di nucleoni ad alta energia evidenziano per le forze nucleari anche *caratteri di scambio*, ovvero i nucleoni, interagendo, possono scambiarsi determinate proprietà quali coordinate spaziali, spin, cariche.

Infine la polarizzazione riscontrata nelle particelle diffuse dall'interazione su nuclei indica che nell'interazione nucleare giocano un ruolo anche contributi di spin-orbita.

Nel 1935 Yukawa introdusse la teoria di campo mesonica, che tratteremo brevemente nel seguito. Comunque neppure i suoi successivi sviluppi permettono, anche ricorrendo ai diversi mesoni nel frattempo individuati, di capire appieno come agisca l'interazione nucleare, racchiudendone tutte le caratteristiche in un potenziale univoco. Quel che si è finora ottenuto è la formulazione di potenziali fenomenologici, che spesso ben permettono di riprodurre molti dati sperimentali ricorrendo a termini associati alle caratteristiche sopra indicate, desumibili dai dati sperimentali.

10.1 Sistema legato nucleone-nucleone

Per cercare di capire i nuclei si pensò di agire similmente a quanto s'era fatto per capire gli atomi, ovvero studiare al meglio il più semplice dei nuclei costituiti da più di un nucleone, il deutone, con l'intento d'avere una solida base per capire poi gli altri, via via più pesanti, sperando che il deutone potesse svolgere un ruolo simile a quello che l'atomo di idrogeno aveva svolto e svolgeva per la fisica atomica.

Non è stato così, anche dato che l'interazione nucleare non è fondamentale ma è parente complessa dell'interazione forte.

Ciò nondimeno gli sforzi profusi nello studio del deutone sono stati utili e vale la pena vederne in parte la traccia e il metodo.

10.1.1 Il deutone

Il deutone d è il più semplice fra tutti gli stati legati di nucleoni in quanto non si hanno complicazioni derivanti dall'interazione elettromagnetica (è trascurabile l'interazione puramente magnetica degli spin) e neppure dal principio d'esclusione di Pauli.

Esso è il solo nucleo con $A = 2$, non presenta stati eccitati ed è stabile con un'energia di legame $B(2, 1) = 2.22461 \pm 0.00007$ MeV, determinabile dalla misura della soglia di reazione di *foto-disintegrazione*.

I deutoni furono creati nell'universo primordiale attraverso la nucleosintesi successiva al big-bang e la loro esistenza è risultata essenziale nella formazione degli elementi più pesanti.

Il d ha spin $s_d = 1$, come determinato sperimentalmente dalla misura dell'intensità delle bande spettrali del deuterio, e parità (+) : $J^P = 1^+$. Il suo isospin è $I = 0$.

Il d ha momento di dipolo magnetico $\mu_d = (0.857406 \pm 0.000001)\mu_N$, che è quasi pari alla somma dei momenti magnetici del neutrone e del protone che lo compongono, $\mu_p + \mu_n = 0.87963 \mu_N$. Il momento μ_d può essere determinato con precisione dalla misura della deflessione di un fascio molecolare in un campo magnetico non omogeneo, come nella misura di Stern-Gerlach.

Il d ha anche un momento di quadrupolo elettrico $Q_d = 2.875 \pm 0.002$ mb, che viene misurato studiando la struttura fine dello spettro di risonanza magnetica del deuterio. Il valore di Q_d è relativamente piccolo, a confronto delle dimensioni del sistema deutone, assunto che le dimensioni lineari dello stesso siano dell'ordine di grandezza del raggio d'azione delle forze nucleari. Il piccolo valore di Q_d e la quasi additività dei momenti magnetici di n e p nel d, suggeriscono che il suo stato fondamentale abbia simmetria quasi sferica.

Siccome lo stato fondamentale di un sistema è caratterizzato da simmetria sferica nel caso di forze centrali, si desume che le forze responsabili dell'interazione nucleare fra n e p dello stato fondamentale del deutone siano *quasi centrali*.

Funzione d'onda dello stato fondamentale del deutone

I valori di spin e momento magnetico del deutone suggeriscono, per lo stato fondamentale, un moto orbitale con momento angolare $\ell = 0$ e spin paralleli ($s_d = 1$), da cui deriverebbe uno stato fondamentale di tipo $|^3S_1\rangle$. D'altronde quest'ipotesi è solo approssimativamente corretta, in quanto, contrariamente all'evidenza sperimentale, implicherebbe l'effettivo annullarsi del momento di quadrupolo elettrico, essendo nullo il valore medio di $\langle ^3S_1 | 3z^2 - r^2 | ^3S_1 \rangle$ per la simmetria sferica dell'autofunzione associata.

L'autofunzione dello stato fondamentale del deutone risulta essere una miscela al 98% dello stato $|^3S_1\rangle$ e al 2% dello stato $|^3D_1\rangle$ che con $\ell = 2$ è consistente con la parità -1^ℓ del deutone.

Dato che lo spin del deutone è pari a 1 ed esso si trova prevalentemente in uno stato con $\ell = 0$, ne consegue che gli spin dei nucleoni devono essere allineati e paralleli. La possibilità che siano allineati e antiparalleli condurrebbe a un ipotetico stato legato n-p con spin nullo, ma sperimentalmente si sa che il deutone è il solo stato legato n-p, quindi *si deduce che il potenziale che descrive l'interazione fra neutrone e protone dipende dallo spin*.

Se inoltre, come visto in precedenza, l'interazione forte non distingue fra neutroni e protoni (spin isotopico), l'inesistenza di stati legati neutrone-

protone con $s = 0$ è consistente con la non esistenza di analoghi stati legati neutrone-neutrone o protone-protone con $s = 0$ ed $\ell = 0$.

Inoltre si ricorda che il principio d'esclusione implica la non esistenza di stati legati n-n o p-p con $s = 1$ ed $\ell = 0$, in quanto la funzione d'onda completa di coppie di fermioni identici deve essere antisimmetrica, ovvero se due fermioni occupano lo stesso livello $\ell = 0$ allora devono avere spin anti-paralleli. Se ne conclude quindi che l'esistenza di uno stato legato n-p e la contemporanea non-esistenza di stati legati p-p ed n-n, sono consistenti col fatto che la forza nucleare non distingue fra neutroni e protoni, ma soltanto se essa dipende dallo spin.

I risultati sperimentali sulla diffusione a bassa energia fra protone e neutrone mettono poi inequivocabilmente in evidenza che il potenziale d'interazione dipende dall'orientazione relativa fra gli spin di protone e neutrone.

Il fatto che esista lo stato con $s = 1$ e non quelli con $s = 0$, potrebbe suggerire anche che la forza nucleare sia di tipo attrattivo per $s = 1$ e repulsivo per $s = 0$, ma ciò non è corretto, la forza nucleare è attrattiva in entrambi i casi, ma solo per $s = 1$ lo è a sufficienza da generare l'esistenza di uno stato legato.

L'autofunzione dello stato fondamentale del deutone è in definitiva una miscela di due stati con uguali numeri quantici J^P

$$|\psi_d\rangle = 0.98 |^3S_1\rangle + 0.02 |^3D_1\rangle \quad (10.1)$$

che comporta una probabilità del 4% di trovare il deutone in uno stato $|^3D_1\rangle$.

Dato che le interazioni deboli non conservano la parità, sarebbe possibile una probabilità finita di trovare il deutone anche nello stato $|^3P_1\rangle$, di parità dispari, ma il valore di tale probabilità è quantitativamente trascurabile.

Si veda ora come ottenere la funzione d'onda per il sistema nello stato $|^3S_1\rangle$. L'equazione di Schrödinger è in tal caso ($t \rightarrow$ tripletto)

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2} (E - V_t) u = 0 \quad (10.2)$$

con $\mu = M_p M_n / (M_p + M_n) \simeq M/2$ la massa ridotta del sistema, $u = r\psi(r)$, ed r la distanza fra i nucleoni.

Se $E < 0$, lo stato è legato con energia di legame $-E$. Risolvendo l'equazione di Scödinger per un potenziale a buca rettangolare si ha

$$\begin{aligned} u(r) &= A \sin(k_t r), \quad r \leq r_0, \quad \text{con } k_t = \frac{1}{\hbar} [M(E - V_t)]^{1/2} \\ u(r) &= B e^{-\gamma(r-r_0)}, \quad r \geq r_0, \quad \text{con } \gamma = \frac{1}{\hbar} (M|E|)^{1/2} \end{aligned} \quad (10.3)$$

Imponendo la condizione di continuità in $r = r_0$ per $u(r)$ e $u'(r)$, si ha

$$\frac{u'(r_0)}{u(r_0)} = k_t \cot(k_t r_0) = -\gamma, \quad A = \frac{B(k_t^2 + \gamma^2)^{1/2}}{k_t} \quad (10.4)$$

Dal valore dell'energia di legame del deutone si ottiene quindi

$$\gamma = 2.32 \times 10^{12} \text{ cm}^{-1}$$

Dalla condizione di continuità si ottiene V_t noto r_0 . I dati su esperimenti d'urto $n - p$ a energie superiori al MeV forniscono un valore approssimato per r_0 dell'ordine del fm, e similmente esperimenti di diffusione di elettroni. È ragionevole scegliere per r_0 un valore pari al doppio della lunghezza d'onda Compton del pione ($\hbar/m_\pi c \approx 2.8 \text{ fm}$). Sostituendo nelle [10.3](#) si ha: $V_t = -21 \text{ MeV}$.

In figura [10.1](#) le autofunzioni che tengono conto di tutti i dati delle misure di bassa energia.

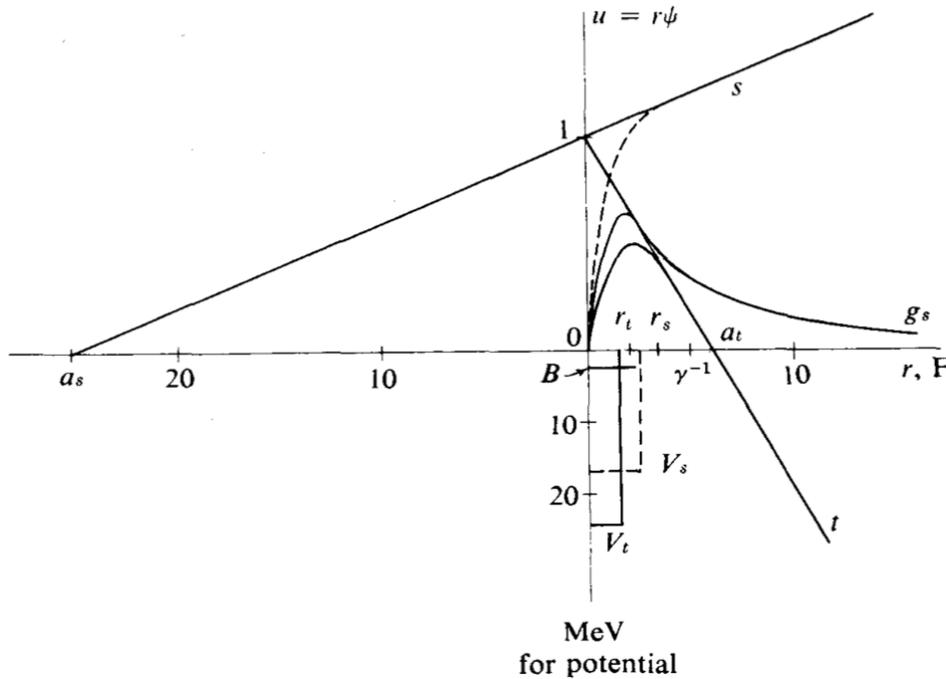


Figura 10.1: s è l'autofunzione dello stato di singoletto a energia 0; t è l'autofunzione dello stato di tripletto normalizzata a energia 0, normalizzata con $u(0) = 1$; g_s è l'autofunzione dello stato fondamentale, non normalizzata. $B = 2.225 \text{ MeV}$; $r_t = 2.02 \text{ fm}$; $V_t = -36 \text{ MeV}$; $r_s = 2.60 \text{ fm}$; $V_s = -14 \text{ MeV}$; $\gamma^{-1} = 4.32 \text{ fm}$.

