

# FISICA NUCLEARE

## Fissione nucleare

- **Reazione a catena controllata (2)**
- **Il reattore nucleare preistorico di Oklo**

## Reazione a catena controllata (1)

- Massa  $\infty$  estesa di **uranio naturale** (0.72 %  $^{235}\text{U}$ , 99.28 %  $^{238}\text{U}$ ).
- Singola fissione  $\Rightarrow \sim 2.5$   **$n$** , **ognuno dei quali può stimolare ulteriore fissione**, e così via: **reazione a catena**.
- Ogni fissione libera  $\sim 200$  MeV di energia cinetica dei frammenti e radiazione.
- **Fattore di moltiplicazione**  $k_{\infty}$  nel mezzo  $\infty$  esteso (trascurando perdite  **$n$**  da superficie) dà numero medio di nuovi  **$n$ -termici** prodotti da ogni  **$n$ -termico**.
- Reazione a catena **non si spegne** se  $k_{\infty} \geq 1$ . I  $2.5$   **$n$**  prodotti in media da ogni fissione sono però  **$n$ -veloci**, con piccola sezione d'urto di fissione. **Per favorire la reazione a catena bisogna moderarli, fino a velocità termiche** per le quali la sezione d'urto, **in regime  $\sim 1/v$** , vale circa 580 b.
- Molti  **$n$**  prodotti con fissione possono essere assorbiti o distolti da reazione a catena, dei  $2.5$   **$n$**  in media prodotti per ogni fissione, può restarne disponibile meno di 1 termico, determinando lo stop della reazione a catena.
- Possibile moderatore è il carbonio (grafite). Moderatore più efficiente è quello con nuclei più leggeri, idrogeno, ma carbonio buona scelta per facilità di disporre, in forma solida e sagomabile, basso costo e per l'alta densità.

- Molti  $n$  da fissione possono essere assorbiti o distolti da reazione a catena, dei 2.5  $n$  in media prodotti per ogni fissione, può restarne disponibile meno di 1 termico, determinando lo stop della reazione a catena.
- Possibile moderatore è il carbonio (grafite). Moderatore più efficiente è quello con nuclei più leggeri, idrogeno, ma carbonio buona scelta per facilità di disporre, in forma solida e sagomabile, basso costo e per l'alta densità.
- Pila di volume finito:  $k = 1$  pila in condizione **critica**; **sottocritica** se  $k < 1$ ; **supercritica** se  $k > 1$ .  
**Condizione di criticità garantisce un rilascio costante d'energia.**
- Per calcolare  $k_{\infty}$  si segue evoluzione d'un insieme di  $n$ -termici da una generazione all'altra.
  - Si suppongano  $N$   $n$ -termici in una generazione con  $\nu$   $n$ -veloci in media da ogni fissione, una frazione dei quali assorbiti sia in  $^{235}\text{U}$  che in  $^{238}\text{U}$  da processi  $(n, \gamma)$ .
  - $\eta$   $n$  utili a fissione da ogni  $n$ -termico, con  $\eta < \nu$ . Se  $\sigma_f$  e  $\sigma_a$  sono sez. d'urto di fissione e di altri processi d'assorbimento di  $n$ -termici, allora la probabilità che un  $n$  dia fissione è

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_f + \sigma_a} \Rightarrow \eta = \nu \frac{\sigma_f}{\sigma_f + \sigma_a}$$

## Reazione a catena controllata (2)

- ... parte degli  $N$   $n$ -termici assorbiti hanno prodotto fissione, generando  $\eta N$   $n$ -veloci che contribuiscono a mantenere criticità **se termalizzati**. Questi  $n$ -veloci possono incontrare un nucleo di  $^{238}\text{U}$  con piccola sez. d'urto di fissione da  $n$ -veloci,  $\sim 1$  barn. Ne deriva piccolo incremento  $\epsilon$  di  $n$ -veloci che diventano  $\eta\epsilon N$ . Per uranio naturale  $\epsilon \simeq 1.03$ .

Si modera mescolando materiale leggero (grafite) con combustibile del reattore.

