

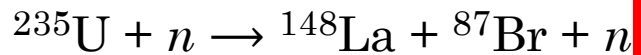
FISICA NUCLEARE

Fissione nucleare

- **Teoria elementare della fissione**
- **Sezioni d'urto di fissione**
- **Reazione a catena controllata (1)**

Fissione nucleare

- n non interagendo col campo coulombiano possono avvicinarsi ai nuclei e penetrarli anche con bassissime energie. Possono quindi interagire con nuclei formando stati legati.
- Si pensò di sfruttare cattura n a bassa energia per produrre nuovi nuclei con più alti valori di A .
- Si osservava spesso che n termici su nuclei con A dispari (... ^{235}U), non danno nuclei più pesanti ma frammentazione del genitore in due figli di massa inferiore (**fissione nucleare**):

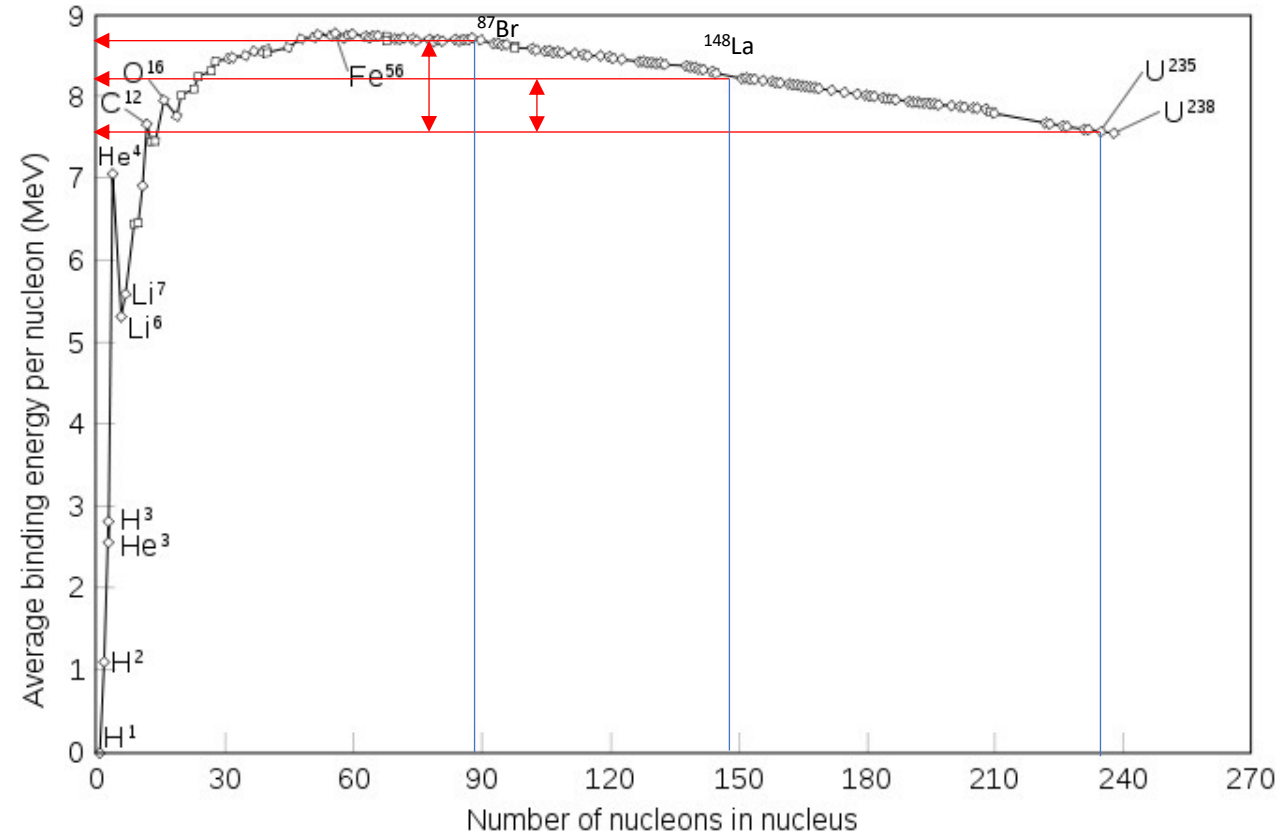


Alcuni nuclei fissionano anche spontaneamente.