Dalla normalizzazione si ha

$$4\pi A^2 \int_0^{r_0} \text{sen}^2(k_r r) dr + 4\pi B^2 \int_{r_0}^{\infty} e^{-2\gamma(r-r_0)} dr = 1 \quad (10.5)$$

Con i valori indicati di r_0 e γ il secondo integrale risulta circa il doppio del primo, da cui si desume che i nucleoni costituenti un deutone trascorrono

soltanto circa un terzo del loro tempo entro il raggio d'azione delle forze nucleari, essendo per il resto del tempo a una distanza mutua $> r_0$.

Approssimando drasticamente si ottiene, per la funzione d'onda normalizzata

$$u(r) = \left(\frac{\gamma}{2\pi}\right)^{1/2} e^{-\gamma r} \quad (10.6)$$

La quantità $1/\gamma \simeq 4.32$ fm è detta *raggio* del deutone.

Si osservi che quanto ottenuto è in gran parte indipendente dalla forma scelta (buca rettangolare) per il potenziale.

Il potenziale nucleone-nucleone

Riportiamo ora, senza dedurla, una forma generale di un potenziale fenomenologico nucleone-nucleone, ottenibile da opportune considerazioni sulle quantità dinamicamente rilevanti e tenendo conto dei vari risultati sperimentali citati nei precedenti paragrafi. Si trascura qui la struttura interna dei nucleoni e di conseguenza è chiaro che il potenziale che ne risulta può essere considerato valido per il caso di stati legati nucleone-nucleone e per diffusione fra nucleoni a basse energie.

Le quantità che entrano in gioco nel determinare l'interazione sono la separazione spaziale \mathbf{x} fra i nucleoni, il loro impulso relativo \mathbf{p} , il momento angolare orbitale totale \mathbf{L} e le orientazioni relative fra gli spin \mathbf{s}_1 ed \mathbf{s}_2 di ogni coppia di nucleoni del sistema. Il potenziale deve poi essere uno scalare e per lo meno invariante per traslazioni e rotazioni. Dovrebbe inoltre risultare simmetrico rispetto allo scambio di due nucleoni.

Queste precondizioni derivano necessariamente dal rispetto di alcune proprietà per la teoria che si delinea, quale ad esempio la conservazione della parità, e pongono delle limitazioni alle caratteristiche dei termini scalari che possono contribuire al potenziale stesso. In definitiva, fissati i valori di isospin, il potenziale assume la forma

$$\begin{aligned} V(r) = & V_0(r) + V_{ss}(r) \frac{\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2}{\hbar^2} \\ & + V_T(r) \frac{[3(\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{x})(\mathbf{s}_2 \cdot \mathbf{x})/r^2] - s_1 s_2}{\hbar^2} + \frac{V_{LS}(r)(\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2) \cdot \mathbf{L}}{\hbar^2} \\ & + \frac{V_{Ls}(r)(\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{L})(\mathbf{s}_2 \cdot \mathbf{L})}{\hbar^4} + \frac{V_{ps}(r)(\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{p})(\mathbf{s}_2 \cdot \mathbf{p})}{\hbar^2 m^2 c^2} \end{aligned} \quad (10.7)$$

V_0 è un normale potenziale centrale; il secondo termine descrive una pura interazione fra spin mentre il terzo termine, detto potenziale tensore, descrive una componente non-centrale dell'interazione. Questi ultimi due termini hanno la stessa forma dell'interazione fra due dipoli magnetici. Il termine tensoriale è particolarmente interessante in quanto mescola gli stati di momento angolare orbitale.

Il quarto termine deriva dall'interazione di spin-orbita che è a sua volta dovuta all'interazione forte.

I due ultimi termini sono compatibili con le prescrizioni di simmetria, ma essendo quadratici nell'impulso danno comunque un apporto trascurabile rispetto ai termini di tipo spin-orbita.

Gli sforzi per determinare i valori dei termini di questi contributi al potenziale tramite fit sui dati sperimentali non hanno condotto a valori definitivamente univoci per essi; c'è comunque un generale accordo sui primi quattro termini. Andrebbero poi considerati anche contributi di interazioni a più di due corpi.

Il termine centrale del potenziale per $S = 0$ si applica alle interazioni p-p ed n-n a bassa energia, ma la parte attrattiva non è abbastanza intensa da determinare la presenza di stati legati.

Per $S = 1$ invece, con il contributo dei termini tensoriale e di spin-spin, l'intensità risultante permette l'esistenza di uno stato legato, il deutone.

10.2 Il potenziale di Yukawa

Il primo approccio al problema della forza nucleare in termini di scambio di bosoni fu da Yukawa. Egli considerò la questione del raggio d'azione della forza nucleare da una prospettiva nuova, mutuandola dalla descrizione per le interazioni elettromagnetiche fra sorgenti del campo elettromagnetico in termini di emissione e assorbimento di fotoni γ , i bosoni mediatori dell'interazione elettromagnetica.

La propagazione dei fotoni è descritta dalle equazioni di Maxwell e avviene alla velocità c nel vuoto. Come diretta conseguenza della Relatività Ristretta il fotone è quindi definito *privo di massa*, $m_\gamma = 0$. Inoltre il potenziale coulombiano è proporzionale all'inverso della distanza dalla sorgente del campo:

$$V_C(r) \propto \frac{1}{r} \quad (10.8)$$

da cui il lungo raggio d'azione della forza associata.

Immaginando anche la forza nucleare come un tipo di interazione in cui vi sia una particella mediatrice scambiata, sempre un bosone, che possieda però una massa non nulla, Hideki Yukawa^[1], nel 1934, individuò per la forza nucleare un potenziale corrispondente della forma

$$V_Y(r) \propto \frac{e^{-\frac{mc}{\hbar} r}}{r} \quad (10.9)$$

dove m è la massa della particella mediatrice dell'interazione. Il potenziale di Yukawa, nel limite in cui $m \rightarrow 0$, tende alla forma coulombiana.

¹Hideki Yukawa, "On the interaction of elementary particles I" - Proc. Phys. Math. Soc. Jap. 17 (1935) 48-57

È interessante leggere, in figura [10.2](#), le prime righe dell'articolo in cui Yukawa descriveva l'origine della sua idea, per poi svilupparla. Trascurando la

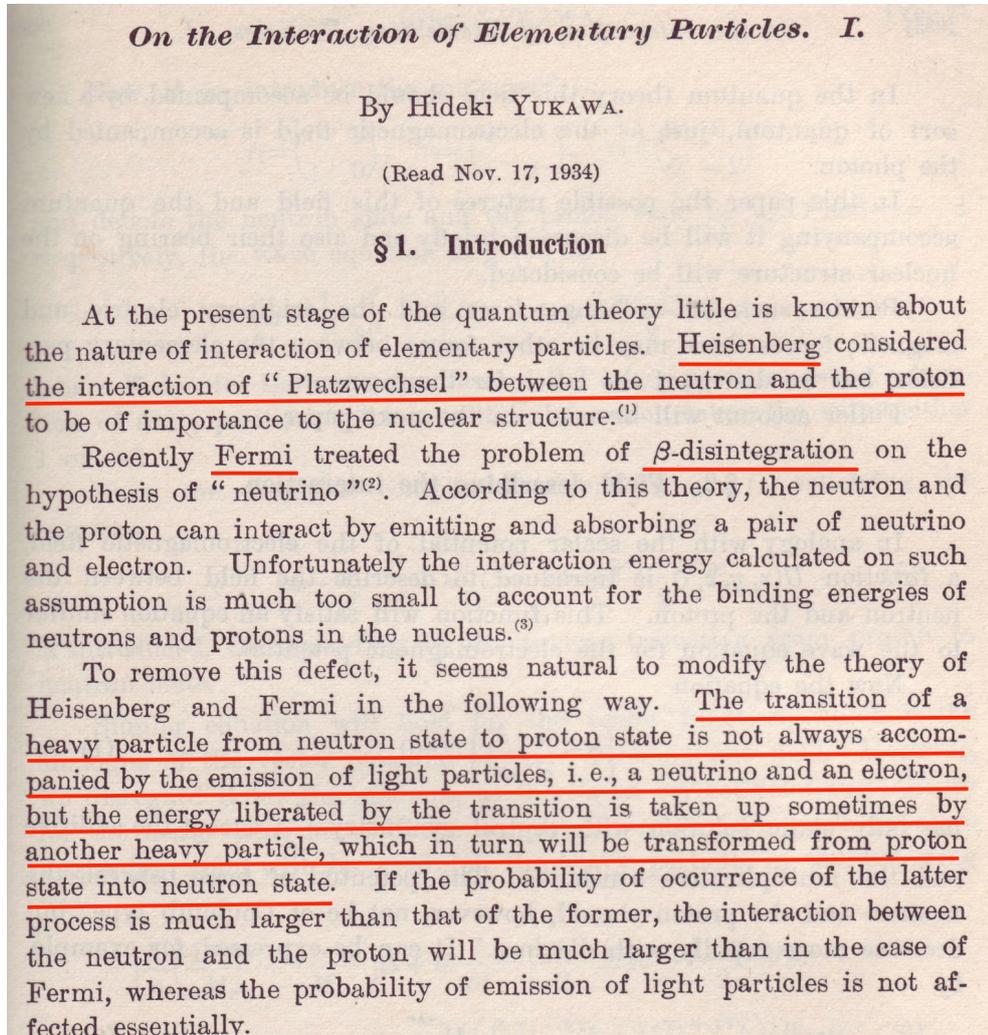


Figura 10.2: Introduzione dell'articolo di Yukawa.

dipendenza dallo spin, il che non pregiudica la comprensione di alcune fondamentali caratteristiche dell'interazione fra nucleoni, il suo ragionamento può essere così schematizzato.