- Da tabella, per termalizzare  $n$  di 1 MeV servono  $\sim 100$  collisioni con nuclei di carbonio.

Nucleo	$\xi$	$n$
$^1\text{H}$	1.00	18
$^2\text{H}$	0.725	25
$^4\text{He}$	0.425	43
$^{12}\text{C}$	0.158	110
$^{238}\text{U}$	0.0084	2200

Durante processo essi passano regione  $10 \div 100$  eV, dove  $^{238}\text{U}$  ha molte risonanze di cattura  $n$ , con valori  $\sim 10^3$  b,  $>$  di quello di fissione per  $^{235}\text{U}$ .

- Per garantire adeguato numero di  $n$ -termici bisogna impedire cattura risonante su  $^{238}\text{U}$ . Se uranio e grafite intimamente mescolati, come due polveri, non è possibile evitare cattura risonante, poiché numero di urti moderatori sul carbonio è piccolo, prima che  $n$  possa incontrare un nucleo di  $^{238}\text{U}$ .

Basta interporre blocchi carbonio di dimensioni utili a garantire che in essi, un  $n$ -veloce termalizzi a energie inferiori rispetto a quelle di cattura risonante in  $^{238}\text{U}$ .

Un  $n$  da fissione termalizza in  $\sim 19$  cm di grafite  $\Rightarrow$  pila minimizza perdita  $n$  per cattura risonante su  $^{238}\text{U}$  con matrice di combustibile alternato a mattoncini grafite di  $\simeq 19$  cm di lato.

- Alcuni  $n$  subiscono comunque cattura risonante su  $^{238}\text{U}$  e se ne tiene conto col fattore  $p$ . Dopo termalizzazione  $\Rightarrow \eta \epsilon p N$   $n$  residui. Tipicamente  $p \simeq 0.9$ .
- $n$  termalizzato dovrebbe poter subito rientrare a contatto con l'uranio combustibile, ma alcuni vengono catturati dai blocchi di grafite. Contribuiscono a cattura anche materiali strutturali della pila.

Carbonio è buon moderatore anche per la bassissima sez. d'urto di cattura termica ( $\sim 0.0034$  b)

- Si tien conto di cattura residua col *fattore di utilizzazione termica*  $f$  che vale  $\simeq 0.9$
- $n$  che sopravvivono a cattura in *moderatore e altri materiali non fissili*:  $\eta \epsilon p f N$

Criticità reattore dipende da confronto fra  $\eta \epsilon p f N$  ed  $N$

- Fattore moltiplicazione  $k_{\infty}$  è quindi:  $k_{\infty} = \eta \epsilon p f$  detta *formula dei quattro fattori*.
- Si progetta un reattore cercando compromesso per ottimizzare i tre fattori geometrici,  $\epsilon$ ,  $p$  ed  $f$ .

Blocchi combustibile grandi ridurrebbero  $p$ , poichè assorbimento risonante è prevalente sulla loro superficie. Interno elemento combustibile non vede quindi praticamente  $n$  catturabili in forma risonante. Maggiori sono dimensioni elem. combustibile, più efficace è superficie nello schermare uranio interno da assorbimento  $n$ .

