UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE
Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche – 011SM Fisica
A.A. 2020/2021 Sessione Invernale – II Prova Scritta – 02.02.2022
Tempo a disposizione: 2 h e 30'

Cognome ....**Nome** ....

Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Un bambino, a bordo di uno slittino, scende lungo un pendio inclinato di $\theta = 30°$ rispetto all'orizzontale. La massa complessiva del bambino e dello slittino è $m = 32$ kg. Il coefficiente di attrito dinamico tra la neve e lo slittino vale $\mu_d = 0.10$. Il bambino si lascia scivolare da fermo partendo da un'*altezza h* rispetto alla fine del pendio. Se, alla fine del pendio, la sua velocità è $v_f = 9.0$ m/s, calcolare:

a) Il valore dell'altezza h:

i) $h = \frac{1}{2}\ell$ con $\ell = \frac{v_f^2}{2g(\operatorname{sen}\theta - \mu_d\cos\theta)}$ ii) $h =$ 5,0 m

b) Il lavoro L_g fatto dalla forza di gravità

i) $L_g = -\Delta U = mgh$ ii) $L_g =$ 1570 J

c) Il lavoro L_a fatto dalla forza di attrito

i) $L_a = \Delta K - L_g = \frac{1}{2}mv_f^2 - mgh$ ii) $L_a =$ −274 J

d) La velocità v_f' che raggiungerebbe il bambino alla fine del pendio in assenza di attrito

i) $v_f' = \sqrt{2gh}$ ii) $v_f' =$ 9,9 m/s

2) Prima di entrare nella zona del suo delta, il fiume Po è costituito da un unico corso d'acqua, di larghezza $l = 300$ m e di profondità $h = 7.5$ m. In questo tratto, il fiume scorre con una velocità di $v = 0.7$ m/s. Tutti i dati citati si riferiscono a valori medi annuali.

a) Calcolare la portata media annuale Q del Po in questo punto, ed esprimerla in m^3/s:

i) $Q = vS = vlh$ ii) $Q =$ 1575 m^3/s

b) Il Po raccoglie le sue acque su un bacino di area $A = 71000$ km^2. Il 30% della pioggia che cade in quest'area ritorna nell'atmosfera per evaporazione o viene assorbita dal suolo, mentre la parte rimanente defluisce nel fiume. In base a questi dati, stimare le precipitazioni medie p sul bacino del Po ed esprimere questo dato in mm (di pioggia) all'anno.

i) $p = \frac{Q'}{A}$ ii) $p =$ 1000 mm/anno

3) Mantenendo costante la pressione a $p = 210$ kPa, $n = 49$ moli di un gas ideale monoatomico si espandono da un volume iniziale $V_i = 0.75$ m^3 ad un volume finale $V_f = 1.9$ m^3. Calcolare:

a) Il lavoro L compiuto dal gas nell'espansione:

i) $L =$ $-p\Delta V$ ii) $L =$ $-241{,}5$ kJ

b) La temperatura iniziale T_i e finale T_f del gas:

i) $T_i =$ $\frac{pV_i}{nR}$ ii) $T_i =$ 387 K

i) $T_f =$ $\frac{pV_f}{nR}$ ii) $T_f =$ 979 K

c) La variazione di energia interna ΔE_{int} del gas:

i) $\Delta E_{int} =$ $nC_V\Delta T = -\frac{3}{2}L$ ii) $\Delta E_{int} =$ 362 kJ

d) Il calore Q somministrato al gas durante l'espansione:

i) $Q =$ $nC_p\Delta T = -\frac{5}{2}L$ ii) $Q =$ 604 kJ

e) La variazione di entropia ΔS del gas::

i) $\Delta S =$ $nC_p \ln\frac{T_f}{T_i}$ ii) $\Delta S =$ 947 J/K

4) Un condensatore a facce piane parallele è costituito da due superfici, ciascuna di $A = 1.5$ m^2 poste ad una distanza $d = 1.0$ mm. Il condensatore, inizialmente scarico, viene collegato tramite una resistenza $R = 100$ kΩ ad una batteria ideale che fornisce una differenza di potenziale $\Delta V = 40$ V. Quando il circuito si chiude, una corrente inizia a circolare e carica il condensatore. Ricordando il valore della costante dielettrica del vuoto ($\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m), calcolare:

a) La capacità C del condensatore:

i) $C =$ $\varepsilon_0 \frac{A}{d}$ ii) $C =$ 13,3 nF

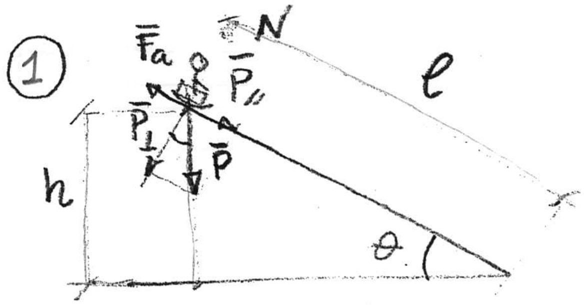
b) Il valore della carica Q presente sulle armature del condensatore dopo un tempo sufficientemente lungo:

i) $Q =$ $C\Delta V$ ii) $Q =$ 0,53 μC

c) Il tempo t (a partire dalla chiusura del circuito) necessario affinchè sulle armature del condensatore si accumuli una carica $Q' = 2/3\ Q$

i) $t =$ $-RC\ln\left(1-\frac{Q'}{Q}\right)$ ii) $t =$ 1,46 ms

(1)



$\theta = 30°$

$\bar{P} = m\bar{g}$

$m = 32$ kg

ℓ = lunghezza del pendio

$\ell = \frac{h}{\operatorname{sen}\theta}$; $h = \ell \operatorname{sen}\theta$

$$P_{//} = mg \operatorname{sen}\theta$$

$$P_{\perp} = mg\cos\theta$$

$$F_a = \mu_d N = \mu_d P_{\perp} = \mu_d mg\cos\theta$$

$$\Sigma F = P_{//} - F_a = mg\operatorname{sen}\theta - \mu_d mg\cos\theta = mg(\operatorname{sen}\theta - \mu_d\cos\theta)$$

a) Dal teorema lavoro-energia:

$$\mathcal{L} = \Sigma F \cdot \ell = \Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \cancel{\frac{1}{2}mv_i^2} \qquad v_i = 0$$

$$\cancel{m}g\ell(\operatorname{sen}\theta - \mu_d\cos\theta) = \frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2$$

$$\ell = \frac{v_f^2}{2g(\operatorname{sen}\theta - \mu_d\cos\theta)} = \frac{(9{,}0\ m/s)^2}{\cancel{2}\cdot 9{,}8\frac{m}{s^2}\left(\frac{1}{\cancel{2}} - 0{,}1\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\right)} = 10{,}0\ m$$

Da cui $h = 10{,}0\,m \cdot \frac{1}{2} = 5{,}0\ m$

b) $\mathcal{L}_g = -\Delta U = mgh = 32\text{ kg}\cdot 9{,}8\frac{m}{s^2}\cdot 5{,}0\text{ m} = 1570\text{ J}$

c) $\mathcal{L} = \Delta K = \mathcal{L}_a + \mathcal{L}_g$

$$\mathcal{L}_a = \Delta K - \mathcal{L}_g = \frac{1}{2}mv_f^2 - mgh = \frac{1}{2}\,32\text{kg}\left(9{,}0\frac{m}{s}\right)^2 - 1570\text{ J} = 1296\text{ J} - 1570\text{ J} = -274\text{ J}$$

$\mathcal{L}_a$ è negativo come atteso (F_a è sempre opposta al moto)