- Scattering n -termici su nuclei con A pari (... ^{238}U), non frammenta il genitore. Il fenomeno si produce con n d'energie superiori, dell'ordine di 2 MeV.
 - Fissione **caratteristica di nuclei di grossa taglia**; si stima energia rilasciata da grafico energia media di legame per nucleone.
- Per ^{235}U rilascio di ~ 0.9 MeV/nucleone, da cui

$$E_{fisU} \approx (235 \times 0.9) \text{ MeV} = 211.5 \text{ MeV}$$

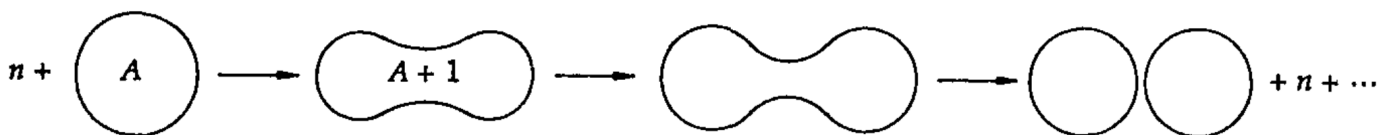
(235 g di ^{235}U (12.34 cm³) \rightarrow \sim 2 kton)



Teoria elementare della fissione

- Modello a **goccia di liquido** _ Nuclei sferici negli stati iniziale e finale.
- Perturbazione esterna, **n** incidente può creare onde superficiali che modificano forma goccia.
- Se questa si dilata allungandosi e deformazione abbastanza grande, repulsione coulombiana fra le porzioni allungate può produrre struttura a due lobi che induce ulteriore repulsione fino a determinarne la completa separazione:

fissione goccia iniziale in due più piccole



Se separazione iniziale troppo ridotta, goccia deformata può dar luogo a stato eccitato del nucleo composto dalla fusione del **n** col nucleo genitore di massa **A** .

Questo poi si diseccita, emettendo **γ** , verso stato a minore energia del nucleo **$(A + 1)$** .

- Modello a goccia \Rightarrow formula **Weizsäcker** : 3 termini semi-classici che dipendono da forma della goccia: **volume**, **superficie** e **coulombiano**. Calcolo classico per valutare stabilità di una goccia in risposta a stimolo perturbativo esterno.
 - Goccia sferica di raggio **R** che per stimolo esterno si deforma leggermente, a **volume costante** (materia nucleare è liquido \sim incompressibile), verso ellissoide con semiasse maggiore **a** e minore **b**

$$a = R(1 + \epsilon), \quad b = \frac{R}{(1 + \epsilon)^{1/2}}, \quad \epsilon \text{ parametro deformazione. Invarianza volume } \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi ab^2$$

che assicura invarianza termine volume in formula Weizsäcker fra goccia sferica e deformata.

- **Sono però diversi nei due casi i termini di superficie e coulombiano.**

Supponendo $\epsilon \ll 1$ e $Z(Z-1) \simeq Z^2$, questi diventano:

$$B_S(A) = b_S A^{2/3} \longrightarrow B_S^*(A) = b_S A^{2/3} \left(1 + \frac{2}{5}\epsilon^2\right)$$

$$B_C(A, Z) = b_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} \longrightarrow B_C^*(A, Z) = b_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} \left(1 - \frac{1}{5}\epsilon^2\right)$$

$$\Delta B^*(A, Z) = B_S(A) + B_C(A, Z) - B_S^*(A) - B_C^*(A, Z) =$$

$$= \frac{1}{5}\epsilon^2 A^{2/3} \left(2b_S - b_C \frac{Z^2}{A}\right)$$

$$2b_S - b_C \frac{Z^2}{A} > 0 \quad \text{cioè} \quad \frac{Z^2}{A} < 49$$

Deformazione accresce energia di superficie e riduce quella coulombiana. **Stabilità goccia dipende da come questi due termini competono fra loro.**

Variazione tot. energia di legame per deformazione si può scrivere:

Se $\Delta B^*(A, Z) > 0$ la goccia sferica è più legata, cioè stabile per piccole perturbazioni esterne.

Ricordando che $b_S \simeq 17.23 \text{ MeV}$ e $b_C \simeq 0.697 \text{ MeV}$, si trova $\Delta B^*(A, Z) > 0$ per

- Nei nuclei grandi $Z < A/2$, quindi soddisfano condizione $Z^2 < 49A$ e dovrebbero mostrare massima energia di legame con forma sferica. Ma energia legame di due figli può, in valore assoluto, superare quella del genitore, che anche se sferico può fissionare trasformandosi in stato più legato.