Si considerino due nucleoni di massa M in quiete nel sistema del laboratorio, per cui l'energia totale del sistema fisico da loro rappresentato è pari a $2Mc^2$. Si supponga che uno dei due nucleoni emetta un bosone di massa m prendendo in qualche modo "a prestito" l'energia di massa mc^2 necessaria e conseguentemente la variazione dell'energia totale del sistema risulta non inferiore a $\Delta E = mc^2$. Questa *fluttuazione energetica* ΔE , che da un

punto di vista classico violerebbe il principio di conservazione dell'energia, può aver luogo purchè la sua durata temporale sia vincolata dalla relazione di indeterminazione $\Delta E \Delta t \geq \hbar$. Quindi, come limite superiore conseguente per Δt si ottiene: $\Delta t = \hbar/(mc^2)$.

Supponendo come caso limite che il bosone sia emesso a velocità c , nell'intervallo di tempo Δt concessogli dal principio di indeterminazione può percorrere la distanza

$$a_0 = c\Delta t = \frac{\hbar}{mc} \quad (10.10)$$

che coincide con la cosiddetta *lunghezza d'onda Compton* λ del bosone di massa m e che tende ad ∞ per $m \rightarrow 0$, coerentemente col fatto che il raggio d'azione dell'interazione elettromagnetica risulti infinito. Ne consegue che i due nucleoni possono interagire se la loro distanza mutua r è inferiore ad a_0 , e non interagiscono o interagiscono debolmente se $r > a_0$, che definisce quindi il *raggio d'azione* delle forze nucleari.

Assumendo, per quanto visto in precedenza e noto dai dati sperimentali, ragionevolmente pari a circa $1.4 \cdot 10^{-15}$ m il valore di λ e quindi del raggio d'azione a_0 della forza nucleare, si ottiene per m :

$$\begin{aligned} m &= \frac{\hbar}{\lambda c} \approx \frac{6.583 \times 10^{-22} \times 2.998 \times 10^8 \text{ MeV s}}{c \times 1.4 \times 10^{-15}} \frac{\text{MeV s}}{\text{m}} \approx \\ &\approx \frac{1.9736 \times 10^{-13}}{c^2 \cdot 1.410^{-15}} \text{ MeV} \approx 141 \frac{\text{MeV}}{c^2} \end{aligned} \quad (10.11)$$

Nota quindi la massa della particella mediatrice si può predire il raggio d'azione dell'interazione, e viceversa. Si noti che si è anche implicitamente fatta l'ipotesi che l'intensità dell'*accoppiamento* considerato sia la medesima fra la particella mediatrice e qualunque dei due nucleoni considerati.

Nel 1936, studiando i raggi cosmici, fu scoperto il muone μ che avendo una massa di $105.66 \text{ MeV}/c^2$, si pensò potesse essere la particella ipotizzata da Yukawa. Analizzandone il comportamento si osservò però che il muone non era sensibile all'interazione nucleare² e quindi non poteva essere la particella mediatrice cercata.

Questa, chiamata pione π , fu poi effettivamente scoperta nel 1947 da C. Lattes, G. Occhialini e C. Powell analizzando, presso l'Università di Bristol, le tracce lasciate in emulsioni fotografiche dai prodotti di reazioni causate sempre da raggi cosmici.

Il pione era effettivamente la particella mediatrice cercata e ne esistono tre tipi, due carichi e uno neutro di masse rispettive

$$\begin{aligned} m_{\pi^+} &= m_{\pi^-} = 139.57 \text{ MeV}/c^2 \\ m_{\pi^0} &= 134.98 \text{ MeV}/c^2 \end{aligned}$$

²Esperimento di Conversi, Pancini e Piccioni, in Appendice F

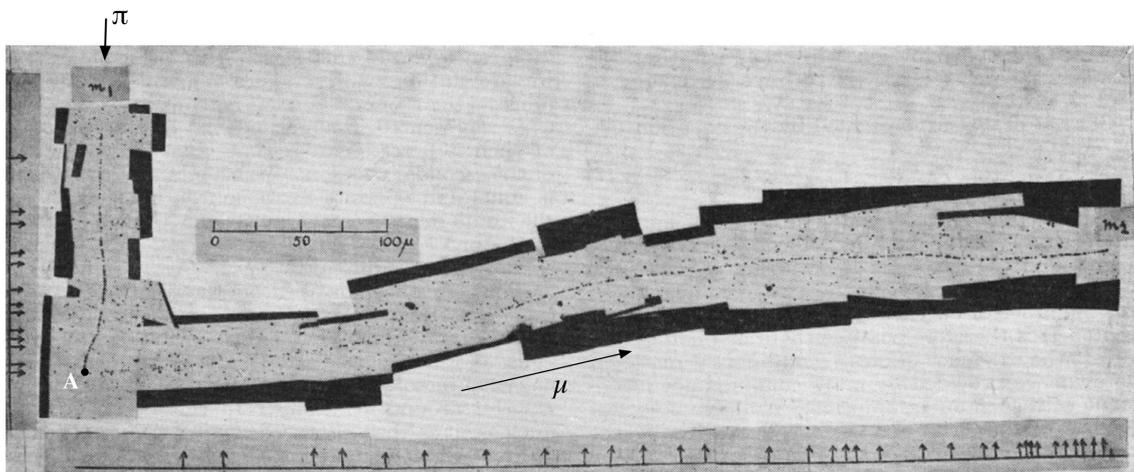


Fig. 1. OBSERVATION BY MRS. I. ROBERTS. PHOTOMICROGRAPH WITH COOKE $\times 45$ 'FLUORITE' OBJECTIVE. ILFORD 'NUCLEAR RESEARCH', BORON-LOADED C2 EMULSION. m_1 IS THE PRIMARY AND m_2 THE SECONDARY MESON. THE ARROWS, IN THIS AND THE FOLLOWING PHOTOGRAPHS, INDICATE POINTS WHERE CHANGES IN DIRECTION GREATER THAN 2° OCCUR, AS OBSERVED UNDER THE MICROSCOPE. ALL THE PHOTOGRAPHS ARE COMPLETELY UNRETOUCHED

Figura 10.3: Una delle prime immagini di Powell. Emulsione fotografica esposta ai raggi cosmici in quota, con traccia di un pione entrante che in A decade in un μ e un ν che non lascia traccia.

Proseguendo con Yukawa si ricordi che per l'interazione elettromagnetica fra due cariche uguali q , l'energia potenziale del campo nelle zone di spazio non occupate dalle cariche, $U_C(r) = q^2/4\pi\epsilon_0 r$, è soluzione dell'equazione differenziale di Laplace nel caso statico

$$\nabla^2 U_C(r) = 0 \quad (10.12)$$

Si può modificare la [10.12](#) considerando forze con raggio d'azione finito fra le sorgenti del campo. La modifica più intuitiva consiste nell'aggiungere una costante che tenda a zero quando il raggio d'azione dell'interazione tende all'infinito, che per motivi dimensionali sia inversamente proporzionale al quadrato di una lunghezza e di segno tale da generare un potenziale che si annulli all'infinito. L'ultima condizione richiede una costante definita negativa, per cui è opportuno scriverla come l'opposto del quadrato di qualcosa. La conseguente modifica dell'equazione di Laplace porta alla

$$(\nabla^2 - \mu^2)U(r) = 0 \quad (10.13)$$

detta *equazione di Klein-Gordon statica*, in cui $\mu = 1/a_0$ ha le dimensioni dell'inverso di una lunghezza. Si osservi che al limite $\mu \rightarrow 0$ che equivale ad $a_0 \rightarrow \infty$, e quindi $m \rightarrow 0$, la [10.13](#) si riconduce alla [10.12](#). Data la simmetria sferica del problema impostato, si consideri la parte

radiale del Laplaciano

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} - \mu^2 \right) U(r) = 0 \quad (10.14)$$

che cercando una soluzione del tipo $U(r) = y(r)/r$, diventa

$$\frac{d^2}{dr^2} y(r) - \mu^2 y(r) = 0 \quad (10.15)$$

che ha come integrale generale

$$y(r) = c_0 e^{-r/a_0} + c_1 e^{r/a_0} \quad (10.16)$$

Per evitare che $y(r)$ diverga, per $r \rightarrow \infty$ bisogna porre $c_1 = 0$. Posto poi $c_0 = -g^2/4\pi$ si ottiene l'espressione dell'energia potenziale di Yukawa

$$U_Y(r) = -\frac{g^2}{4\pi} \frac{e^{-r/a_0}}{r} \quad (10.17)$$

che come il potenziale coulombiano diverge per $r \rightarrow 0$, ma tende asintoticamente a zero molto più rapidamente al crescere della distanza fra i due nucleoni, oltre il valore della lunghezza d'onda Compton a_0 del pione π .

La quantità g , omogenea a una carica elettrica, è detta carica mesonica e $\alpha_X = g^2/4\pi\hbar c$ rappresenta la *costante d'accoppiamento*³ tra i nucleoni e il cosiddetto *campo mesonico*, similmente a come $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$ rappresenta la costante d'accoppiamento tra gli elettroni e il *campo elettromagnetico* o *fotonico*.

Espressioni più raffinate del potenziale nucleone-nucleone, ottenibili nell'ambito della *teoria mesonica* delle interazioni nucleari, tengono conto dell'esistenza dei tre tipi di pioni (π^+ , π^0 , π^-) e anche di altri mesoni più pesanti e delle loro proprietà di simmetria, che determinano la scelta del termine di *sorgente* del campo mesonico, assente nell'equazione di Klein-Gordon qui dedotta e risolta, oltre che dell'indipendenza delle forze nucleari dalla carica elettrica.

Si ricordi in ogni caso che l'interazione nucleare è in realtà il complicato effetto risultante di come agiscono le interazioni forti fondamentali fra le distribuzioni di quark, costituenti e del mare, all'interno di nucleoni fra loro molto vicini.