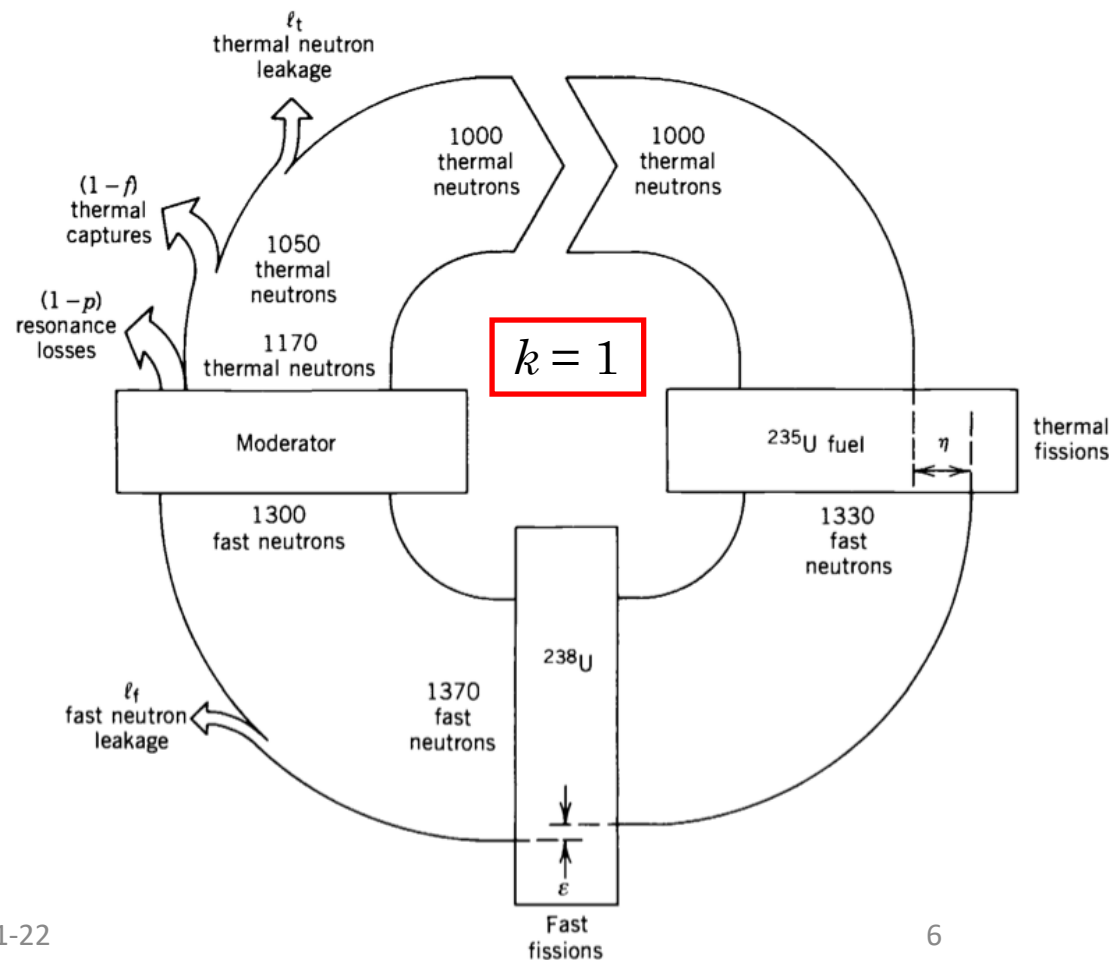
- Se però elem. combustibile troppo grande, effetto anche per  $n$ -termici utili a fissione, che produrrebbero fissione prevalentemente sulla superficie, interessando meno parte più interna.

In una pila reale, **di dimensioni finite**, bisogna considerare la perdita di  $n$ , veloci e termici, dalla superficie esterna.

- Si introducono due fattori,  $l_f$  e  $l_t$  per tenerne conto e li si ingloba nella formula del fattore di moltiplicazione

$$k = \eta \epsilon p f (1 - l_f) (1 - l_t)$$

- Al crescere dimensioni reattore diminuisce il rapporto fra sua area esterna e suo volume, quindi il numero di  $n$  che sfuggono.
- Se  $l_f$  ed  $l_t$  sono piccoli allora  $k_\infty - k \approx k (l_f - l_t)$ . Perdita totale  $(l_f - l_t)$  decresce al crescere dell'area esterna.



- Perdita  $n$  cresce con distanza che possono coprire prima di essere assorbiti ( **lunghezza di migrazione  $M$**  ), che dipende da due contributi: **lunghezza di diffusione  $L_d$**  per  $n$ -termici, e **lunghezza di rallentamento  $L_s$** , necessaria a termalizzare un  $n$ -veloce

$$M = \left( L_d^2 + L_s^2 \right)^{1/2}$$

Per grafite  $L_s = 18.7 \text{ cm}$  e  $L_d = 50.8 \text{ cm}$ .