– Es.: genitore che frammenta in due figli identici $\Rightarrow A$ e Z del genitore sono pari.

Differenza fra en. legame del genitore e dei prodotti di fissione a distanza ∞ uno dall'altro

$$B(A, Z) - 2 \times B(A/2, Z/2) \simeq b_S A^{2/3} (1 - 2^{1/3}) + b_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} (1 - 2^{-2/3})$$

$$\simeq 0.26 A^{2/3} \left(\frac{Z^2}{A} - 17.2 \right) \text{ MeV}$$

Questa diff. in energia di legame è > 0 per $Z^2 > 17.2A$ (*due frammenti in configurazione più stabile del genitore*)

- Unendo condizioni \Rightarrow in regione tab. dei nuclidi definita da $17.2A \lesssim Z^2 \lesssim 49.4A$, anche se config. sferica del genitore è stabile per piccole perturbazioni, *la fissione in 2 frammenti uguali è energeticamente favorevole*.
- Deformazione sufficiente può dunque portare il nucleo al limite scissione e sua forma è allora compatibile con una configurazione di equilibrio instabile \Rightarrow basta lavoro infinitesimo per spostarlo da lì.

Si consideri grafico energia potenziale dei due frammenti di fissione in funzione della mutua distanza

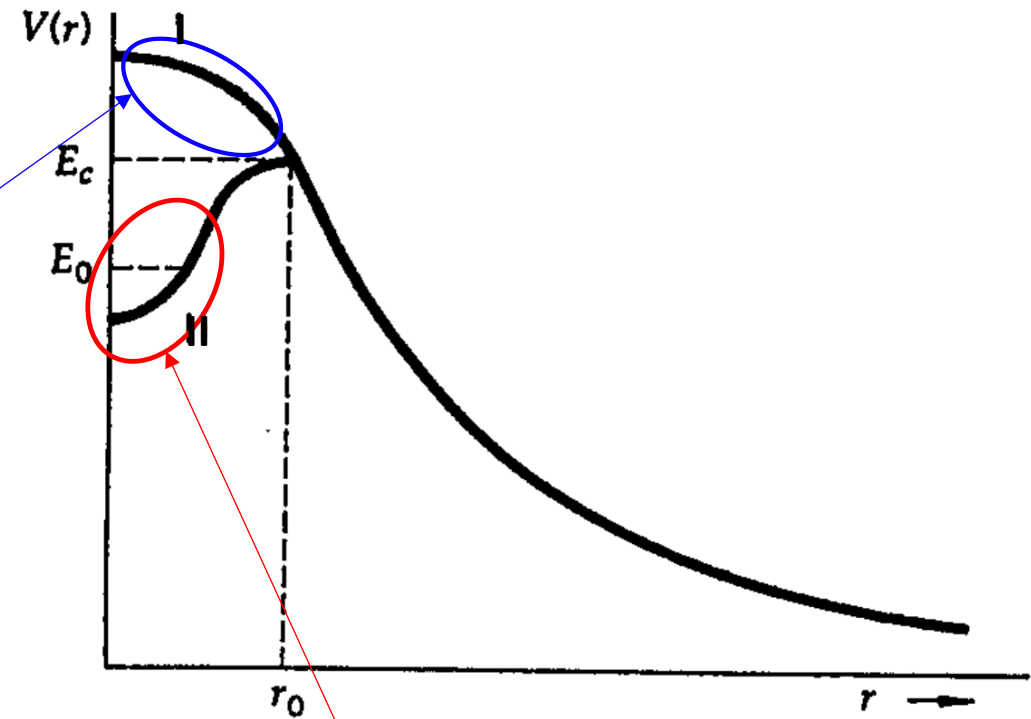
- Per $A \approx 200$ e $Z \approx 92$ si ottengono ≈ 200 MeV per due frammenti di taglia comparabile. Repulsione coul. tra i due cresce al diminuire della mutua distanza
- Pot. coulomb. è max. (≈ 250 MeV) quando i due frammenti si **toccano**, con distanza r_g pari \sim somma rispettivi raggi nucleari
- Se frammenti asimmetrici, en. pot. può essere inferiore.

