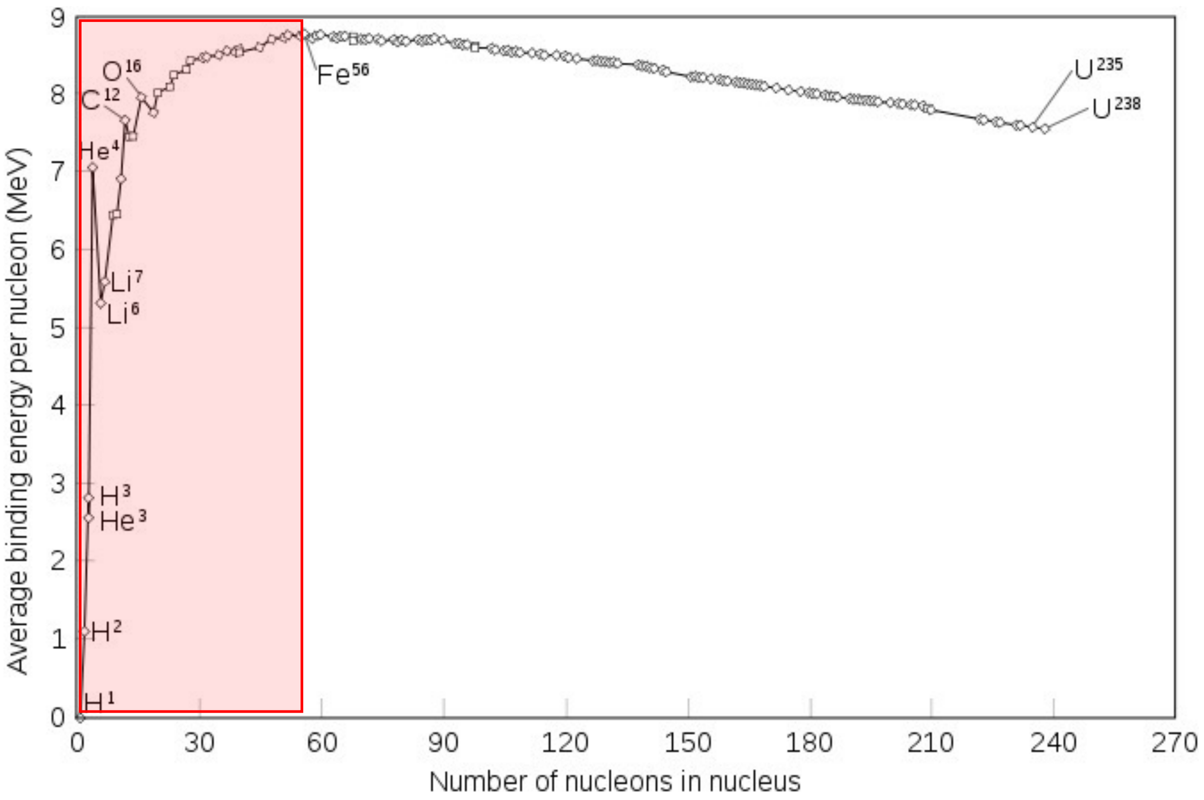
FISICA NUCLEARE

Fusione nucleare

- Caratteristiche della fusione
  - Rilascio energetico
  - Rateo di fusione

Fusione nucleare



Alternativa a fissione per estrarre energia dai nuclei: parte dai nuclei più leggeri e risale verso nuclei più pesanti e stabili.

Fondendo due nuclei in uno con $A < 56$ si ha rilascio d'energia.

Vantaggi rispetto fissione: nuclei leggeri abbondanti e facili da reperire; prodotti di fusione anch'essi leggeri e non radioattivi.

Svantaggio rispetto fissione: bisogna vincere mutua repulsione coulombiana.

Fissione indotta da n non richiede superamento di alcuna barriera e bastano n di basse energie, per i quali oltretutto sezione d'urto con ^{235}U cresce al calare della loro energia cinetica.

Superata barriera coulombiana, fusione diventa molto probabile: i due nuclei si sovrappongono evolvendo verso stato di minima energia. Processo base fusione è quindi più semplice rispetto alla fissione.