Supponendo reattore **sferico** di raggio  $R$ , ragionevole porre  $(k_\infty - k) \propto R^{-2}$  con  $(k_\infty - k)$  dipendente da  $M$ .

Se questi sono i soli parametri coinvolti, ragionamento dimensionale  $\Rightarrow$

$$k_\infty - k \propto \frac{M^2}{R^2}$$

da cui valore critico  $R_c$  per il raggio (criticità  $\Rightarrow k = 1$ ):

$$R_c = \frac{\pi M}{\sqrt{k_\infty - 1}}$$

Per reattore a uranio naturale moderato a grafite:  $R_c = 5 \text{ m}$ . Dimensione può essere ridotta, mantenendo la criticità, se si circonda la pila con materiale che **rifletta** all'interno della pila i neutroni che vogliono uscirne.

## Tempi caratteristici coinvolti nel processo di moltiplicazione neutronica.

- Costante tempo  $\tau$  che caratterizza  $n$  in un reattore comprende tempo necessario a moderarli  $\approx 10^{-6}$  s, e tempo associato alla diffusione ad energie termiche prima dell'assorbimento  $\approx 10^{-3}$  s.
- Supponendo d'avere  $N$   $n$  al tempo  $t$ , ce ne saranno mediamente  $kN$  al tempo  $(t + \tau)$ ,  $k^2N$  al tempo  $(t + 2\tau)$ , e così via. L'accrescimento  $dN$  in un intervallo di tempo  $dt$  è

$$dN = (kN - N) \frac{dt}{\tau}$$

da cui

$$N(t) = N_0 e^{(k-1)t/\tau}$$

- Se  $k = 1 \Rightarrow N = \text{cost.}$ , ovvero il *modo desiderato di operatività d'un reattore*. Se  $k < 1$  numero  $n$  decade esp. col tempo. Se invece  $k > 1$  esso cresce esp. col tempo, con costante caratteristica  $\tau/(k - 1)$ .
- Un reattore *supercritico* dell'1% ( $k = 1.01$ ) ha una costante temporale dell'ordine di 0.1 s, da cui la *necessità* di poter governare *celermente* il controllo dei parametri che determinano il valore di  $k$ .
- Il controllo viene praticamente attuato mediante inserzione o estrazione di barre di cadmio (più pratico di altri materiali (B)), nel volume attivo della pila, dato che il cadmio ha un altissimo potere d'assorbimento di neutroni termici.



## Il reattore nucleare preistorico di Oklo

- Abbondanza relativa di  $^{235}\text{U}$  nei giacimenti terrestri di uranio, ~ 2 miliardi di anni fa, era ~ 3.813%, abbastanza > di quella attuale, 0.7202%.

Ciò fa supporre si potessero avere condizioni di criticità senza dover arricchire in  $^{235}\text{U}$ .