10.3 Analogia atomico-molecolare

Il traguardo cercato è di interpretare il potenziale nucleone-nucleone in termini della dinamica delle interazioni fondamentali fra quark, la QCD, ma

³Si trova che g ha in generale una dipendenza dall'impulso del mesone scambiato.

non si è ancora in grado di farlo, soprattutto a causa del confinamento, che impone la neutralità di colore per tutto ciò che può essere scambiato fra nucleoni su scale dimensionali maggiori o uguali alle loro stesse dimensioni. Ragionando in modo semplificato per analogia, si può comunque dire qualcosa sull'intensità e sulla dipendenza radiale dell'interazione. In figura 10.4 è schematizzato l'andamento radiale del potenziale nucleone-nucleone come dedotto dalla gran messe di dati forniti dallo studio di interazioni elastiche p-p e n-p. È evidente, a meno dei fattori di scala, la

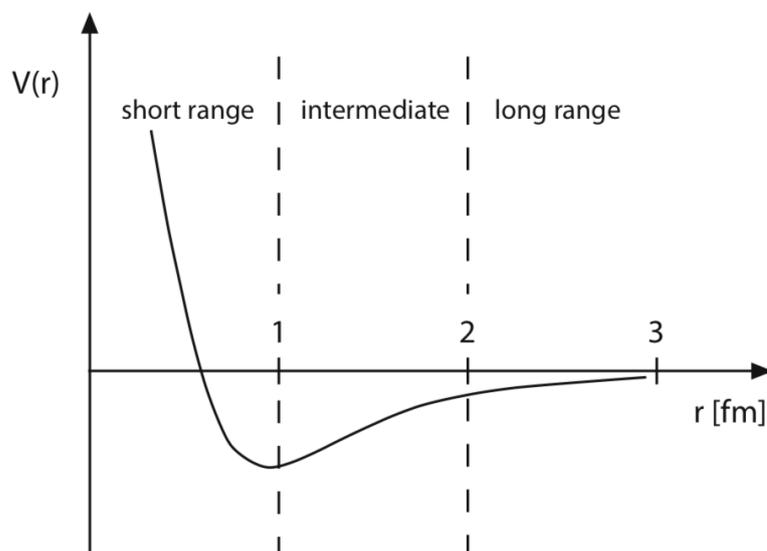


Figura 10.4: Andamento radiale del potenziale nucleone-nucleone in un nucleo.

somiglianza col potenziale agente fra due atomi, con una componente repulsiva a distanze compatibili con la sovrapposizione spaziale delle due strutture e una attrattiva a distanze maggiori che poi diminuisce rapidamente al crescere di queste.

Per analogia con le strutture atomiche e molecolari, si immagina che i quark giochino il ruolo degli elettroni. Vi sarebbero in tal caso alcune possibilità quali interazioni di tipo "ionico", di tipo "van der Waals" o di tipo "covalente".

La prima tipologia può essere subito scartata per il caso nucleare, in quanto richiederebbe il "prestito a lungo termine" di un quark da un nucleone ad un altro nucleone e ciò non è compatibile con le intense forze di confinamento che caratterizzano l'interazione fra quark in un nucleone, a meno che non vi sia sostanziale sovrapposizione spaziale fra i due nucleoni, il che è altamente improbabile alle densità tipiche della materia nucleare ordinaria, $\rho_0 \simeq 0.17$ nucleoni/ fm^3 .

La seconda tipologia, emula dell'interazione di van del Waals fra atomi e fra molecole, in cui l'attrazione nasce dall'interazione elettrica dipolo-dipolo, con lo scambio di coppie di fotoni e una dipendenza dalla distanza r fra i centri di massa dei dipoli del tipo $1/r^6$, implica lo scambio fra nucleoni di coppie cromaticamente neutre di gluoni. Calcoli in merito a questa componente conducono però ad un contributo troppo piccolo di forza attrattiva fra nucleoni per giustificare appieno quanto osservato in un nucleo⁴.

Rimane ora la forma di legame *covalente*. Si osservi che la parte attrattiva del potenziale nucleone-nucleone è più intensa alla distanza radiale di circa 1 fm, che corrisponde grosso modo al raggio quadratico medio della distribuzione di carica di un protone. Quando due nucleoni si trovano a questa distanza c'è quindi fra essi una sostanziale sovrapposizione. In tal caso, aggirati in parte i problemi del confinamento che escludono la possibilità di un legame di tipo *ionico*, la forza attrattiva potrebbe manifestarsi con la compartecipazione di un singolo quark, ricordando appunto il legame atomico covalente.

I due nucleoni devono tuttavia restare cromaticamente neutri durante la forma di interazione descritta, per cui il quark compartecipato da un nucleone deve essere dello stesso colore di quello compartecipato dall'altro. L'effetto di ciò, essendoci tre possibili diversi stati di colore, è di ridurre la forza che ne consegue al punto che neppure questo solo meccanismo è in grado di giustificare la profondità osservata per il potenziale nucleare.

Si tenga però presente che in aggiunta ai tre quark di valenza, in un nucleone vi sono anche fluttuazioni di coppie quark-antiquark del mare, e nel caso in cui tali coppie siano cromaticamente neutre potranno anch'esse essere compartecipate fra due nucleoni, contribuendo così all'interazione. Risulta anzi che il loro contributo è maggiore rispetto a quello di singoli quark. I più leggeri fra questi di-quark sono i pioni π , il cui scambio fra nucleoni costituisce il grosso della parte attrattiva della forza nucleare.

In linea di principio la repulsione a breve range potrebbe essere imputata allo scambio di di-quark (mesoni) più pesanti eventualmente in differenti stati di spin totale. Dai dati sperimentali emergono molti candidati mesonici possibili, in accordo con le predizioni del modello a quark, e ogni scambio risulta responsabile di uno specifico contributo al potenziale totale nucleone-nucleone. Modelli che tengono conto di alcuni di questi possibili scambi sono in grado di fornire eccellenti fit dei dati ottenuti da esperimenti di diffusione nucleone-nucleone. Questi modelli di scambio bosonico sono però di tipo "semi-fenomenologico", non in grado quindi di fornire una spiegazione fondamentale della parte repulsiva.

Nel caso di due atomi legati in una stessa molecola, la parte repulsiva a bre-

⁴M.Rosina, B.Povh, Nucl. Phys. A572 (1994) 48

vi distanze è dovuta al principio d'esclusione di Pauli. Considerando infatti che normalmente gli elettroni dei due atomi occupano i livelli energetici più bassi possibili, si ha che se i due atomi si avvicinano, come nel caso di un urto, e quindi le due nuvole elettroniche iniziano a sovrapporsi spazialmente, allora alcuni degli elettroni che le popolano, dovendo ubbidire al principio d'esclusione, vengono forzatamente eccitati a livelli energetici superiori e ciò non può che avvenire a carico di una frazione dell'energia cinetica disponibile nel canale d'ingresso; è questo che genera l'effetto repulsivo a distanze ridotte.

Anche i quark di un sistema di due nucleoni ubbidiscono al principio d'esclusione, per cui la funzione d'onda che descrive quei 6 quark deve necessariamente essere anti-simmetrica. Il numero di quark che possono occupare lo stato a più bassa energia, con $\ell = 0$, senza violare il principio di Pauli è però pari a 12, in quanto i quark coinvolti si differenziano su tre possibili diversi stati di colore, su due diversi possibili stati di spin e su due diversi possibili stati di isospin (quark *up* e quark *down*). La parte di spin-isospin della funzione d'onda completa deve dunque essere simmetrica in quanto la parte legata al colore è antisimmetrica e quella spaziale, per $\ell = 0$, è simmetrica. Si ha perciò che il principio d'esclusione non limita, per quanto concerne la funzione d'onda spaziale, la possibilità che i 6 quark costituenti due nucleoni possano occupare il livello energetico più basso ($\ell = 0$); di conseguenza la ragione della presenza del "core" repulsivo va cercata altrove.

La responsabile è in questo caso l'interazione spin-spin fra i quark. Si osserva che l'energia potenziale cresce se tutti i 6 quark restano nello stato con $\ell = 0$ mantenendo gli spin allineati; si confronti ad esempio la massa della risonanza $\Delta(1232)$, i cui tre quark costituenti hanno gli spin allineati, con quella del generico nucleone, più leggero di circa $295 \text{ MeV}/c^2$, in cui una coppia di quark costituenti si trova nella condizione di spin antiparalleli. Nel caso dei 6 quark, se quando i due nucleoni si "sovrappongono" restano tutti nello stato con $\ell = 0$, è chiaro che il numero di coppie di quark con spin paralleli è maggiore rispetto al considerare i nucleoni separati, e quindi l'energia potenziale del sistema aumenta; si trova che l'aumento, per ogni coppia in più di quark con spin paralleli, equivale a metà della differenza in energia fra la massa della Δ e quella del nucleone.

È d'altronde ragionevole che il sistema di due nucleoni cerchi spontaneamente di minimizzare questo contributo alla propria energia massimizzando il numero di coppie di quark con spin anti-paralleli, ma ciò entra in competizione con l'esigenza che la parte di spin-sapore della funzione d'onda sia completamente simmetrica, se tutti i 6 quark restano nello stato con $\ell = 0$. Il contributo energetico può essere ridotto se almeno una coppia di quark va nello stato con $\ell = 1$. L'energia d'eccitazione necessaria a ciò è però confrontabile con la diminuzione dell'energia di appaiamento di spin che si ottiene, quindi in ogni caso l'energia potenziale del sistema di due nucleoni aumenta se essi tendono verso una intensa sovrapposizione spaziale mutua.

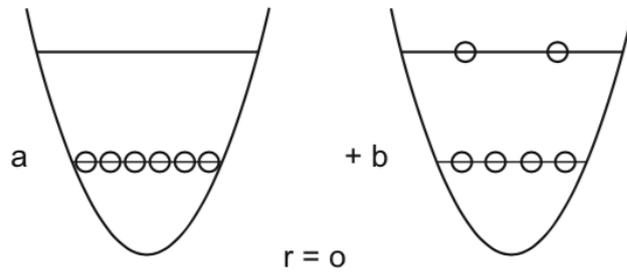


Figura 10.5: Lo stato dei quark per due nucleoni fortemente sovrapposti. In un'approssimazione non adiabatica si trova che domina la configurazione b che diviene però sempre meno importante all'allontanarsi reciproco dei due nucleoni.

La repulsione che si osserva a brevi distanze è dunque conseguenza sia dell'aumento dell'energia dovuta agli appaiamenti di spin che dell'eccitazione di coppie di quark a stati con $\ell = 1$.

Si riesce a dare in tal modo una visione qualitativa di come intervengono le forze fondamentali fra quark nel determinare l'interazione effettiva fra nucleoni in un nucleo.

La forza nucleare viene anche detta "interazione forte *residua*", intendendo come "interazione forte" tout court quella che interviene fra i quark all'interno di ogni nucleone.

Capitolo 11

Termodinamica nucleare

Il concetto di temperatura nucleare è stato introdotto da Bethe e Weisskopf nel 1937, nel tentativo di descrivere la formazione e il decadimento del "nucleo composto" che si forma nelle reazioni indotte da proiettili leggeri, il più delle volte neutroni.

Successivamente fu esteso anche ai casi di reazioni che coinvolgono proiettili di alta energia e ioni pesanti, stimolato dalla ricerca sull'instabilità dei nuclei e sulla possibile esistenza di una transizione di fase liquido-gas per la "materia nucleare". Per conseguire lo scopo si sono sviluppate svariate e complementari tecniche sperimentali che permettessero di estrarre le caratteristiche "termiche" di sistemi nucleari altamente eccitati.