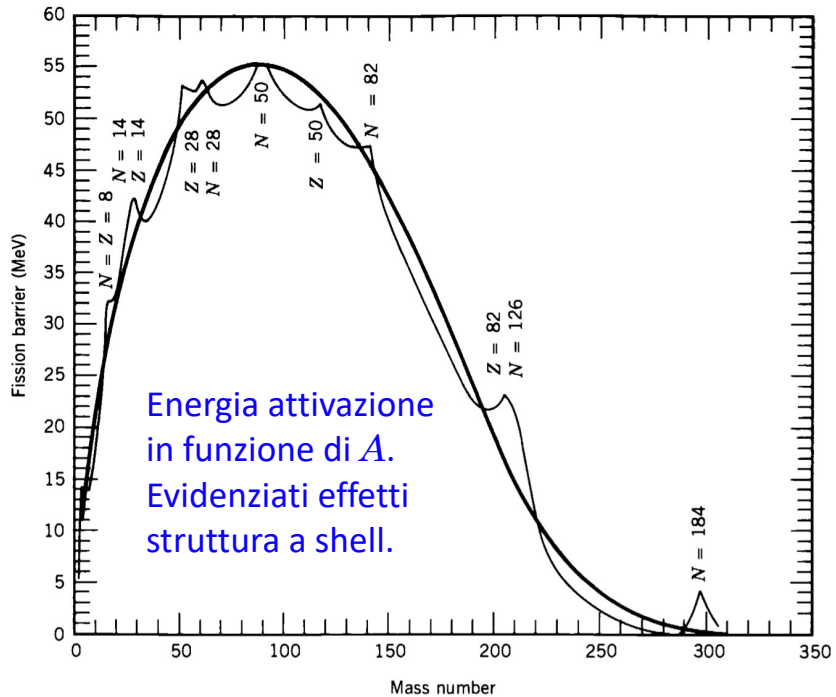
Con $Z^2 > 49A$ forma sferica instabile ed energia decresce quadraticamente con deformazione ϵ , come illustrato nel **ramo-I** nel grafico e nell'espressione per $\Delta B^*(A, Z)$.

In tal caso genitore sferico evolve in due frammenti separati in risposta alla più lieve perturbazione, poiché ciò è energeticamente favorevole per qualunque valore di r .

Si dice che il nucleo *rotola rapidamente dalla collina di potenziale e fissiona spontaneamente*

Per $Z^2 < 49A$, genitore sferico corrisponde a stato legato stabile la cui energia cresce quadraticamente con la deformazione, come nel **ramo-II** del grafico. Il genitore è in questo caso nella buca, a un'energia E_0 $>$ del fondo della buca ma $<$ della barriera coulombiana E_C .