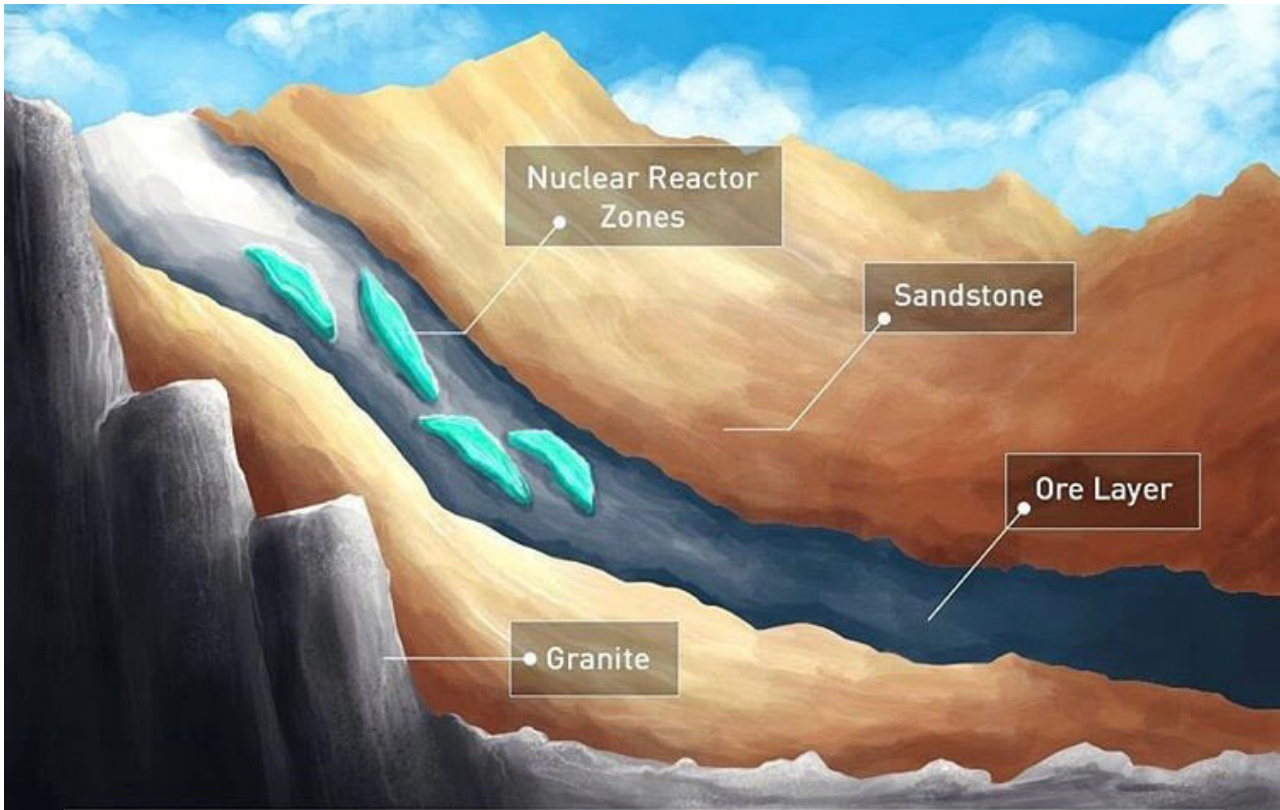
**Spontaneamente in almeno una occasione !**

- Condizioni hanno comportato concentrazione di uranio sufficientemente alta (> 10% della massa totale) assieme a ridotta concentrazione di materiali con alta sez. d'urto d'assorbimento per  $n$ , e contemporanea presenza di sufficiente acqua quale moderatore, > 50% della massa totale.

Sono le Condizioni della zona di depositi di minerali uraniferi di **Oklo**, nel Gabon.