- Più elementare fusione concepibile, $p+p \to {}^2\text{He}$, non ha luogo per instabilità di ${}^2\text{He}$.
- Invece avviene ${}^2\text{H}+{}^2\text{H} \to {}^4\text{He}+\gamma$, dove $\boldsymbol{\gamma}$ bilancia l'energia, non avendo ${}^4\text{He}$ stati eccitati

Energia rilasciata $Q = 23.8$ MeV **>** energie separazione di p e n da $^4\mathrm{He}$.

Sono però più probabili

$$\boxed{\begin{array}{lll} ^2\mathrm{H} + ^2\mathrm{H} \to & ^3\mathrm{He} + n & (Q = 3.3 \text{ Mev}) \\ ^2\mathrm{H} + ^2\mathrm{H} \to & ^3\mathrm{He} + p & (Q = 4.0 \text{ Mev}) \\ ^2\mathrm{H} + ^3\mathrm{H} \to & ^4\mathrm{He} + n & (Q = 17.6 \text{ Mev}) \end{array}}$$

- Più è stabile il prodotto finale, maggiore è l'energia rilasciata.
- Fusione in step successivi di 4 p a formare $^4\mathrm{He}$ ⇒ energia termonucleare rilasciata in stelle di tipo solare.

➤ Passo successivo in una stella: quando tutto idrogeno è ormai fuso in elio, allora fonde l'elio

- La reazione più semplice da immaginare, $^4\mathrm{He} + ^4\mathrm{He} \to ^8\mathrm{Be}$ ***non è osservata*** dato che $^8\mathrm{Be}$ si disgrega in due $^4\mathrm{He}$ in tempo ∝ a quello di formazione $(\sim 10^{-16})$ s

Ha invece luogo processo: $3 \times ^4\mathrm{He} \to ^{12}\mathrm{C}$

➤ Probabilità $\mathbf{3}$ particelle interagiscano contemporaneamente nello stesso punto è però trascurabile

- Nelle stelle processo avviene ***in due step***: prima piccola concentrazione in equilibrio di $^8\mathrm{Be}$, quindi cattura di una α su $^8\mathrm{Be}$. ***Processo è risonante*** nella produzione di $^{12}\mathrm{C}$ e sez. d'urto è abbastanza grande da favorire cattura della α prima che $^8\mathrm{Be}$ si disgreghi.

- Barriera coulombiana nell'elio è alta ⇒ esso *brucia* solo nelle stelle più calde e vecchie
  A temperature maggiori si hanno altre reazioni di fusione, che procedono sino al $^{56}\mathrm{Fe}$.

Caratteristiche della fusione: rilascio energetico

Q-valore della reazione appropriata. In gran parte dei casi particelle interagenti hanno energie ∈ (1 ÷ 10) keV, piccole rispetto Q-valori coinvolti (alcuni MeV). Energia finale totale dei prodotti coincide sostanzialmente col Q-valore

$$\boxed{\frac{1}{2}m_b v_b^2 + \frac{1}{2}m_Y v_Y^2 \simeq Q}$$

Trascurando impulsi iniziali, quelli nel canale d'uscita sono di ugual modulo e versi opposti: $\boxed{m_b v_b \simeq m_Y v_Y}$

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{1}{2}m_b v_b^2 &\simeq \frac{Q}{1 + m_b/m_Y} \\ \frac{1}{2}m_Y v_Y^2 &\simeq \frac{Q}{1 + m_Y/m_b} \end{aligned}}$$

da cui le distribuzioni in energia per le reazioni di fusione elementari. Particella più leggera prende la parte maggiore dell'energia disponibile

$$\boxed{\frac{m_b v_b^2/2}{m_Y v_Y^2/2} = \frac{m_Y}{m_b}}$$

In reazione d-t 80% dell'energia disponibile va al n ; nella reazione d-d , al n o p emessi va 75% dell'energia disponibile.

Rateo di fusione

- **Due nuclei fondono se si vince la mutua repulsione coulombiana**

$$\boxed{U_C = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 (R_1 + R_2)}}$$

$(R_1 + R_2)$ distanza classica massimo avvicinamento fra i due nuclei. Ricordando che $R = R_0 A^{1/3}$ si ha

$$\boxed{U_C = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 R_0 \left(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}\right)}}$$

Se $A_1 \approx A_2 \approx 2Z_1 \approx 2Z_2 = 8$, si ha $U_C \approx 4.8\ \mathrm{MeV}$, per l'energia da fornire ai due nuclei per far loro di superare la barriera coulombiana. Energia relativamente ridotta facilmente ottenibile con acc. Crockroft-Walton o Van de Graaf.