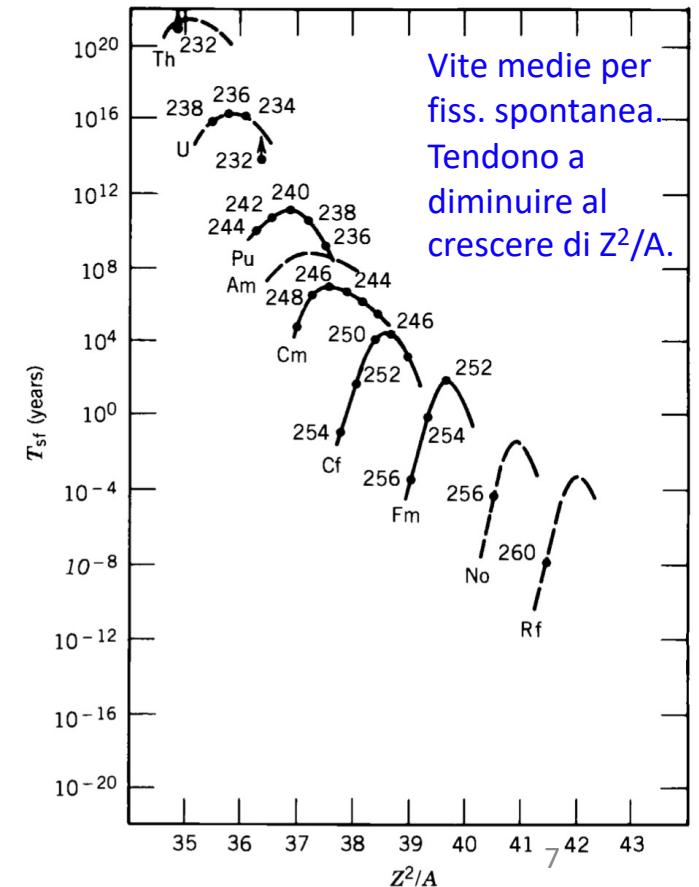


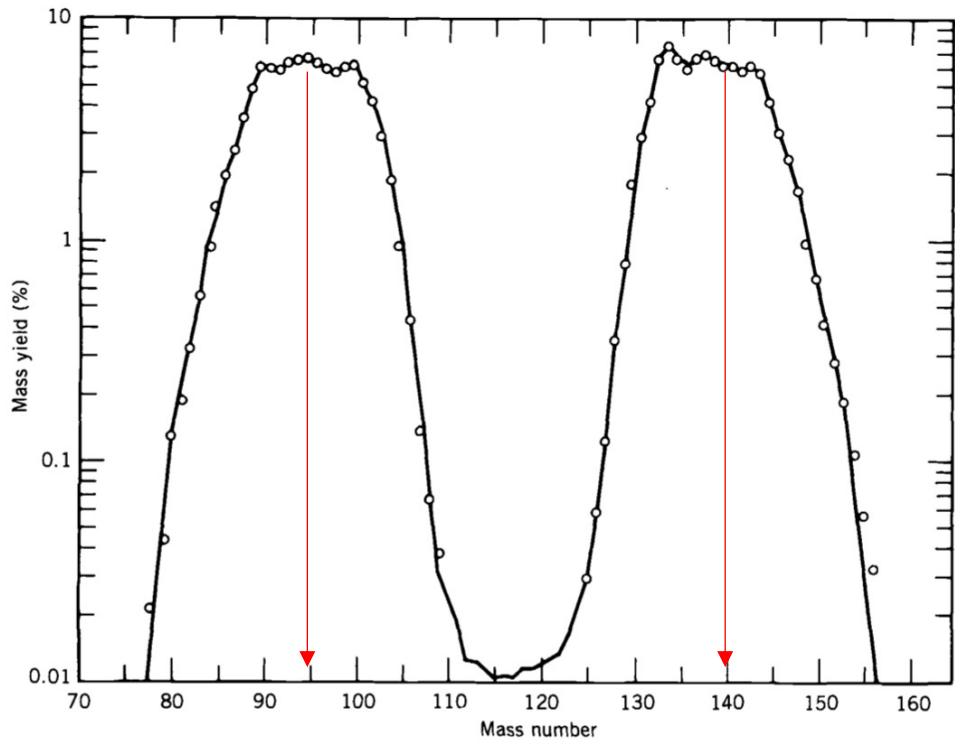
Nucleo può allora fissionare per **effetto tunnel**. Probabilità molto bassa, data notevole massa del frammento e ricordando che **fattore G di Gamow** dipende dalla $\sqrt{\text{della massa}}$.

- **Vita media per fissione via tunnel è molto lunga**. Fissione nel **ramo-I** è invece molto rapida, essendo sempre energeticamente favorevole.

Modello a goccia spiega come **n -termici** inducano fissione in ^{235}U ma servono **n energetici** per fissionare ^{238}U .

- ^{235}U è **pari-dispari**, ^{238}U **pari-pari**: differenza en. legame fra stato fondamentale di ^{235}U e quella dei suoi frammenti è **maggiore** della corrispondente per ^{238}U .
- ^{235}U catturando **n** \rightarrow nuc. composto **pari-pari**, più legato \Rightarrow processo rilascia energia: en. legame dell'ultimo **n** è -6.5 MeV, sufficienti ad attivare fissione.
- En. cinetica **n** incidente è in tal caso **ininfluente**, e processo su ^{235}U può essere innescato anche da **n termici**.
- Cattura di **n** su ^{238}U lo trasforma invece in **pari-dispari**, con en. di legame ultimo **n** di soli -4.8 MeV, $<$ in $|\dots|$ ai 6 MeV richiesti per attivare la fissione.
Per fissionare in questo caso en. cinetica dei $n > 1.2$ MeV