La temperatura T di un sistema costituito da un numero fissato N di particelle ad energia E è generalmente definita, in accordo con la meccanica statistica, dalla

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S(E, N)}{\partial E} = \frac{\partial \ln \rho(E, N)}{\partial E} \quad (11.1)$$

con S l'entropia del sistema e ρ la densità degli stati all'energia E .

Per applicare questa formula devono però essere soddisfatte due condizioni:

1. il sistema deve essere in completo equilibrio statistico, ovvero ogni stato incluso in $\rho(E, N)$ deve essere popolato con ugual probabilità;
2. deve essere nota la densità degli stati.

Per i sistemi nucleari queste due condizioni possono essere critiche da soddisfare. Il grado di raggiungimento dell'equilibrio nelle interazioni fra ioni pesanti ad alte o altissime energie non è a priori conoscibile e l'evoluzione dinamica del sistema è ancora poco compresa. Per quanto concerne le densità degli stati nucleari, le si conosce bene solo a basse energie. Per alte energie d'eccitazione, dove gli effetti dinamici giocano un ruolo importante, la conoscenza delle densità degli stati nucleari è più lacunosa.

Oltre a questo ci sono alcuni altri problemi che rendono alquanto complicata l'estrazione di un valore per la temperatura nucleare:

- *Il nucleo è un sistema microscopico* - Non si possono utilizzare sonde esterne termometriche, e di conseguenza l'informazione sulla temperatura è ottenuta dallo studio dell'emissione di parti del sistema stesso, assumendo che queste, prima dell'emissione, fossero parte del sistema equilibrato e contribuissero alla densità degli stati dell'intero sistema. È una condizione imprescindibile affinché esse possano essere considerate rappresentative dell'intero sistema in studio (il particolare nucleo).
- *Il nucleo è un sistema isolato* - Dato il breve range dell'interazione nucleare, un nucleo non è in grado di scambiare la propria energia d'eccitazione con l'ambiente circostante. Un sistema nucleare è dunque definito dalle condizioni: $E = \text{cost.}$, $N_{part} = \text{cost.}$, per cui l'unico *ensemble* statistico appropriato per un nucleo è quello microcanonico, utilizzato per i sistemi isolati. Inoltre non è facile sperimentalmente, fissare univocamente il valore dell'energia, in quanto l'energia depositata può variare fortemente in conseguenza delle diverse interazioni nucleari, specialmente nei casi in cui diversi meccanismi di reazione conducono all'emissione degli stessi prodotti finali.
- *Il nucleo è un sistema quantistico Fermionico* - I nucleoni in un nucleo occupano diversi livelli energetici, e il principio di esclusione di Pauli limita il numero di essi che possono ripartirsi l'energia d'eccitazione disponibile. In conseguenza di ciò l'effettivo numero di gradi di libertà dipende dall'energia d'eccitazione che è governata dalla statistica di Fermi-Dirac. Inoltre le proprietà globali di un nucleo mutano dinamicamente con l'energia, come si vede ad esempio per la sua densità che cala in funzione dell'espansione termica.
- *Il nucleo è un sistema elettricamente carico* - L'interazione Coulombiana a lungo range fra i protoni introduce delle instabilità che possono condurre a una riduzione della temperatura critica.
- *Il nucleo si scalda e si raffredda attraverso processi dinamici* - Evidenze diverse possono corrispondere a diverse condizioni o fasi di *freeze-out*, o rappresentare differenti stadi dell'evoluzione dinamica di un nucleo. Vi sono inoltre la produzione di parti per evaporazione che può contribuire alle rese d'emissione di frammenti leggeri, e l'espansione globale che influenza le energie cinetiche dei frammenti.
- *I parametri termodinamici come pressione, volume, potenziale chimico, non sono sotto controllo* - Le fasi sperimentali non danno accesso diretto ai parametri termodinamici e si è costretti a ricorrere a calcoli di modello per estrarli.

- *Le evidenze sperimentali sono modificate dai decadimenti secondari* - Bisogna poter individuare prodotti finali che siano poco affetti dal problema dei decadimenti secondari, come ad esempio i Frammenti di Massa Intermedia (IMF).

Per cercare di estrarre l'informazione sulla temperatura associabile alla materia nucleare, tenendo conto di quanto elencato, si adottano svariate tecniche, anche in funzione delle entità delle energie d'eccitazione. A seconda degli approcci esse possono essere raggruppate in:

- *Approccio che considera le popolazioni degli stati eccitati del sistema nucleo* - Si basa sul concetto gran-canonico: il valore della temperatura nucleare è estratto dalle rese dei cluster prodotti, assumendo valida una distribuzione alla Boltzmann

$$Y_i \propto e^{-E_i/T} \quad (11.2)$$

Le tecniche più spesso utilizzate consistono nel considerare il doppio rapporto delle rese isotopiche (S. Albergo et al., Nuovo Cim. 89 (1985) 1; J. Pochodzalla et al., Phys.Rev.Lett. 75 (1995) 1040), detto anche termometro isotopico; la popolazione degli stati eccitati, legati oppure no (D.J. Morrissey, Ann.Rev.Nucl.Part.Sci. 44 (1994) 27); le rese isobariche per sorgenti definite.

- *Approccio cinetico* - Si basa sul concetto di *ensemble* canonico. La temperatura è estratta dalle pendenze degli spettri misurati in energia cinetica, e il metodo è detto termometro delle pendenze. I processi per i quali lo studio della temperatura è attuato in questo modo, concernono tipicamente l'evaporazione termica di nucleoni o loro cluster dal nucleo composto, o la brusca disintegrazione di una sorgente equilibrata con l'emissione di nuclei leggeri, nucleoni, particelle, raggi γ .
- *Approccio termico* - L'energia d'eccitazione del sistema al momento del *freeze-out* è estratta dalle misure della cascata d'evaporazione da sorgente termalizzata in funzione del rapporto N/Z . La corrispondente temperatura al momento del *freeze-out* è quindi ottenuta dal valore dedotto per l'energia d'eccitazione. Un esempio è costituito dal termometro di isospin (K.-H. Schmidt et al., Phys.Lett.B 300 (1993) 313)

11.1 Descrizione termodinamica di un nucleo

Per quanto concerne le proprietà dei nuclei o nel loro stato fondamentale o in stati debolmente eccitati, quanto sperimentalmente osservato è da un lato caratterizzato dalle proprietà di un sistema degenere di fermioni e dall'altro da quelle di un insieme numericamente limitato di componenti. In un

nucleo la forza nucleare da' luogo, in buona approssimazione, a un campo medio globale nel quale i nucleoni si muovono come particelle quasi libere. Nel modello a shell si tiene in considerazione la dimensione finita dei nuclei e gli stati dei singoli nucleoni sono classificati tramite eccitazioni radiali e momenti angolari. Da un punto di vista termodinamico si assegna temperatura zero al sistema nel suo stato fondamentale.

Si considerino ora nuclei in condizioni di forte eccitazione, per i quali il cammino libero medio di un loro generico nucleone entro il nucleo stesso è molto ridotto, compatibile con 1 fm. Il nucleo non può in tal caso essere considerato come un sistema fermionico degenerare ma piuttosto come una sorta di liquido, tanto più al crescere delle eccitazioni. Viene quindi naturale adottare in tal caso un approccio statistico per descriverne le caratteristiche e il comportamento, e mutuare concetti e osservabili termodinamiche. Lo stato d'eccitazione di un nucleo sarà dunque caratterizzato dalla sua temperatura. Non bisogna però dimenticare che si può a rigori associare una temperatura soltanto ad un sistema ampio e in equilibrio termico, e neppure i nuclei più pesanti soddisfano bene a questa condizione. Un nucleo eccitato non può dunque a maggior ragione essere pensato come in equilibrio, ma piuttosto in una condizione di raffreddamento rapido tramite emissione di nucleoni e fotoni.

Non si può prescindere da ciò qualunque interpretazione termodinamica si tenti dei risultati sperimentali.

Quando si tratta termodinamicamente di fenomeni nucleari si parla solitamente di *materia nucleare*, piuttosto che di nuclei, sottintendendo che quanto detto va considerato come estrapolato ad ampi sistemi di nucleoni. L'ambito che meglio permette lo studio delle proprietà termodinamiche della materia nucleare è quindi quello relativo alle reazioni che coinvolgono ioni pesanti. In queste tipologie di urti ione-ione i nuclei si fondono (amalgama) sino a formare, per un breve arco di tempo, un sistema di *materia nucleare* di accresciute densità e temperatura.

I risultati della termodinamica applicata alla materia nucleare sono di grande importanza anche per la cosmologia e l'astrofisica.

Si pensa che l'universo, nei primi stadi della sua esistenza, abbia attraversato fasi nelle quali la temperatura e la densità di materia erano molti ordini di grandezza superiori ai valori dell'universo odierno, e gli urti a energie relativistiche fra ioni pesanti permettono, in parte e su scala molto ridotta, di riprodurre in laboratorio alcune delle condizioni che hanno caratterizzato la materia in quella fase.

Per energie d'eccitazione al di sopra della soglia di produzione di particelle un nucleo non mostra stati discreti ma soltanto uno spettro continuo. Nella regione di transizione al di sotto o appena sopra la soglia di produzione, vi sono moltissime risonanze strette, che però non danno alcuna informazione strutturale sul nucleo stesso. Quanto un nucleo mostra in queste condizioni

viene detto *caos quantistico*.

Lo studio di un nucleo in questi ambiti coinvolge, come detto, metodi statistici, e a questo scopo si comincia con l'introdurre il concetto di *temperatura nucleare*.

Si consideri ad esempio la fissione spontanea del ^{252}Cf , con una vita media di 2.6 anni e il 3.1 % di probabilità di decadere per fissione spontanea. È ragionevole immaginare che durante la fase di separazione fra i due frammenti si attui una sorta di *attrito* fra essi, per cui non tutta l'energia disponibile per il processo di fissione si converte in energia cinetica dei frammenti. Una parte va ad incrementare l'energia interna di questi e quindi li *scalda*.