➤ Così però al momento dell'urto quasi tutti i nuclei interagiscono elasticamente!

Per la fusione è infatti anche necessario che i due nuclei rimangano vicini per un tempo che può eccedere quello dell'urto indotto da fasci accelerati, tranne nei rari casi in cui l'urto è centrale, con parametro d'urto $b \simeq 0$.

Si favorisce fusione scaldando una miscela "*confinata*" di nuclei per dare loro abbastanza energia termica da permettergli di superare la barriera coulombiana. ***Natura lo fa nella formazione di una stella***, dove la forza gravitazionale "***confina***" e favorisce il "***riscaldamento***".

- Da cost. ***Boltzmann*** si stima temperatura da raggiungere affinché la fusione possa innescarsi in una stella,

(k_B = 8.61673324 × 10^{-11} MeV K^{-1})

$$\boxed{T \simeq \frac{4.8}{k_B} \simeq 5.6 \times 10^{10}\ \mathrm{K}}$$

che è però un valore **>>** di quello tipico interno nella gran parte delle stelle, che è $\sim 10^7 \div 10^8\,\mathrm{K}$.

$\Longrightarrow$ molti rifiutarono inizialmente idea di $Eddington$ che l'energia delle stelle provenisse da reazioni di fusione al loro interno.

- Questo fatto è oltretutto uno degli ostacoli maggiori da superare per riuscire ad ottenere la fusione controllata in un reattore.

Le reazioni di fusione hanno in realtà luogo a temperature inferiori, grazie alla combinazione di due fatti.

- L'***effetto tunnel***, grazie al quale la fusione non richiede necessariamente un'energia superiore a quella della barriera coulombiana. Nel decadimento ***α***, la penetrazione della barriera dipende da alcuni fattori, il più importante dei quali è il fattore G di Gamow che dipende dalle velocità relative

Per due nuclei interagenti con num. atomici Z_1 e Z_2 e masse m_1 ed m_2, si ha

$$\boxed{G(E) = \sqrt{\frac{E_G}{E}} \qquad \text{con} \qquad E_G = 2m_r c^2 \left(\pi \alpha Z_1 Z_2\right)^2}$$

dove α è la costante di struttura fine ed $m_r = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$.

- Prob. attraversamento barriera, e quindi di fusione, è $\propto e^{-G(E)}$, aumentando con E.
  Per la fusione di due p in una stella tipica alla temperatura $10^7\,\mathrm{K}$, si ha $E_G \simeq 490$ keV ed $E \simeq 1$ keV, da cui una ***probabilità di fusione molto bassa***, $\propto e^{-22} \simeq 10^{-9.55}$

- Il secondo fatto che dà ragione dei ratei dei processi di fusione nelle stelle, dipende dalla forma ***maxwelliana*** delle distribuzioni di energia al loro interno $\Rightarrow$ anche a temperature di $10^7 \div 10^8\,\mathrm{K}$, ci sono comunque nuclei con energie cinetiche superiori a quella media della distribuzione, sulla coda alta delle stesse e con valori più adatti a favorire la fusione.

È dalla cooperazione tra questi due effetti che dipende la fusione nucleare in una stella.

➤ Si supponga fusione fra due nuclei $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$, in equilibrio termico a temp. T, con densità $\boldsymbol{n_a}$ e $\boldsymbol{n_b}$

- Si suppone T suff. alta da rendere i nuclei $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ un ***plasma*** completamente ionizzato.
- Si assuma che le velocità dei due tipi di nuclei siano distribuite secondo ***Maxwell- Boltzmann***.

Probabilità di avere due nuclei con velocità relativa v nell'intervallo $(v + \mathrm{d}v)$

$$\boxed{P(v)\,\mathrm{d}v = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\left(\frac{m_r}{kT}\right)^{3/2} e^{\left(-mv^2/2kT\right)} v^2 \mathrm{d}v}$$

con m_r la massa ridotta.