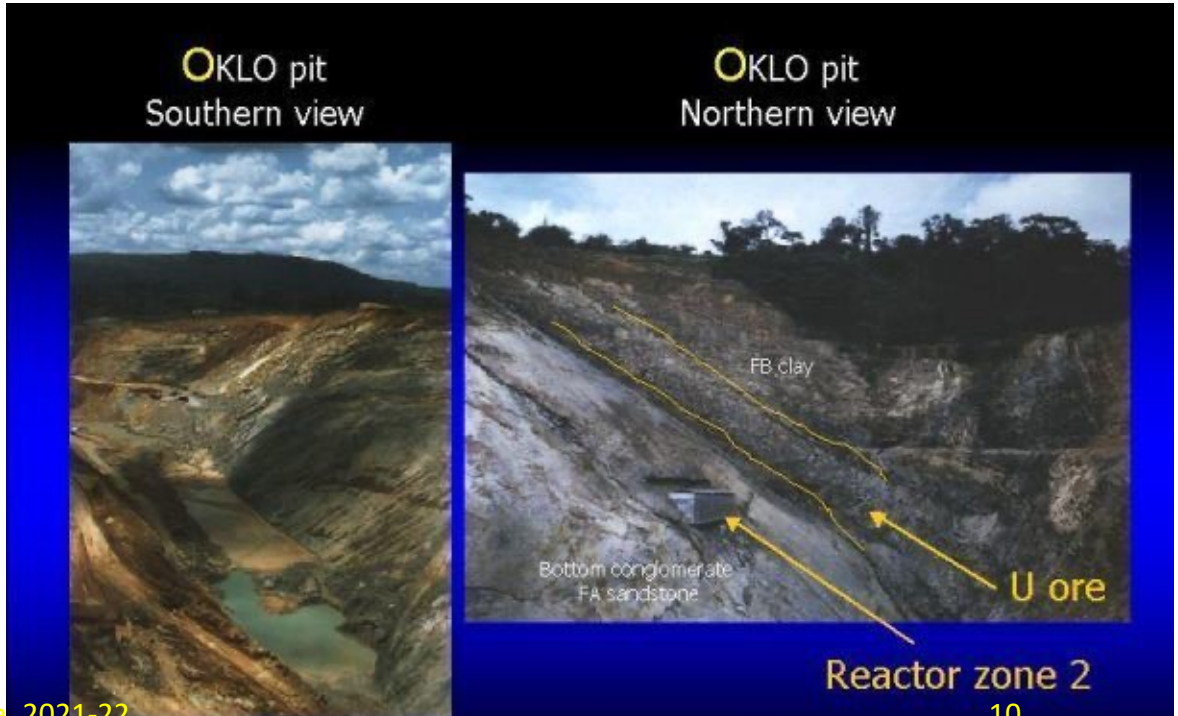
- Circa 2 miliardi di anni fa si svilupparono sulla Terra alghe verdi-azzurre, micro-organismi efficaci nella fotosintesi clorofilliana. Loro diffusione determinò sviluppo dell'atmosfera ricca di ossigeno che caratterizza ancora oggi la Terra.

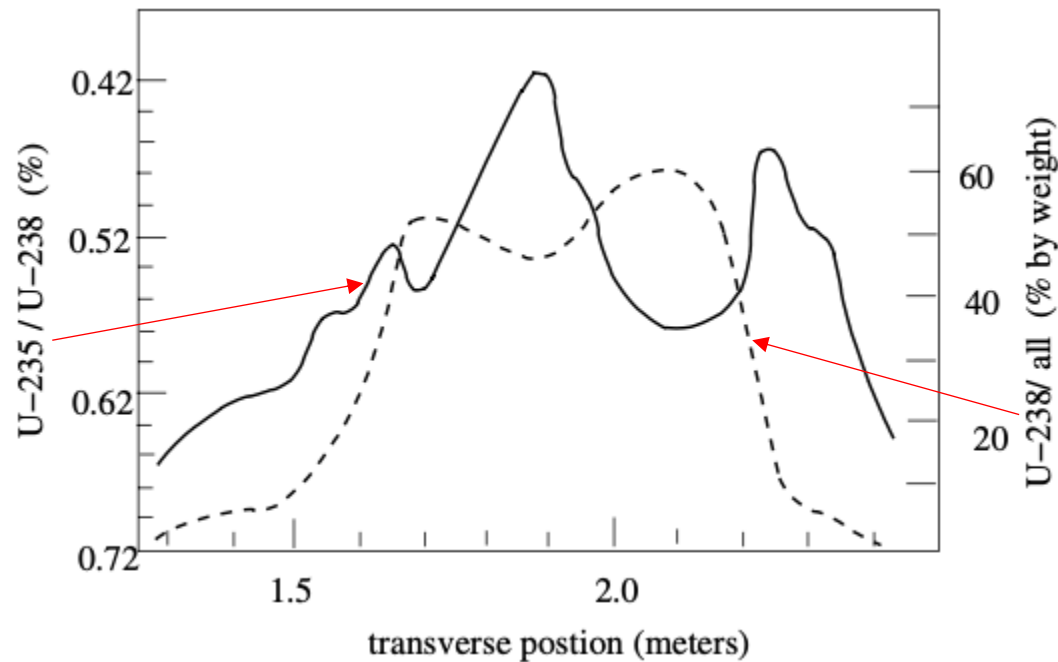




Oklo reactor in Gabon is the only known natural nuclear fission reactor on Earth. It is a uranium deposit where self-sustaining nuclear chain reactions began occurring about 1.7 billion years ago.