Il successivo processo di raffreddamento dei frammenti di fissione è schema-

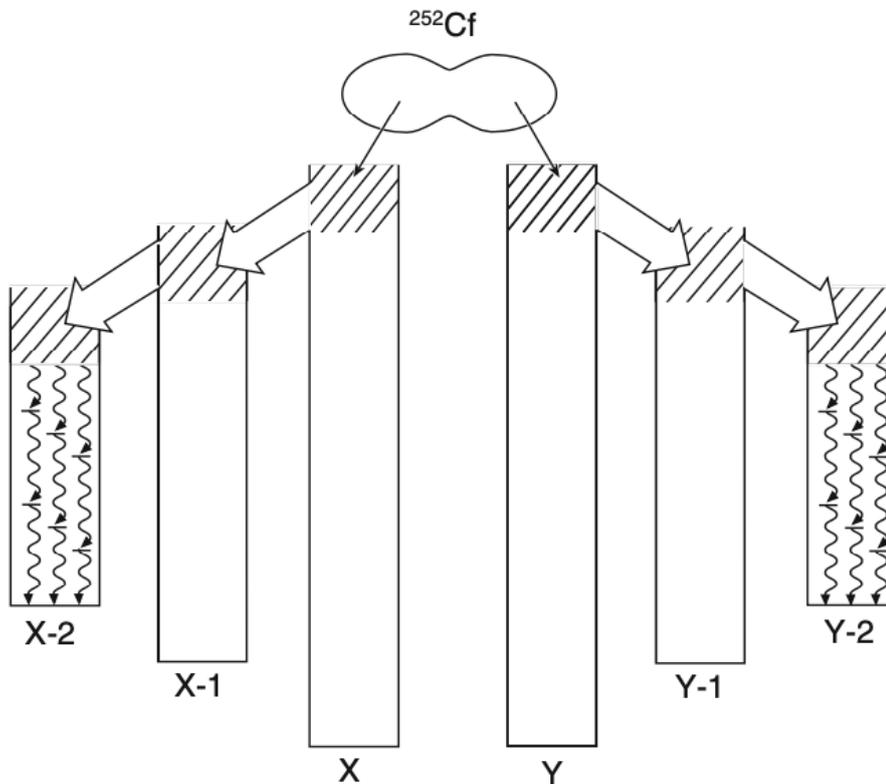


Figura 11.1: Schema del processo di raffreddamento dei frammenti di fissione del ^{252}Cf . Il nucleo genitore si spezza in due frammenti con numeri di massa X ed Y , che si raffreddano emettendo dapprima neutroni e quindi fotoni.

tizzato in figura [11.1](#).

Esso inizia con l'emissione di neutroni lenti, tipicamente 4 con un'energia cinetica media di 2.1 MeV ognuno. Quando i frammenti si sono raffreddati al di sotto della soglia di emissione di neutroni, possono ulteriormente raffreddarsi solo emettendo fotoni.

Lo spettro energetico dei neutroni emessi ha una tipica forma *evaporativa* e può quindi essere descritto da una distribuzione di Maxwell

$$N_n(E_n) \sim \sqrt{E_n} e^{-E_n/kT} \quad (11.3)$$

come mostrato in figura 11.2 a meno del fattore $\sqrt{E_n}$ di normalizzazione. La discesa esponenziale dello spettro è caratterizzata dalla temperatura T

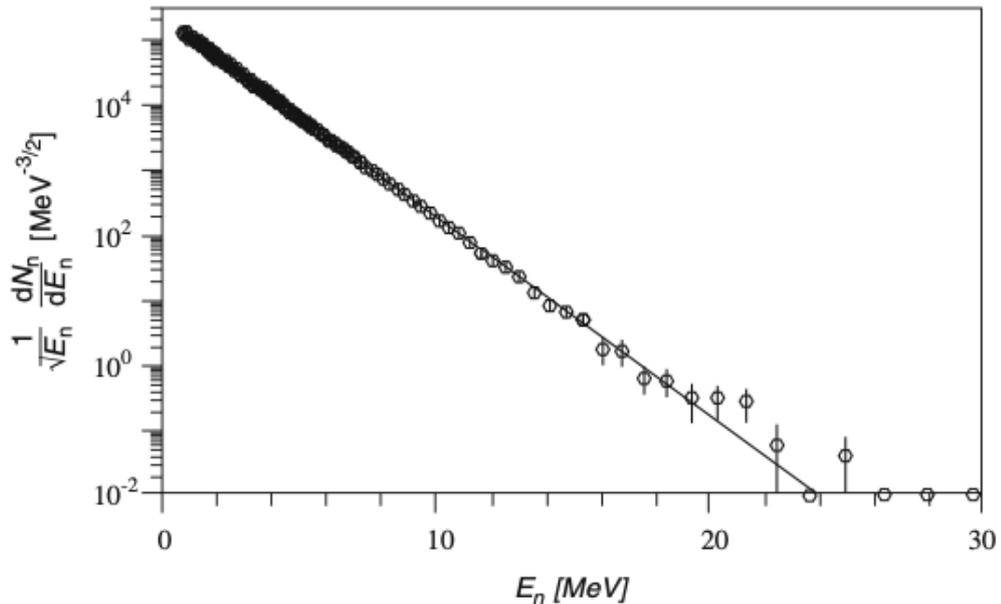


Figura 11.2: Spettro in energia dei neutroni emessi nella fissione spontanea del ^{252}Cf . La linea continua rappresenta il fit con la distribuzione maxwelliana.

del sistema, che in questo caso dà $kT = 1.41$ MeV. Si trova che frammenti di fissione emessi da nuclei diversi hanno anche diverse temperature, come ad esempio per ^{236}U , con $kT = 1.29$ MeV.

In figura 11.3 gli spettri dei fotoni emessi durante la diseccitazione dei frammenti di fissione. In questo caso ogni fissione spontanea produce in media 20 fotoni, l'80% dei quali ha energie inferiori a 1 MeV. Si noti anche in questo caso la forte rassomiglianza con un tipico spettro evaporativo. La forte pendenza dello spettro d'emissione dei fotoni, rispetto a quello d'emissione dei neutroni, indica che nella fase d'emissione di fotoni, che ha luogo in condizioni di minor eccitazione nucleare, la temperatura del sistema è significativamente inferiore.

Il successo nell'interpretazione dei due spettri di neutroni e fotoni emessi in conseguenza della fissione testimonia della ragionevolezza dell'approccio statistico seguito. La forma osservata per gli spettri si può dunque derivare dallo studio statistico della densità degli stati di un gas di Fermi degenerare.

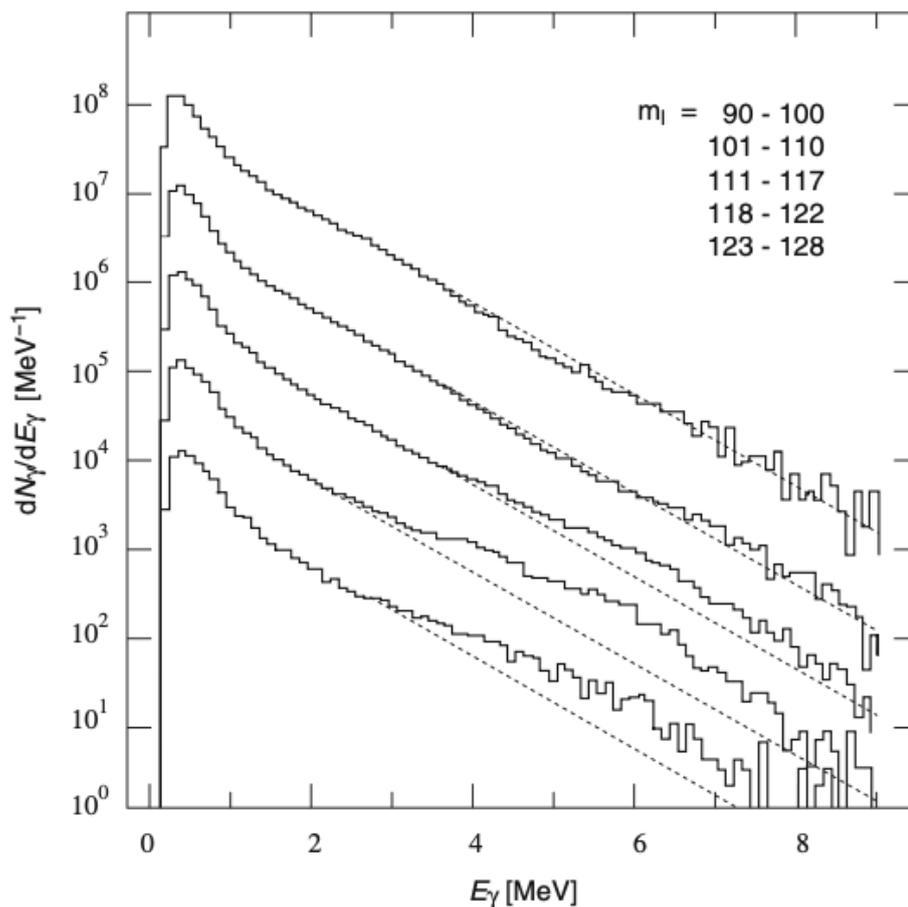


Figura 11.3: Spettri energetici per l'emissione di fotoni nella fissione spontanea del ^{252}Cf . I diversi spettri corrispondono, dall'alto verso il basso, ai diversi gruppi di numeri di massa m_l dei prodotti di fissione. Le linee tratteggiate sono ottenute da fit con funzioni esponenziali.

11.2 Fasi della materia nucleare

La transizione di fase liquido-vapore

Si è constatato che le reazioni periferiche fra ioni pesanti sono molto efficaci per *riscaldare* i nuclei in modo controllato. In un'interazione *radente* fra due nuclei, come schematizzato in figura [11.4](#), si producono due frammenti principali che si sono *riscaldati* per effetto dell'*attrito* sviluppatosi durante la reazione. Con questo tipo di reazioni si riescono a misurare piuttosto bene sia la temperatura dei frammenti che l'energia fornita al sistema. La temperatura dei frammenti viene solitamente desunta dalle distribuzioni maxwelliane dei prodotti di decadimento mentre l'energia totale fornita al

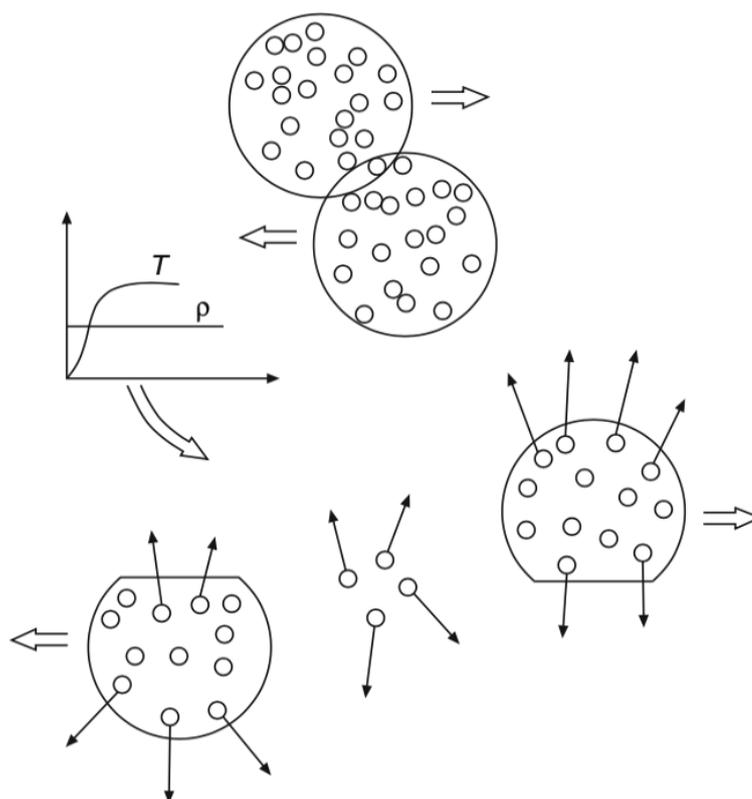


Figura 11.4: Schematizzazione di un urto periferico fra due nuclei osservato nel sistema CM. Il diagramma descrive l'evoluzione temporale della densità ρ e della temperatura T dei frammenti durante l'urto.

sistema si determina dalla rivelazione di tutte le particelle prodotte nello stato finale.