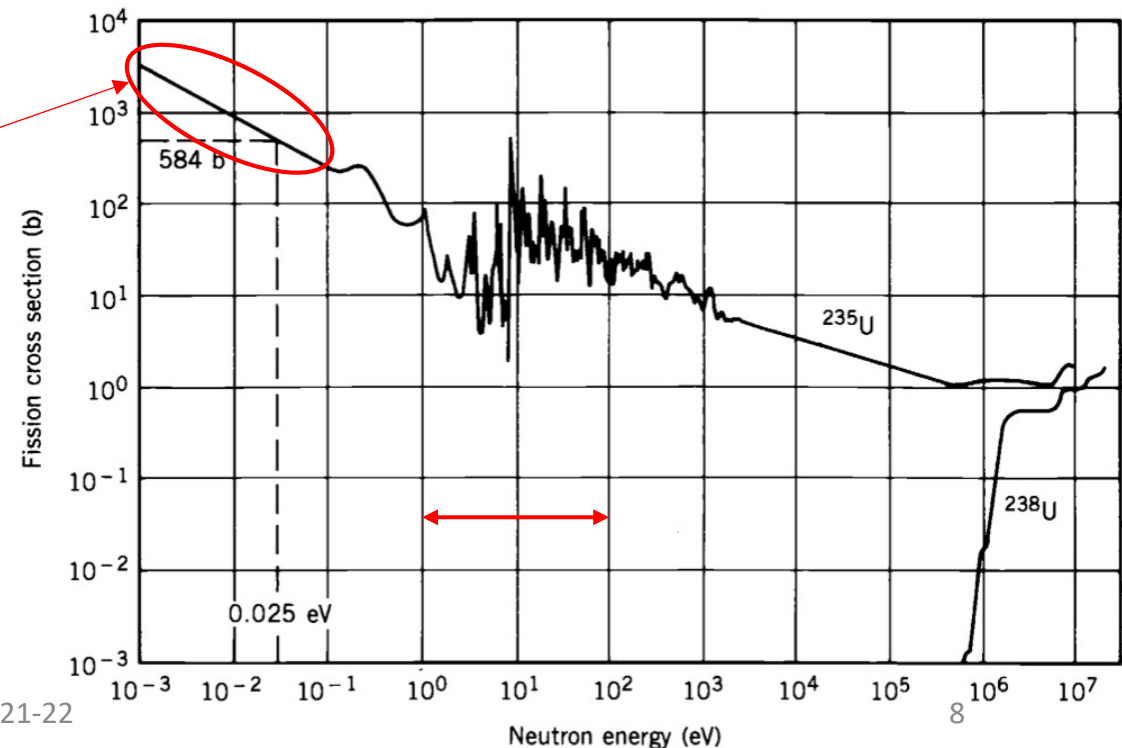
Nell'esempio fissione in due frammenti uguali. In generale frammenti asimmetrici, poiché ciò riduce entità barriera coulomb. Sperimentalmente masse dei frammenti per ^{235}U si raggruppano attorno ad $A \approx 95$ ed $A \approx 140$, **ma non s'è trovata ragione fondam. per questa particolare asimmetria.**

Frammenti sono isotopi pesanti ed eccitati di nuclei più stabili e raggiungono stato fond. con **evaporazione** di n e decadimenti β^- .