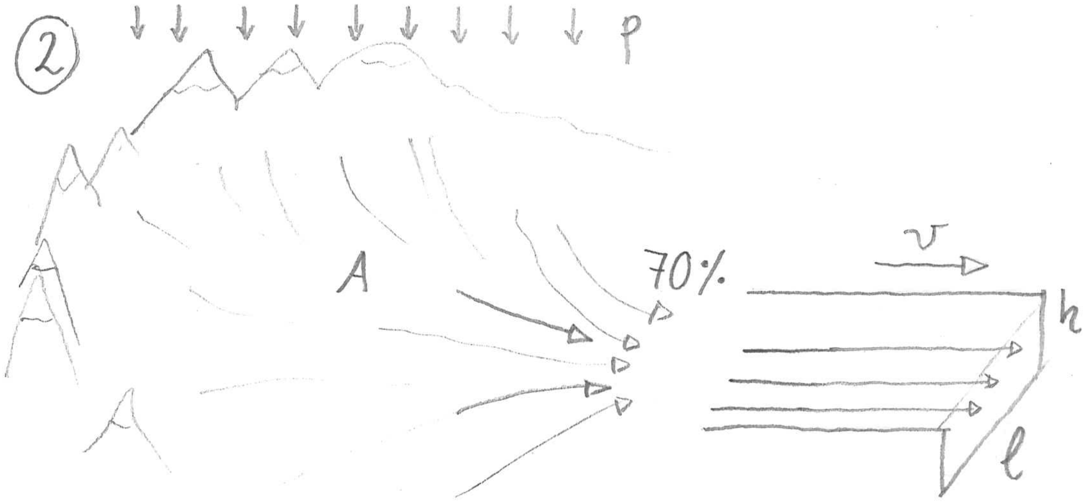
d) In assenza di attrito, l'energia meccanica si conserva e quindi:

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_f'^2 = \cancel{m}gh$$

$$v_f' = \sqrt{2gh}$$

$$= \sqrt{10\,m \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2}} = 9{,}9\,\frac{m}{s}$$

②



$v = 0,7$ m/s

$l = 300$ m

$h = 7,5$ m

$A = 71.000$ Km^2

a) La portata del Po nel tratto considerato è

$$Q = vS = vlh = 0,7 \frac{m}{s} \cdot 300\,m \cdot 7,5\,m = 1575 \frac{m^3}{s}$$

b) La portata Q valutata in a) è dovuta al 70 % delle precipitazioni che cadono nell'area A. Detta Q' la portata di tali precipitazioni, si ha

$$Q = 0,7\,Q'$$

$$Q' = \frac{1}{0,7}\,Q$$

D'altra parte $Q' = pA$ (portata del flusso nel bacino)

$$p = \frac{Q'}{A} = \frac{1}{0,7}\frac{Q}{A}$$

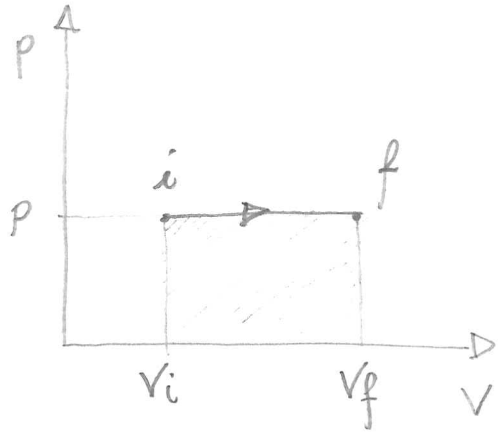
$$= \frac{1}{0,7}\,\frac{1,575 \cdot \cancel{10^3}\,\frac{m^3}{s}}{71 \cdot \cancel{10^3}\,(10^6\,m^2)} = 31,7 \cdot 10^{-9}\,\frac{m}{s}$$