Il frammento principale proveniente dal proiettile si muove sostanzialmente negli stessi direzione e verso del proiettile, e anche i suoi prodotti di decadimento si muovono nello stesso modo e possono quindi essere cinematicamente distinti sia dai prodotti di decadimento del frammento bersaglio che dai nucleoni di evaporazione emessi durante l'interazione radente. Si possono così separare e distinguere i contributi energetici trasportati dai frammenti, dall'energia persa per *attrito* durante l'interazione radente.

Si prenda come esempio un esperimento in cui nuclei di Au con energia di 600 MeV/nucleone sono stati fatti incidere contro un bersaglio solidale col sistema del laboratorio, anch'esso d'oro. I prodotti di reazione sono stati tracciati grazie ad un rivelatore che copriva pressochè l'intero angolo solido attorno al bersaglio, un cosiddetto rivelatore a 4π .

In figura [11.5](#) è mostrata la dipendenza misurata della temperatura dei

frammenti rivelati dall'energia fornita al sistema. Si noti come per energie d'eccitazione E/A fino a circa 3 MeV/nucleone si osserva una rapida crescita della temperatura. Nella regione per valori di E/A compresi fra circa 3 MeV/nucleone e 10 MeV/nucleone, la temperatura sembra mantenersi sostanzialmente costante, per poi ricominciare a crescere rapidamente per valori superiori a 10 MeV/nucleone. Questo comportamento ricorda il

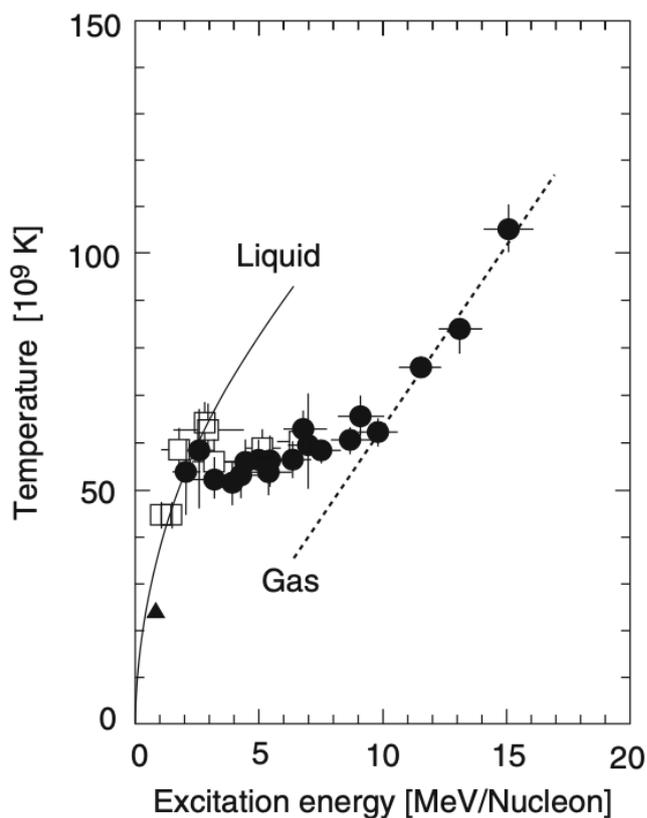


Figura 11.5: Temperatura dei frammenti in un urto periferico fra due nuclei di ^{197}Au in funzione dell'energia d'eccitazione per nucleone.

processo di evaporazione dell'acqua in prossimità del punto di ebollizione, durante la transizione di fase da liquido a vapore, con la temperatura che resta costante mentre viene fornita energia al sistema finché l'intera quantità di liquido non si è convertita in vapore. Sembra quindi naturale interpretare anche in questo caso la descritta dipendenza della temperatura del sistema dall'energia fornitagli come una *transizione di fase della materia nucleare* dallo stato liquido a quello di vapore-equivalente.

I concetti utilizzati per descrivere il fenomeno sono presi a prestito dalla termodinamica dei sistemi in equilibrio, ovvero termalizzati. In questo spirito si potrebbe quindi dire che una volta raggiunta una temperatura equivalen-

te a $kT \sim 3$ MeV, si forma attorno al nucleo uno strato di nucleoni in fase *vapore/gas* che però non sfugge ma resta in una condizione d'equilibrio con la parte ancora più coesa del nucleo, scambiando con essa nucleoni. Tale gas di nucleoni potrà essere ulteriormente riscaldato soltanto quando tutto il liquido nucleonico sarà nella condizione di *vapore/gas*.

Materia adronica

Per investigare gli urti fra ioni pesanti a piccolo parametro d'impatto, ovvero quelli che si dicono *urti centrali*, si possono ad esempio selezionare gli eventi che presentano un grande numero di pioni carichi e neutri fra i prodotti di reazione, come illustrato in figura [11.6](#). Considerando ad esempio sempre le interazioni $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$, si può pensare a energie dell'ordine o maggiori a 10 GeV/nucleone che danno luogo alla produzione di cospicue quantità di pioni.

A queste energie, l'eccitazione nucleonica che porta alla formazione di una Δ , $N + N \rightarrow \Delta + N$, ha una sezione d'urto di formazione $\sigma = 40$ mb; la corrispondente *lunghezza d'interazione* $\lambda \approx 1/\sigma\rho_N$ nel nucleo è dell'ordine di 1 fm. Questo significa che durante un urto fra ioni pesanti hanno luogo urti multipli e che per energie sufficientemente elevate ogni nucleone coinvolto nell'urto sarà eccitato in media almeno una volta allo stato di barione Δ . Da un punto di vista termodinamico ciò equivale all'apertura di un nuovo grado di libertà. I barioni Δ decadono rapidamente ma vengono continuamente riformati tramite la reazione inversa $\pi + N \rightarrow \Delta$. Creazione e decadimento, $\pi + N \leftrightarrow \Delta$, raggiungono quindi una sorta di equilibrio dinamico. A questa miscela di nucleoni, barioni Δ , pioni ed eventualmente altri mesoni viene dato il nome di *materia adronica*.

I pioni, data la loro relativamente piccola massa, sono i principali responsabili degli scambi energetici entro la materia adronica. La rivelazione e lo studio di questi pioni permettono dunque di risalire alla densità d'energia e alla temperatura della materia adronica prodotta con l'urto fra due ioni. La temperatura viene solitamente desunta dalle distribuzioni energetiche dei pioni emessi ortogonalmente rispetto alla direzione del fascio, o dei fasci in caso di collider. Il loro spettro energetico mostra l'andamento esponenziale atteso di una distribuzione di Boltzman

$$\frac{dN}{dE_{kin}} \propto e^{-E_{kin}/kT} \quad (11.4)$$

con E_{kin} l'energia cinetica del pione. Sperimentalmente si trova che le temperature della *radiazione pionica* non superano mai $kT \simeq 150$ MeV, indipendentemente da quanto crescano le energie dei nuclei collidenti. Una spiegazione di ciò sta nel fatto che la materia nucleare eccitata si espande, e questo la porta a raffreddarsi. Al di sotto di una temperatura $kT \simeq 150$ MeV la probabilità di interazioni adroniche per i pioni, e quindi degli scambi

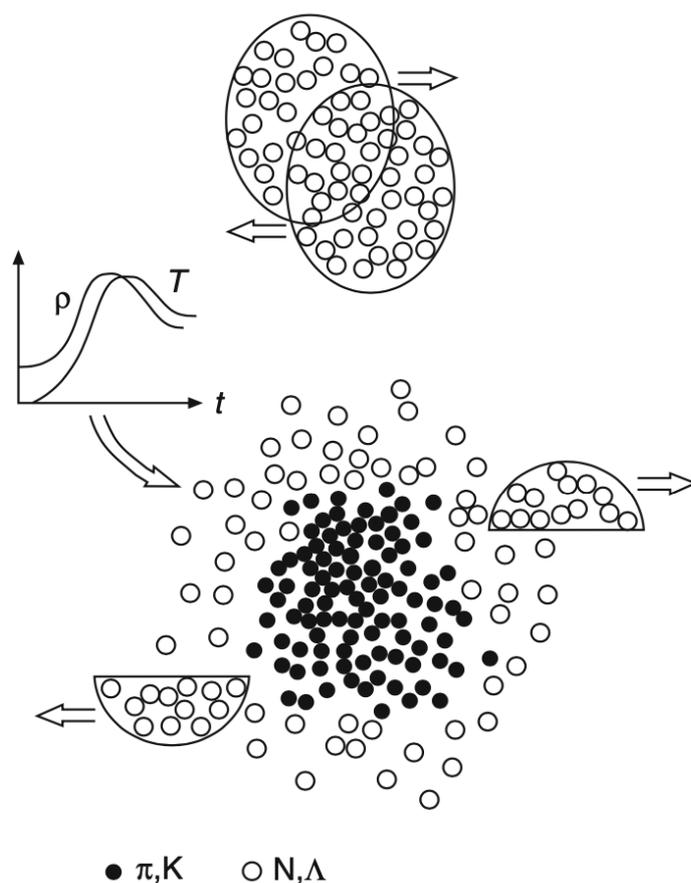


Figura 11.6: Urto centrale fra due nuclei pesanti ad alta energia. Si noti lo *schacciamento* trasversale dei nuclei che riflette la contrazione relativistica delle lunghezze. Le curve mostrano l'incremento di densità ρ e temperatura T nella regione centrale della collisione.

energetici fra essi e le altre particelle presenti, decresce rapidamente. Questo processo viene detto *freezing out* pionico.

