

Cognome _____ Nome _____

Problema 1

Una molecola non polare di polarizzabilità $\alpha = 50 \text{ \AA}^3$ è posta a grande distanza ($l = 10 \text{ nm}$) da una molecola polare di momento di dipolo $p = 6 \cdot 10^{-30} \text{ Cm}$.

1) Calcolare il potenziale elettrostatico dovuto alla molecola polare nel punto in cui si trova la molecola non polare nel caso in cui il vettore \vec{p} sia parallelo alla retta congiungente le due molecole e nel caso in cui sia perpendicolare.

$$V = \frac{\vec{p} \cdot \vec{e}}{4\pi\epsilon_0 l^2}$$

$$\vec{p} \perp \hat{e} \quad V = 0$$

$$\vec{p} \parallel \hat{e} \quad V = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 l^2} = 5.4 \times 10^{-4} \text{ V}$$

2) Calcolare il campo elettrostatico dovuto alla molecola polare nel punto in cui si trova la molecola non polare nel caso in cui il vettore \vec{p} sia parallelo alla retta congiungente le due molecole e nel caso in cui sia perpendicolare.

$$\vec{E} = -\frac{p\vec{r}[(\hat{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \hat{p}]}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$\vec{p} \perp \hat{r} \quad \vec{E} = -\hat{p} \times 5.4 \times 10^4 \text{ V/m}$$

$$\vec{p} \parallel \hat{r} \quad \vec{E} = \hat{p} \times 10.8 \times 10^4 \text{ V/m}$$

3) Supponendo che il dipolo indotto sulla molecola non polare rimanga costante, calcolare l'energia necessaria a ruotare la molecola in modo da orientare il vettore \vec{p} con verso discorde rispetto al campo di stimolo dovuto alla molecola polare nei due casi.

$$\vec{p}_{\text{ind}} = \alpha \epsilon_0 \vec{E}_{\text{ext}} \quad U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

$$\vec{p} \perp \hat{r} \quad \Delta U = 6.4 \times 10^{-27} \text{ J} \quad \Delta U = 2pE = 2\epsilon_0 \alpha E^2$$

$$\vec{p} \parallel \hat{r} \quad \Delta U = 2.6 \times 10^{-26} \text{ J}$$

Problema 2

Un tratto di filo di tungsteno ($\rho_w = 5.6 \times 10^{-8} \text{ }\Omega\text{m}$) di lunghezza $l = 1 \text{ cm}$ ha un diametro che varia linearmente con la lunghezza, da un minimo di $d_1 = 2 \text{ mm}$ ad un massimo di $d_2 = 3 \text{ mm}$.

1) Si calcoli la resistenza totale del filo.

$$R = \int_0^l \frac{\rho dx}{\pi r^2}$$

$$r(x) = \frac{d_1}{2} + \frac{(d_2 - d_1)}{2} \frac{x}{l}$$

$$R = \frac{\rho l}{\pi d_1 d_2} = 1.2 \times 10^{-4} \text{ }\Omega$$

2) Si calcolino i moduli del campo elettrico massimo e minimo all'interno del conduttore quando attraverso di esso scorre una corrente $I = 6 \text{ A}$.

$$\vec{E} = \rho \vec{J}$$

$$E_{\text{max}} = \rho J_{\text{max}} = \rho \frac{I}{\pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2} = 0,4 \text{ V/m}$$

$$E_{\text{min}} = \rho J_{\text{min}} = \rho \frac{I}{\pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = 0,05 \text{ V/m}$$

3) Se la massima potenza per unità di volume che il materiale può sopportare è di 250 mW/cm^3 , qual è la massima corrente che può attraversarlo?

Densità di potenza dissipata $\vec{J} \cdot \vec{E} = \rho J^2 = \frac{P_{\text{max}}}{V}$

$$I_{\text{max}} = \pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 J_{\text{max}} = \sqrt{\frac{P_{\text{max}}/V}{\rho}} \pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = 6,6 \text{ A}$$

Problema 3

Un solenoide di raggio 6 mm e 1200 spire è immerso in un campo magnetico uniforme con modulo $B = 0,3 \text{ T}$ ed inizialmente diretto lungo l'asse del solenoide. Il solenoide può ruotare liberamente attorno ad un asse perpendicolare al suo asse di simmetria e passante per il suo centro. Il circuito si chiude su di una resistenza $R = 12 \Omega$.

1) Trovare la velocità angolare necessaria per generare una f.e.m. con $V_{\text{eff}} = 60 \text{ V}$.

$$\omega = \frac{V_{\text{eff}} \sqrt{2}}{N B \pi r^2} = 2 \times 10^3 \text{ rad/s}$$

2) Il solenoide può essere compresso e dilatato mantenendo costante la sua sezione ed il suo numero di spire. Calcolare la lunghezza tale per cui la potenza dissipata nel circuito sia $P = 100 \text{ W}$.

$$P_{\text{eff}} = I_{\text{eff}}^2 R = \frac{V_{\text{eff}}^2 R}{Z^2} \quad Z^2 = R^2 + \omega^2 L^2 = \frac{V_{\text{eff}}^2 R}{P_{\text{eff}}}$$

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{V_{\text{eff}}^2 R}{P_{\text{eff}}} - R^2} = 8,1 \text{ mH} \quad \ell = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{L} = 2,5 \text{ cm}$$

3) Calcolare lo sfasamento fra tensione e corrente nelle condizioni del punto precedente.

$$|Z| = \sqrt{\frac{V_{\text{eff}}^2 R}{P_{\text{eff}}}} = 21,2 \Omega$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \varphi = 55^\circ$$