Convertendo infine p in mm/anno

$$p = \frac{31,7 \cdot 10^{-6}\,mm}{1\cancel{s}} \cdot \frac{365 \cdot 24 \cdot 3600\,\cancel{s}}{1\ anno}$$

$$= 1000\,\frac{mm}{anno}$$

3



$p = 210$ KPa

$V_i = 0{,}75\ m^3$

$V_f = 1{,}9\ m^3$

$n = 49$

a) $\mathcal{L} = -p\Delta V = -p(V_f - V_i) = -210\ \text{KPa} \cdot 1{,}15\ m^3 = -241{,}5\ \text{kJ}$

b) Da $pV = nRT$ si ha $T = \frac{pV}{nR}$

$$T_i = \frac{pV_i}{nR} = \frac{210\ \text{kpA} \cdot 0{,}75\ m^3}{49 \cdot 8{,}314\ J/K} = 387\ K$$

$$T_f = \frac{pV_f}{nR} = \frac{210\ \text{kpA} \cdot 1{,}9\ m^3}{49 \cdot 8{,}314\ J/K} = 979\ K$$

c) Per i gas ideali vale $\Delta E_{int} = nC_v\Delta T$

monoatomico: $C_v = \frac{3}{2}R$

$$\Delta E_{int} = nC_v\Delta T = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}p\Delta V = -\frac{3}{2}\mathcal{L} = 362\ \text{kJ}$$

d) Dal primo principio, $\mathcal{L} + Q = \Delta E_{int}$

$$Q = \Delta E_{int} - \mathcal{L} = -\frac{3}{2}\mathcal{L} - \mathcal{L} = -\frac{5}{2}\mathcal{L} = 604\ \text{kJ}$$

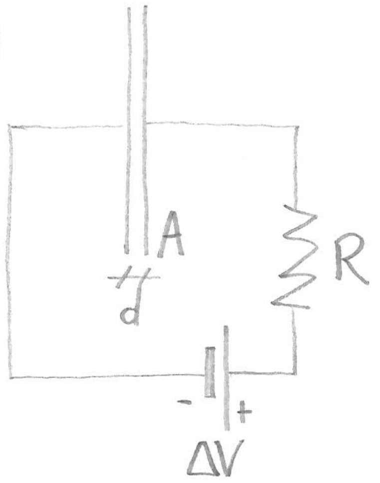
e) La temperatura varia da T_i a T_f; quindi:

$$\Delta S = \int_i^f \frac{dQ}{T}\Big)_{rev} = \int_i^f \frac{nC_p dT}{T} = n\frac{5}{2}R\int_i^f \frac{dT}{T} = \frac{5}{2}nR \ln\frac{T_f}{T_i}$$

$dQ = nC_p dT$ per isobara

$$= \frac{5}{2}nR\ln\frac{V_f}{V_i} = \frac{5}{2}\,49\ 8{,}314\ \frac{J}{K}\ln\left(\frac{1{,}9}{0{,}75}\right) = 947\ \frac{J}{K}$$

(4)



$A = 1{,}5\ m^2$

$d = 1{,}0\ mm$

$R = 100\ k\Omega$

$\Delta V = 40\ V$

$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{F}{m}$

a) $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} = 8{,}854 \cdot 10^{\cancel{-12}\,-9} \frac{F}{\cancel{m}} \cdot \frac{1{,}5\ \cancel{m^2}}{\cancel{10^{-3}}\ \cancel{m}} = 13{,}3\ nF$

b) Dopo un tempo sufficientemente lungo, il condensatore si sarà caricato al massimo della sua capacità:

$$Q = C\Delta V = 13{,}3\ nF \cdot 40\ V = 0{,}53\ \mu C$$

c) In un circuito RC, la carica dipende dal tempo secondo la formula:

$$Q(t) = Q\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Imponendo quindi $Q(t) = Q'$ si ha

$$Q' = Q\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$\frac{Q'}{Q} = 1 - e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$1 - \frac{Q'}{Q} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\ln\left(1 - \frac{Q'}{Q}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$t = -RC \ln\left(1 - \frac{Q'}{Q}\right) = -10^5\,\Omega \cdot 13{,}3\ 10^{-9} F \ln\left(\overbrace{1 - \frac{2}{3}}^{\frac{1}{3}}\right)$$

$$= 14{,}6 \cdot 10^{-4} s = 1{,}46\ ms$$