Diagramma di fase della materia nucleare

Le varie fasi in cui si può trovare la materia nucleare sono riassunte in figura [11.7](#). Per chiarirne il significato si può fare il parallelo con un diagramma di fase per la materia ordinaria, intesa come composta da atomi e molecole. I nuclei allo stato fondamentale sono freddi, con densità ρ_N e temperatura $kT = 0$. Una stella ai neutroni ha anch'essa temperatura $kT = 0$, ma densità da ~ 5 a 10 volte superiore a quella dei nuclei standard. Se si fornisce gradualmente energia ad un nucleo esso comincia a scaldarsi

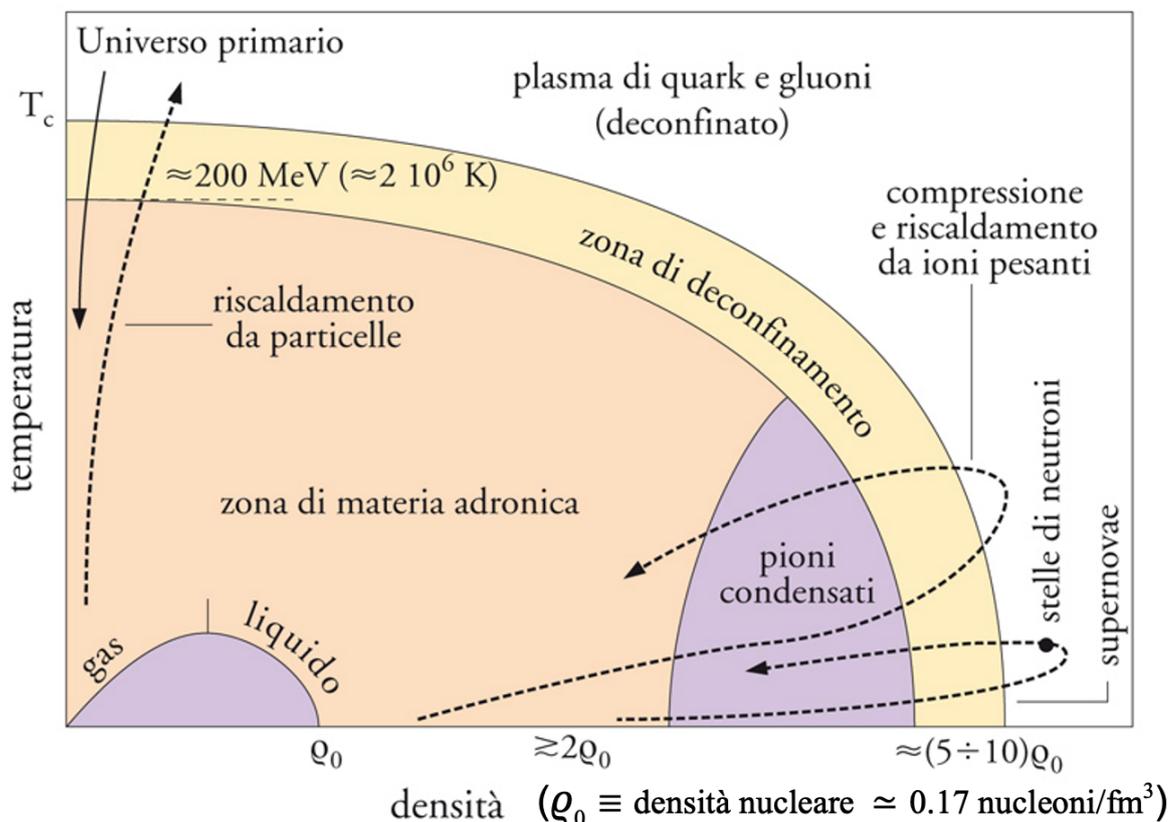


Figura 11.7: Diagramma di fase della materia nucleare.

ed emette quindi nucleoni o piccoli cluster di nucleoni, quali particelle α , similmente a come una goccia di liquido evapora atomi o molecole. Con la materia ordinaria, se la si confina e nel contempo si accresce l'ammontare di energia fornita, ciò porta all'eccitazione di gradi di libertà interni, quali eccitazioni rotazionali o vibrazionali. Nei nuclei i nucleoni possono essere eccitati come risonanze $\Delta(1, 232)$ o stati eccitati di energie ancora superiori. Il miscuglio di nucleoni, pioni e altro che consegue ai decadimenti è la cosiddetta *materia adronica*.

Quark-Gluon plasma

Il processo di dissociazione completa di un atomo nel suo nucleo e i suoi elettroni, che dà luogo al *plasma atomico*, ha un equivalente nella completa dissociazione dei nucleoni e pioni di un nucleo in quark e gluoni, quello che viene detto *quark-gluon plasma* o QGP. Qualitativamente il posizionamento della zona di transizione di fase corrispondente nel diagramma di fase temperatura-densità può essere capito ragionando come segue.

Nelle condizioni di densità nucleare standard ogni nucleone ha a disposizione

un volume di $\sim 6 \text{ fm}^3$, di cui ne occupa col proprio volume circa $1/3$. Se si immagina di comprimere un nucleo senza riscaldarlo ($T = 0$) fino ad alcune volte la sua densità standard, i singoli nucleoni che lo costituiscono tendono a sovrapporsi l'un l'altro perdendo gradualmente la propria individualità. A questo punto quark e gluoni dovrebbero muoversi in modo sostanzialmente libero nell'intero volume comune costituitosi.

Ma si può immaginare anche di seguire un altro percorso nel diagramma di fase, partendo dalla materia nucleare standard e seguendo una via sostanzialmente parallela all'asse verticale delle temperature, accrescendo di fatto la temperatura senza però modificare la densità. In tal caso, raggiunta una temperatura $kT \approx 200 \text{ MeV}$ dovrebbe risultare disponibile per ogni interazione nucleone-nucleone un'energia sufficiente, per effetto della produzione di pioni, ad accrescere la densità adronica e la frequenza delle mutue collisioni fra essi tanto da rendere impossibile l'assegnare un quark o un gluone ad uno specifico adrone.

Lo stato raggiunto in questo caso è detto *quark-gluon plasma*.

Stelle di neutroni

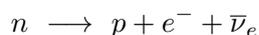
Partendo dal modello a gas di Fermi si può capire l'esotica condizione della materia nucleare che costituisce le cosiddette *stelle di neutroni* per descrivere le quali si trascura l'energia coulombiana. Oltre alla forza d'attrazione nucleare, che conduce ad una densità di materia ρ_0 , in esse agisce fortemente l'attrazione gravitazionale, che porta la loro densità a valori fino a un ordine di grandezza superiore.

Le stelle ai neutroni vengo prodotte come risultato dell'esplosione di una supernova. Quando il *bruciamento nucleare* della materia nella parte centrale della stella ha raggiunto il livello del ferro, se la massa è compresa fra una e due masse solari, allora collassa sotto l'effetto della forza gravitazionale.

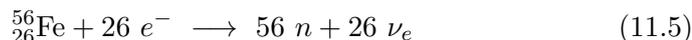
L'aumento della densità accresce a tal punto l'energia di Fermi degli elettroni presenti che si sviluppa e cresce il processo di decadimento β inverso



mentre invece il decadimento β dei neutroni



risulta proibito dal principio d'esclusione di Pauli. I protoni dei nuclei atomici vengono trasformati tutti, uno dopo l'altro, in neutroni. Ciò porta alla scomparsa della barriera coulombiana, i nuclei perdono la loro identità e l'interno della stella risulta infine composto da soli neutroni



Ciò che ferma l'implosione è la pressione di Fermi dei neutroni quando raggiungono una densità pari a circa 10^{18} kg/m^3 . Se la massa fosse superiore a

due masse solari la pressione di Fermi non sarebbe sufficiente a contrastare l'attrazione gravitazionale e fermare l'implosione e si avrebbe la formazione di un buco nero.

Le stelle di neutroni più note hanno masse M comprese fra 1.3 e 1.5 masse solari che possono essere stimate quando la stella di neutroni è parte di un sistema binario di cui si può studiare il moto. Il raggio R può essere misurato se vi è sufficiente emissione elettromagnetica unitamente a un osservabile spostamento Doppler, che è proporzionale ad M/R . I raggi trovati sono tipicamente dell'ordine della decina di km.

Per quanto concerne l'interno delle stelle di neutroni si posseggono soltanto cognizioni di tipo teorico. Secondo il modello più semplice la parte interna del core della stella è composto da un liquido di neutroni degeneri a densità costante. Quella che può essere grosso modo definita una crosta superficiale della stella dello spessore di circa un km è costituita da atomi che nonostante l'alta temperatura, sono legati da una forte pressione gravitazionale a formare una struttura solida. Si può dunque considerare una buona approssimazione quella che vede la stella di neutroni come un gigantesco nucleo tenuto assieme dalle proprie forze gravitazionali.

Supponendo costante la densità della stella si può trascurare qualsiasi dipendenza radiale della pressione gravitazionale e utilizzare una pressione efficace media. Si consideri una tipica stella di neutroni di massa $M = 3 \times 10^{30}$ kg, ovvero 1.5 masse solari, corrispondenti a circa $N = 1.8 \times 10^{57}$ neutroni. Considerando la stella di neutroni alla stregua di un gas neutronico freddo, l'impulso di Fermi è

$$p_F = \left(\frac{9\pi N}{4} \right)^{1/3} \frac{\hbar}{R} \quad (11.6)$$

e l'energia cinetica media per neutrone

$$\langle E_k/N \rangle = \frac{3}{5} \frac{p_F^2}{2M_n} = \frac{C}{R^2}, \quad \text{con} \quad C = \frac{3\hbar^2}{10M_n} \left(\frac{9\pi N}{4} \right)^{2/3} \quad (11.7)$$

dove M_n è la massa del neutrone.

L'energia gravitazionale di una stella a densità costante implica un'energia potenziale media per neutrone pari a

$$\langle E_p/N \rangle = -\frac{3}{5} \frac{GNM_n^2}{R} \quad (11.8)$$

con G la costante di gravitazione universale. La stella sarà in equilibrio in corrispondenza al valore minimo dell'energia totale per nucleone, ovvero quando

$$\frac{d}{dR} \langle E/N \rangle = \frac{d}{dR} [\langle E_k/N \rangle + \langle E_p/N \rangle] = 0 \quad (11.9)$$

da cui

$$R = \frac{\hbar^2 (9\pi/4)^{2/3}}{GM_n^3 N^{1/3}} \quad (11.10)$$

Si trovano così, per una stella di neutroni di questa massa, un raggio di circa 12 km, molto prossimo al valore misurato, e una densità di 0.25 nucleoni/fm³, pari a circa 1.5 volte la densità della materia nucleare standard $\rho_0 = 0.17$ nucleoni/fm³.

Un calcolo più preciso dovrebbe tener conto della non costanza della densità nel volume della stella di neutroni, nelle parti più interne della quale la densità può infatti essere sino a $10\rho_0$. In queste condizioni lo spazio fra neutrone e neutrone scende a circa 0.8 fm, per cui i *cori* dei nucleoni cominciano ad entrare a contatto sviluppando una forte repulsione mutua. Si può dunque affermare che la pressione gravitazionale è in tal caso in ugual misura compensata dall'azione combinata della pressione di Fermi e della mutua repulsione nucleone-nucleone.

Ci si può aspettare che in queste condizioni di grande densità la materia stellare consista in una miscela di *iperoni* in equilibrio con i neutroni, e anche che data l'estrema vicinanza fra i quark costituenti dei nucleoni presenti, questi perdano la loro individualità e che di conseguenza la parte più interna di una stella di neutroni sia parzialmente composta da *materia quarkonica*.