Detta σ_{ab} la sez. d'urto di fusione si ha, per il rateo R_{ab} delle reazioni di fusione per unità di volume

$$\boxed{R_{ab} = n_a n_b \langle \sigma_{ab} v \rangle}$$

con

$$\boxed{\langle \sigma_{ab} v \rangle \equiv \int_0^\infty \sigma_{ab} v P(v)\,\mathrm{d}v}$$

tenendo conto che molte sezioni d'urto a bassa energia hanno andamento $\propto$ all'inverso dell'energia cinetica E del proiettile, e ricordando il ruolo dell'effetto tunnel, si può scrivere la sezione d'urto di fusione come

$$\boxed{\sigma_{ab}(E) = S(E)\,\frac{1}{E}\,e^{-\left(\frac{E_G}{E}\right)^{1/2}}}$$

dove $S(E)$ è funzione lentamente variabile (***no risonanze***) di E ed esprime i dettagli dei meccanismi nucleari dell'interazione. Sostituendo si ha il rateo delle reazioni di fusione per unità di volume

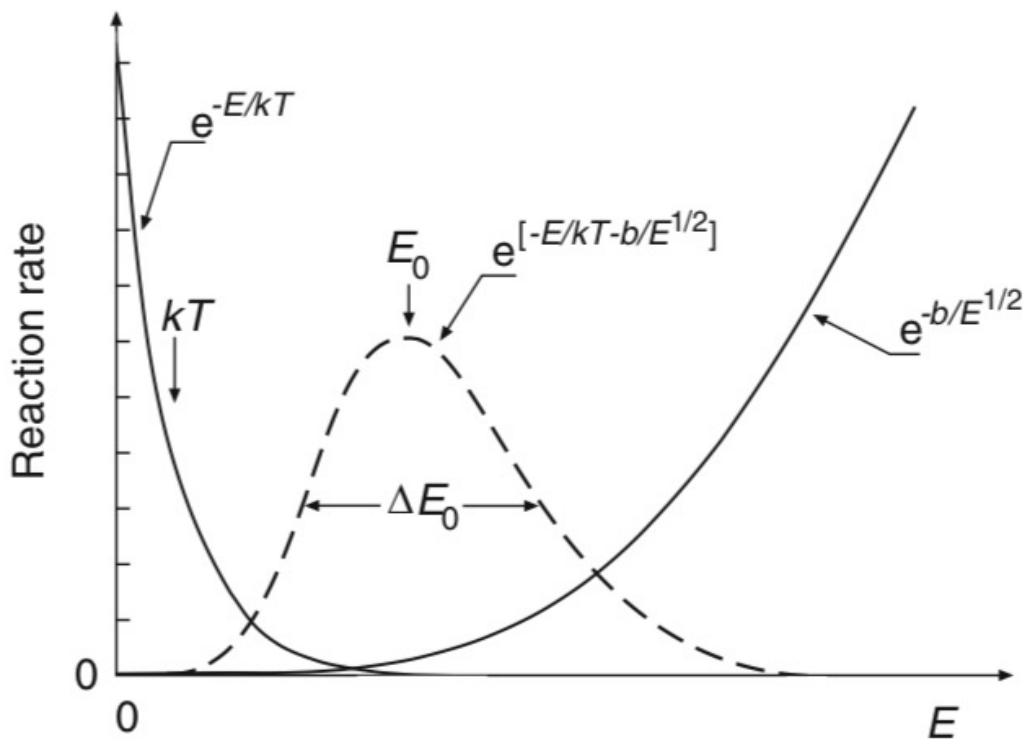
$$\boxed{R_{ab} = n_a n_b \sqrt{\frac{8}{\pi m_r}} \left(\frac{1}{kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty S(E)\, e^{\left[-\frac{E}{kT} - \sqrt{\frac{E_G}{E}}\right]} \mathrm{d}E}$$