Sezioni d'urto di fissione

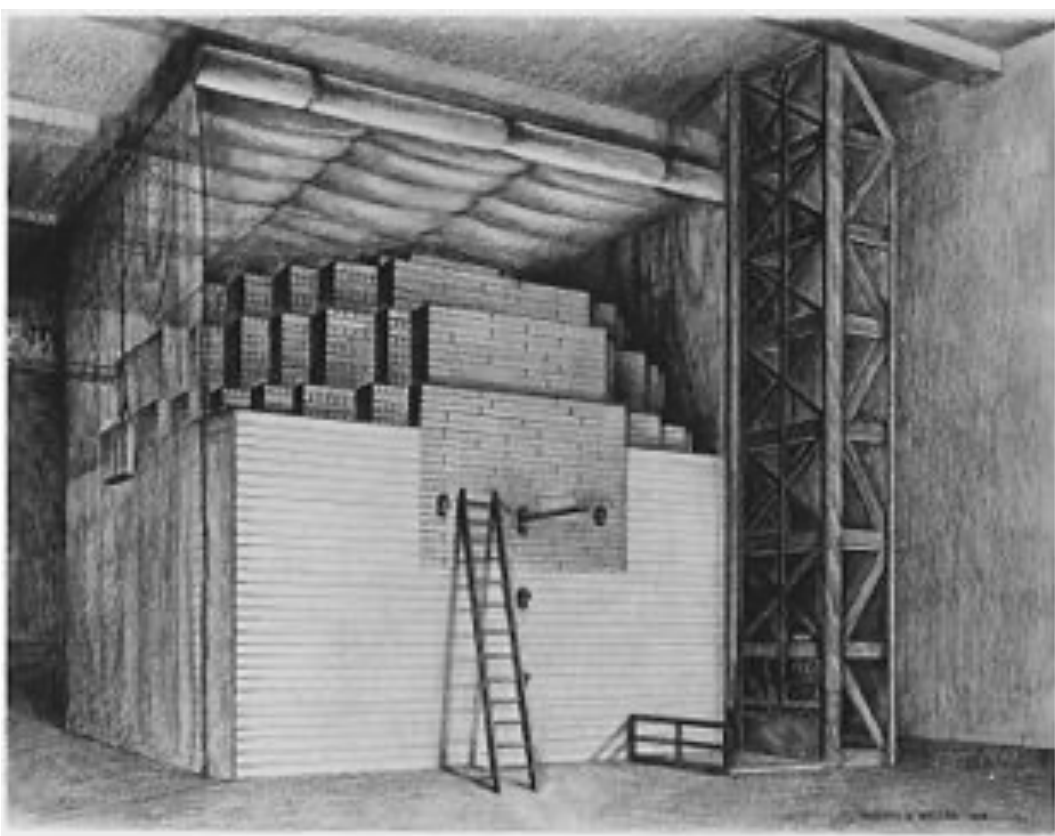
Regione termica mostra tipica dipendenza da $1/v$ per n di bassissima energia e svariate risonanze nell'intervallo $1 \text{ eV} \div 100 \text{ eV}$. Se si utilizzano **n veloci** per indurre fissione su ^{235}U bisogna prima **moderarli** fino a energie termiche.

In ^{238}U la sezione d'urto di fissione è **praticamente nulla** per n sotto il MeV.



Reazione a catena controllata (1)

- Massa ∞ estesa di **uranio naturale** (0.72 % ^{235}U , 99.28 % ^{238}U).
- Singola fissione $\Rightarrow \sim 2.5$ **n** , *ognuno dei quali può stimolare ulteriore fissione*, e così via: **reazione a catena**.
- Ogni fissione libera ~ 200 MeV di energia cinetica dei frammenti e radiazione.
- **Fattore di moltiplicazione** k_{∞} nel mezzo ∞ esteso (trascurando perdite **n** da superficie) dà numero medio di nuovi **n -termici** prodotti da ogni **n -termico**.
- Reazione a catena **non si spegne** se $k_{\infty} \geq 1$. I 2.5 **n** prodotti in media da ogni fissione sono però **n -veloci**, con piccola sezione d'urto di fissione. *Per favorire la reazione a catena bisogna moderarli, fino a velocità termiche* per le quali la sezione d'urto, *in regime $\sim 1/v$* , vale circa 580 b.
- Molti **n** prodotti con fissione possono essere assorbiti o distolti da reazione a catena, dei 2.5 **n** in media prodotti per ogni fissione, può restarne disponibile meno di 1 termico, determinando lo stop della reazione a catena.
- Possibile moderatore è il carbonio (grafite). Moderatore più efficiente è quello con nuclei più leggeri, idrogeno, ma carbonio buona scelta per facilità di disporre, in forma solida e sagomabile, basso costo e per l'alta densità.
- Reticolo di blocchi di uranio alternati a grafite fu primo prototipo realizzato da Fermi a Chicago nel 1942.