- Uranio solubile in acqua solo in presenza di ossigeno  
 ⇒ aumento ossigeno ha permesso soluzione di uranio in acqua e suo conseguente trasporto in luoghi in cui poteva depositarsi in concentrazioni crescenti.
- Importante anche particolare conformazione del terreno, con inclinazione di circa 45° che permise accumulo di acqua in un serbatoio naturale dove l'ossido di uranio si poteva concentrare.



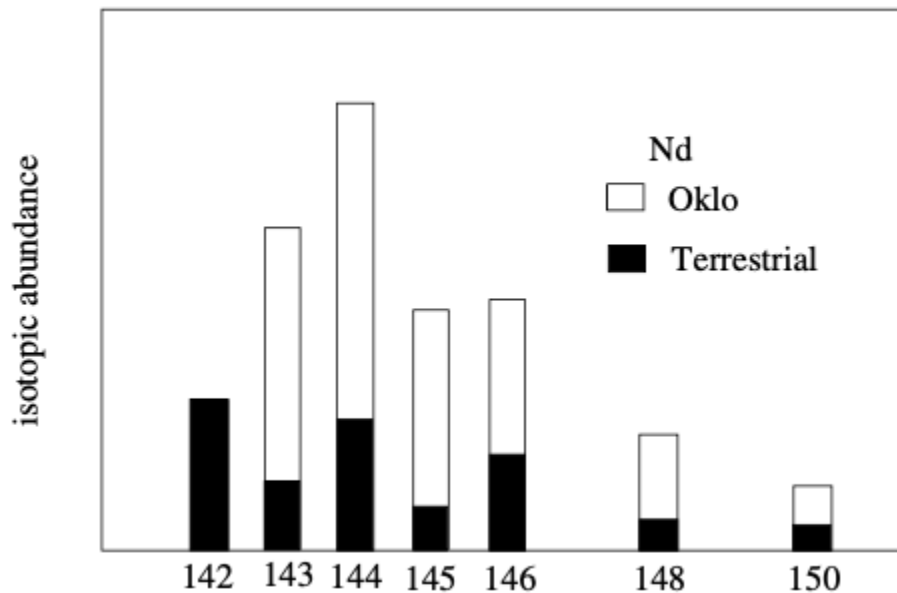


Dal grafico il rapporto  $^{235}\text{U} / ^{238}\text{U}$  nel minerale del deposito scende a  $\sim 0.42\%$ , rispetto allo  $0.72\%$  medio terrestre odierno.

Oltretutto vi è presenza di prodotti di fissione (Nd).

**Quindi una parte di  $^{235}\text{U}$  è stata utilizzata prima dell'estrazione del minerale dalla miniera!**

Si suppone che la struttura naturale abbia costituito una sorta di reattore che ha funzionato in condizione  $\sim$  **critica** per  $\sim 10^6$  anni in un periodo situato grosso modo  $1.8 \times 10^9$  anni fa.