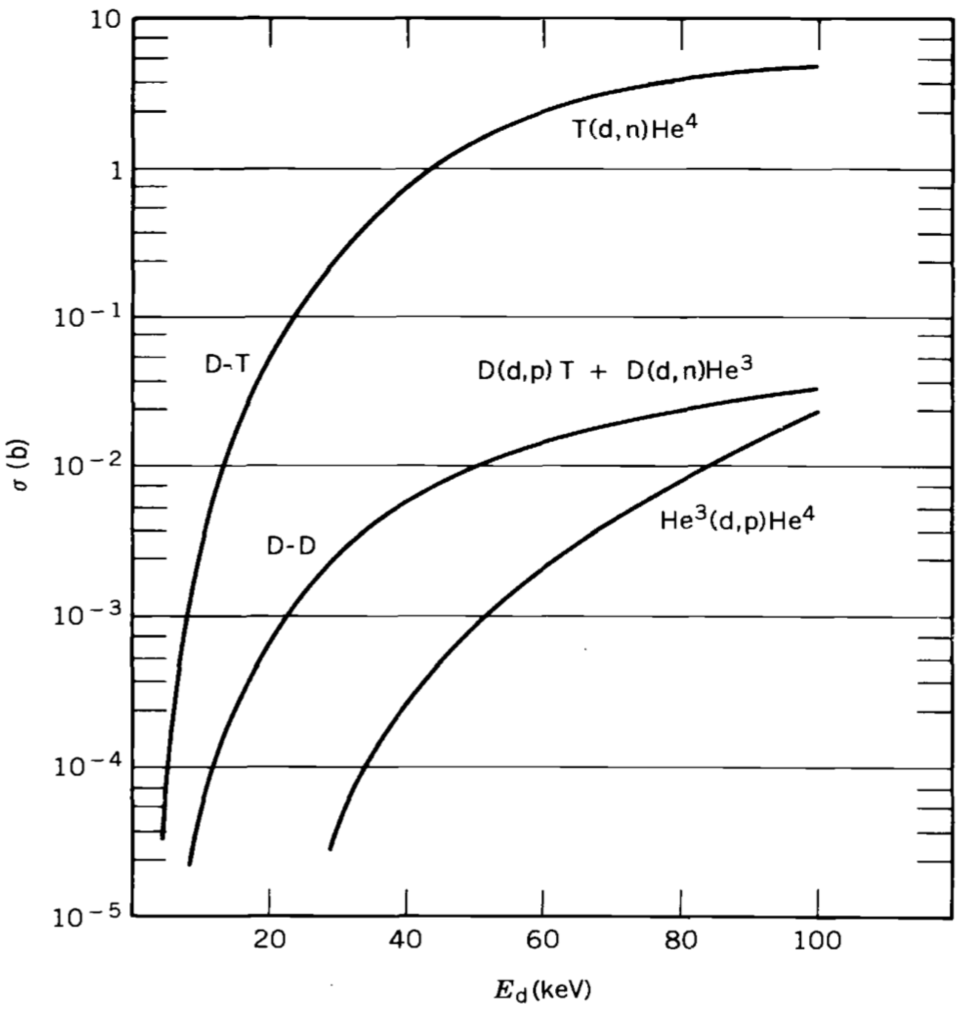
$S(E)$ lentamente variabile con E $\Rightarrow$ ruolo dominante svolto dal termine esponenziale. Il termine Maxwelliano, calante con E, si combina con quello crescente dovuto all'effetto tunnel, dando un massimo nell'integrando, detto ***picco di Gamow***, in corrispondenza al valore

$$\boxed{E = E_0 = \left[\frac{1}{4} E_G (kT)^2\right]^{1/3}}$$

Il processo di fusione può quindi aver luogo nel ristretto intervallo d'energie $E_0 \pm \Delta E_0$, con

$$\boxed{\Delta E_0 = \frac{4}{2^{1/3}\sqrt{3}} E_G^{1/6} (kT)^{5/6}}$$





Con 2 p che fondono a temp. $\mathrm{T} = 2{\times}10^7$ K ($\mathrm{T}_\odot \simeq 1.57{\times}10^7$ K), si ha $E_G = 493$ keV, $k\mathrm{T} = 1.7$ keV, $E_0 = 7.2$ keV e $\Delta E_0 = 8.2$ keV.

Tornando all'energia prodotta in una stella tipo **Sole**, la quasi totalità dell'energia prodotta in essa proviene dal cosiddetto ciclo ***protone-protone***, che ha più di un canale possibile, il principale dei quali, detto catena PP-I, inizia con la fusione di nuclei di idrogeno e la conseguente produzione di nuclei di deuterio

$$ {}^1_1\mathrm{H} + {}^1_1\mathrm{H} \rightarrow {}^2_1\mathrm{H} + e^+ + \nu_e \ + \ 0.42 \ \mathrm{MeV} $$