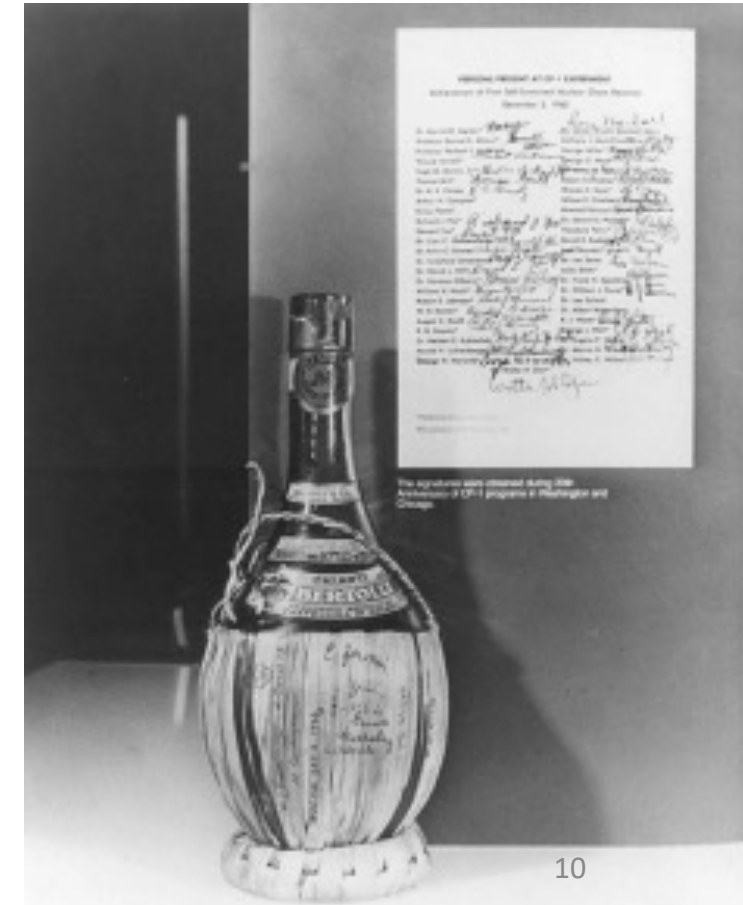


... Il navigatore italiano è sbarcato nel Nuovo Mondo ...

Il 2 dicembre 1942, attorno alle 15.25 si cominciò ad udire il rapido ticchettio prodotto da un contatore Geiger: all'interno del CP-1, acronimo di *Chicago Pile 1*, un reattore nucleare costituito da una pila di uranio e blocchi di grafite aveva iniziato a funzionare in fase critica.

La dimostrazione che era possibile controllare l'energia atomica durò 28 minuti, dopodiché Fermi arrestò il reattore.

Un fisico ungherese naturalizzato statunitense, Eugene Wigner, stappò un fiasco di vino *Chianti* e tutti gli scienziati brindarono in silenzio: Fermi, per immortalare quella l'occasione, chiese a tutti di firmare il fiasco di vino, ancora oggi custodito all'interno dell'*Argonne National Laboratory*



- Con pila di volume finito, se $k = 1$ pila in condizione **critica** ; **sottocritica** se $k < 1$; **supercritica** se $k > 1$.

Condizione di criticità garantisce un rilascio costante d'energia.

- Per calcolare k_{∞} si segue evoluzione d'un insieme di **n-termici** da una generazione all'altra.
 - Si suppongano **N n-termici** in una generazione con ν numero medio di **n-veloci** da ogni fissione, una frazione dei quali assorbiti sia in ^{235}U che in ^{238}U da processi **(n, γ)**.
 - η numero medio di **n** utili a fissione, prodotti da ogni **n-termico**, con $\eta < \nu$. Dette σ_f e σ_a le sez. d'urto di fissione e altri processi d'assorbimento di **n-termici**, allora la probabilità che un **n** dia fissione è

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_f + \sigma_a} \quad \text{da cui} \quad \eta = \nu \frac{\sigma_f}{\sigma_f + \sigma_a}$$

Per ^{235}U $\sigma_f = 584$ b e $\sigma_a = 97$ b $\Rightarrow \eta = 2.08$ **n-veloci** per ogni **n-termico**. Ma ^{238}U non fissionabile da **n-termici** $\Rightarrow \sigma_f = 0$, mentre $\sigma_a = 2.75$ b. Per la **miscela naturale** di ^{235}U e ^{238}U le sezioni d'urto efficaci di fissione e assorbimento sono

$$\sigma_f = \frac{0.72}{100} \sigma_f(235) + \frac{99.28}{100} \sigma_f(238) = 4.20 \text{ barn}$$

$$\sigma_a = \frac{0.72}{100} \sigma_a(235) + \frac{99.28}{100} \sigma_a(238) = 3.43 \text{ barn}$$

da cui $\eta = 1.33$, valore prossimo ad 1; per cui controllando e contenendo le perdite di **n** si ottiene un **reattore critico**.

Arricchire al **3%** di ^{235}U porta a $\eta = 1.84$, permettendo di tollerare perdite di **n**, pur mantenendo condizioni critiche.