## Interessante limite per la dipendenza dal tempo del valore di costanti fondamentali

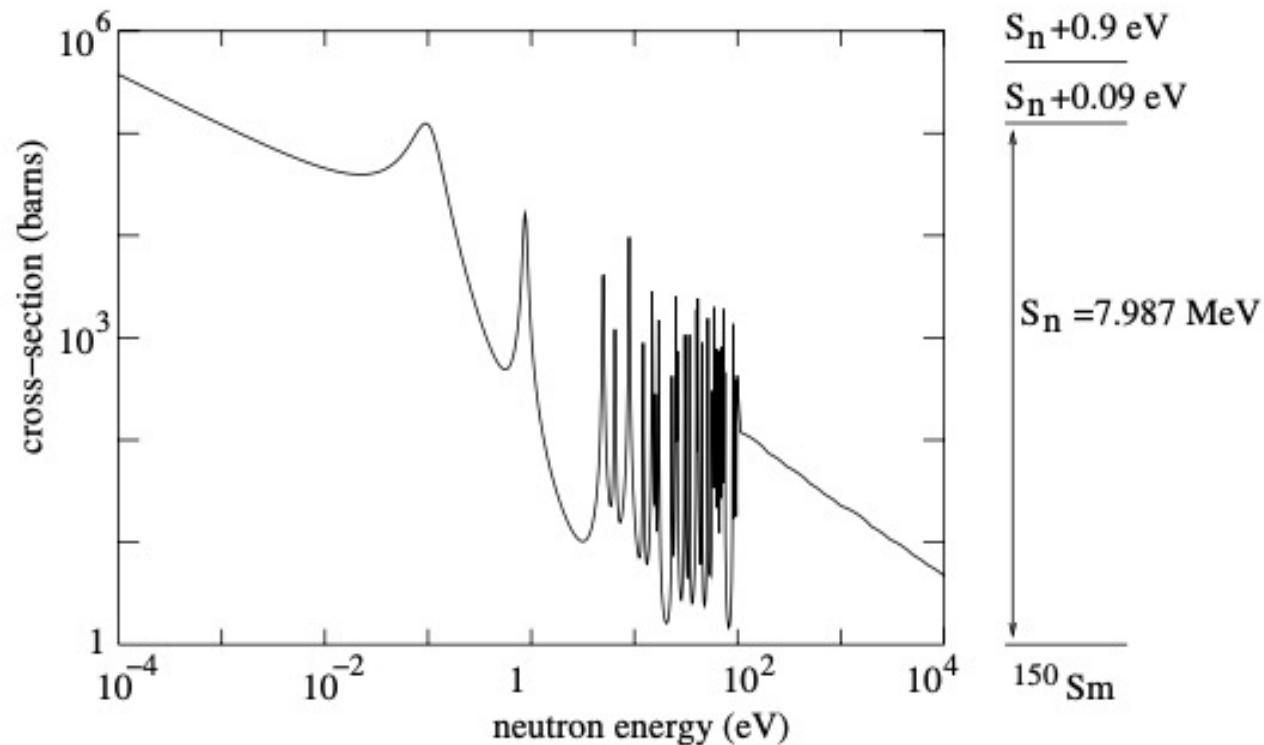
- In **Oklo** abbondanza di  $^{149}\text{Sm}$  è tipica degli scarti d'un reattore,  $\sim 40$  volte  $<$  valore dell'abbondanza naturale dell'isotopo, pari al 13.8%.

Abbondanza così bassa dovuta a **cattura risonante** di  **$n$ -termici** che trasformano  $^{149}\text{Sm}$  in  $^{150}\text{Sm}$ .

- Cattura di  **$n$ -termici** sul nuclide  $(A, Z)$  dipende dalla presenza di stati altamente eccitati del nuclide  $(A+1, Z)$  che possono decadere emettendo  $\gamma$  o un  **$n$**  di energia  $E_n \sim kT \sim 0.2$  eV.

Stato eccitato del nuclide  $(A+1, Z)$  ha quindi, rispetto al suo stato fondamentale, energia  $E \sim S_n + 0.02$  eV, con  $S_n \simeq 8$  MeV l'**energia di estrazione** del  **$n$** .

- Se questa cattura risonante di  **$n$ -termici** su  $^{149}\text{Sm}$  era attiva anche  $1.8 \times 10^9$  anni fa, allora energia del livello è cambiata meno di 0.02 eV nello stesso periodo, ovvero un limite al cambiamento  $< 10^{-8}$ .



- Ma posizione livelli dipende dal valore di costanti fondamentali, quindi il limite ottenuto si riflette sul limite all'eventuale cambiamento del valore delle costanti nello stesso arco di tempo.
- 1% circa dell'entità energetica dei livelli è di origine elettrostatica  $\Rightarrow$ 
  - limite  $10^{-8}$  sul cambiamento del valore dei livelli può considerarsi conservativamente come limite di  $10^{-6}$  sul cambiamento del valore della **costante di struttura fine** nell'arco di 2 miliardi di anni.