Il deuterio si fonde quindi con altro idrogeno e produce ${}^3{}_2\mathrm{He}$

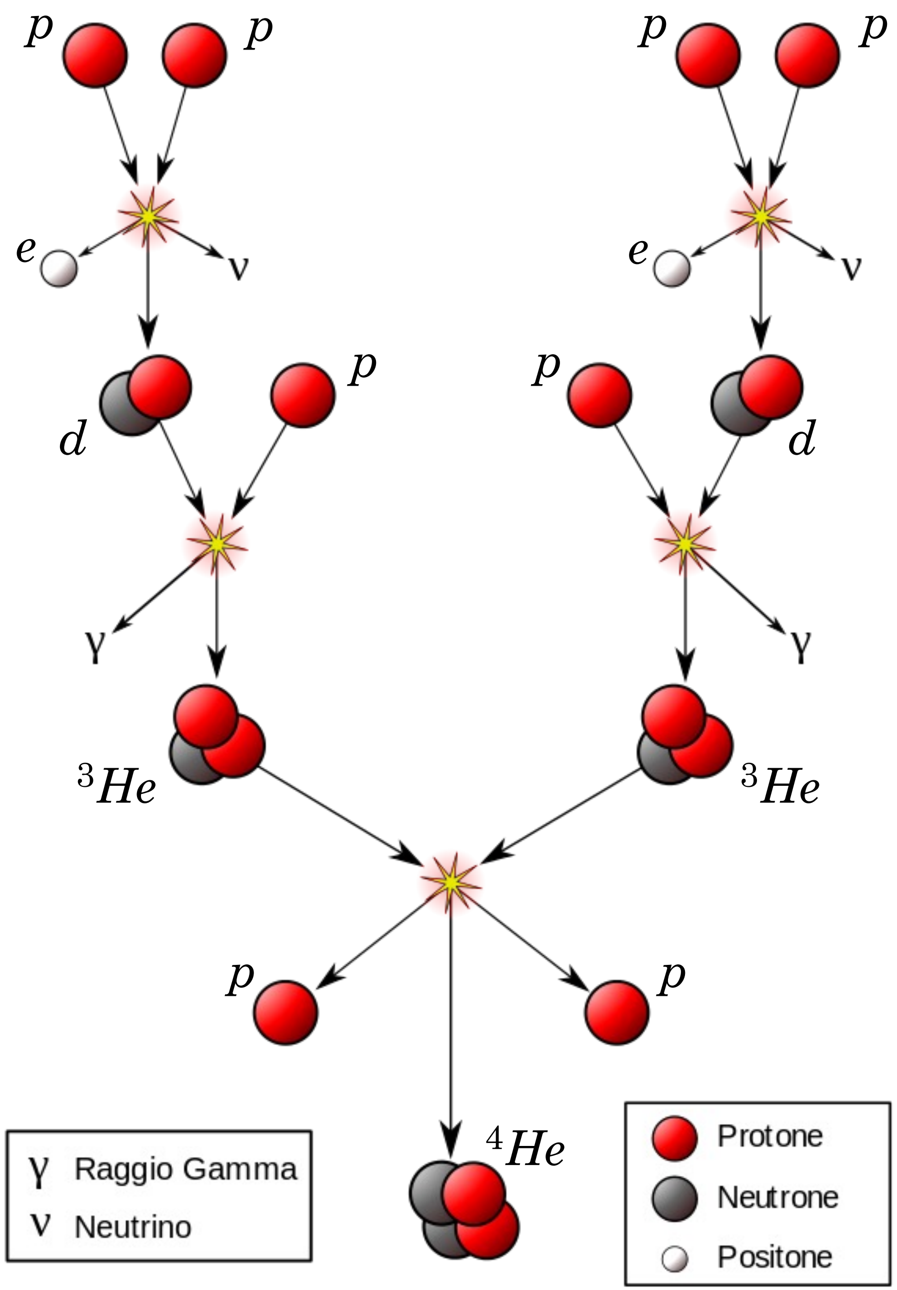
$$ {}^1_1\mathrm{H} + {}^2_1\mathrm{H} \rightarrow {}^3_2\mathrm{He} + \gamma \ + \ 5.49 \ \mathrm{MeV} $$

Infine due nuclei di ${}^3{}_2\mathrm{He}$ si fondono e formano ${}^4{}_2\mathrm{He}$

$$ {}^3_2\mathrm{He} + {}^3_2\mathrm{He} \rightarrow {}^4_2\mathrm{He} + 2\left({}^1_1\mathrm{H}\right) \ + \ 12.86 \ \mathrm{MeV} $$

La prima reazione, dovuta a interazione debole, procede con un rateo molto basso, da cui la lunga ***vita media*** del Sole!

PP-I



p
p
e
ν
d
p
γ
^3He
^4He
γ Raggio Gamma
ν Neutrino
Protone
Neutrone
Positone